**Контрольная работа**

**Решение задачи линейного программирования   
методом искусственного базиса**

Присылаемый на проверку архив должен содержать 2 файла:

* файл отчета, содержащий титульный лист, условие задачи, описание и формулы используемых методов, исходный текст программы (с указанием языка реализации), результаты работы программы (можно в виде скриншотов), ответы на вопросы для защиты;
* файл с исходным текстом программы (программу можно писать на любом языке программирования).

**Задание на контрольную работу**

1. Перейти к канонической форме задачи линейного программирования.



1. Записать М-задачу для последующего решения методом искусственного базиса.
2. Написать программу, решающую задачу методом искусственного базиса с выводом всех промежуточных симплексных таблиц.
3. Решить исходную задачу графически и отметить на чертеже точки, соответствующие симплексным таблицам, полученным при выполнении программы из п.3.
4. Ответить на вопросы.

Вариант выбирается по последней цифре пароля.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Номер варианта** | ***а*** | ***b*** | ***с*** | ***а*1** | ***b*1** | ***с*1** | ***а*2** | ***b*2** | ***с*2** | ***p*1** | ***p*2** | **Номера вопросов для защиты** |
|  | 12 | 33 | 20 | 5 | 5 | 2 | 1 | 4 | 5 | 6 | 3 | 1,9,11,15 |
|  | 9 | 13 | 16 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 | 5 | 5 | 1 | 2,10,12,16 |
|  | 12 | 33 | 20 | 5 | 5 | 2 | 1 | 4 | 5 | 11 | 1 | 3,8,13,15 |
|  | 10 | 30 | 42 | 2 | 3 | 3 | 1 | 4 | 8 | 4 | 3 | 4,8,10,14 |
|  | 30 | 26 | 54 | 5 | 2 | 3 | 3 | 4 | 11 | 5 | 2 | 5,6,9,18 |
|  | 12 | 14 | 68 | 3 | 1 | 4 | 1 | 2 | 11 | 9 | 2 | 1,7,11,16 |
|  | 11 | 13 | 12 | 4 | 2 | 1 | 1 | 3 | 7 | 7 | 1 | 2,7,9,14 |
|  | 45 | 8 | 30 | 10 | 1 | 3 | 3 | 1 | 5 | 4 | 5 | 3,6,13,17 |
|  | 14 | 13 | 36 | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 | 7 | 6 | 1 | 4,9,12,17 |
|  | 9 | 13 | 16 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 | 5 | 4 | 5 | 5,6,10,14 |

**Контрольные вопросы**

* 1. В какой форме приведена исходная задача линейного программирования?
  2. Как поступают при решении задачи симплекс-методом, если на переменную не наложено условие неотрицательности?
  3. Как в таблице симплекс-метода определить оптимальность соответствующего ей решения?
  4. Как по таблице симплекс-метода определить, что задача не имеет решения (функция не ограничена)?
  5. Как по таблице симплекс-метода определить, что задача не имеет решения (система ограничений несовместна)?
  6. Как в таблице симплекс-метода выбирается разрешающий элемент для перехода к новому решению (улучшение решения)?
  7. Сформулируйте правило прямоугольников.
  8. Какой метод решения систем линейных уравнений лежит в основе симплекс-метода?
  9. Какая переменная называется искусственной, когда она вводится и какой коэффициент соответствует ей в функции?
  10. Когда оптимальный план М-задачи является оптимальным планом исходной задачи?
  11. Как определяется разрешающий элемент при использовании метода искусственного базиса?
  12. Что такое зацикливание в симплекс-методе и когда оно может произойти?
  13. Как по таблице симплекс-метода определить, что задача имеет бесконечно много решений?
  14. Как при графическом решении определить оптимальную точку?
  15. Как определить количество переменных при составлении двойственной задачи?
  16. Чему равно количество ограничений в двойственной задаче?
  17. Когда на переменные двойственной задачи накладывается условие неотрицательности?
  18. Когда ограничением двойственной задачи будет неравенство, соответствующее цели задачи?

**Методические указания к выполнению контрольной работы**

Рассмотрим задачу линейного программирования:

   
1. Перейдем к канонической форме записи введя дополнительные переменные в неравенства:



2. Составим М-задачу. Расширенная матрица системы

.

В матрице не выделен единичный базис (умножать на -1 нельзя, т.к. правая часть должна быть неотрицательной). Поэтому необходимо в каждое уравнение ввести искусственные переменные. М-задача:

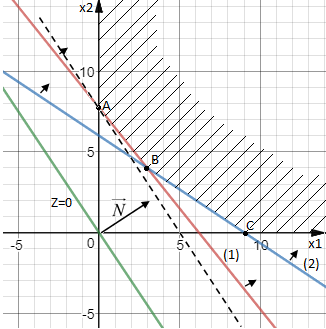


3.Пишем программу, решающую задачу методом искусственного базиса.

4. Решим исходную задачу графически. Каждое неравенство исходной системы ограничений определяет полуплоскость. Запишем уравнения граничных прямых для этих полуплоскостей.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) 5*х*1 + 4*х*2 = 31 | | |  | (2) 2*х*1 + 3*х*2 = 18 | | |
| *х*1 | 0 | 6.2 |  | *х*1 | 0 | 9 |
| *x*2 | 7.8 | 0 |  | *x*2 | 6 | 0 |

Построим прямые по двум точкам.



Каждая прямая разбивает плоскость на две полуплоскости. Для выбора полуплоскостей, определяемых каждым неравенством, подставим координаты «пробной» точки (0;0) в каждое неравенство. Получаем:

5 ⋅ 0 + 4 ⋅ 0 ≥ 31 не верно. Следовательно, отмечаем полуплоскость, не содержащую «пробную» точку (0;0).

2 ⋅ 0 + 3 ⋅ 0 ≥ 18 не верно. Следовательно, отмечаем полуплоскость, не содержащую «пробную» точку (0;0).

Выбранные полуплоскости отметим стрелочками. Найдем пересечение отмеченных полуплоскостей с учетом условия: *х*1,*х*2≥ 0. Заштрихуем полученный неограниченный треугольник *ABC* – область допустимых решений системы ограничений.

Построим линию уровня *Z* = 0: 12*х*1 + 8*х*2 = 0

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *х*1 | 0 | 2 |
| *x*2 | 0 | -3 |

Вектор  определяет направление наибольшего возрастания функции *Z*. Построим из начала координат вектор . Этот вектор также показывает направление наибольшего возрастания функции.

Перемещая линию уровня параллельным переносом в направлении вектора , находим первую точку пересечения линии уровня и заштрихованного четырехугольника – точку *А*. Эта точка является точкой минимума функции. Точка *А* получается в результате пересечения прямой (1) и оси Оx1. Для нахождения ее координат решим систему:

–



Находим решение системы: 



**Внимание!**

На чертеже необходимо отметить точки, соответствующие всем симплексным таблицам из результатов работы программы.