

Индивидуальное домашнее задание по теории вероятностей НКАбд-04-23 (осенний семестр).

1. Найдите вероятность того, что произведение двух последних цифр номера автомобиля:
 - а) Равно n ; больше n ; меньше n ;
 - б) Заложено в промежутке $[n_1; n_2]$.
2. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Найдите вероятности событий (смотри вариант).
3. В четырехугольник с вершинами в точках $(a_1; b_1), (a_2; b_2), (a_3; b_3)$ и $(a_4; b_4)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности бросается точка. Обозначим через ξ и η координаты этой точки. Вычислите вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + 2(\xi - c)x + d\eta + f = 0$ не будет иметь действительные корни.
4. Из двух урн, в каждой из которых находятся n шаров с написанных на них числами от 1 до n , наудачу извлекается по одному шару. Событие A —сумма чисел, написанных на выбранных шарах, делится на m ; событие B —произведение этих чисел больше k , событие C - сумма чисел, написанных на выбранных шарах, больше l . Найти $P(A|B), P(B|A), P(A|C), P(C|A), P(B|C), P(C|B)$, Проверить, есть ли пары независимых событий и являются ли события A, B и C независимыми в совокупности?
5. Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События $A_i, i=1, \dots, 7$, — отказы элементов за заданный промежуток времени.
 - а) Выразите через события A_i события A и \bar{A} , где A — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
 - б) Считая, что события A_i независимы в совокупности и имеют вероятности $P(A_i) = p_i, i = \overline{1, 7}$, вычислите вероятность события A .
6. В первой урне находятся n_1 белых и m_1 черных шаров, во второй урне— n_2 белых и m_2 черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад k шаров, затем такое же число шаров так же наугад перекладывается из второй урны в первую.
 - а) Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же черных шаров, сколько было до проведения опыта.
 - б) После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили l черных шаров.
7. Вероятность попадания в цель при любом из n выстрелов равна p . Найдите вероятность того, что произойдет:
 - а) Ровно m попаданий.
 - б) Не более m попаданий.
 - в) Не менее m попаданий.
 - г) От m_1 до m_2 попаданий.
8. Известна вероятность того, что изготовленное изделие будет бракованным.
 - а) Либо вероятность равна p_1 . Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
 - i. Ровно m изделий.
 - ii. По крайней мере m изделий.
 - iii. Не более k изделий
 - б) Либо вероятность равна p_2 . Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
 - i. Ровно m изделий.
 - ii. От m_1 до m_2 изделий.
 - iii. Не менее k изделий.
9. Из урны, в которой находится n_1 шаров белого цвета, n_2 —черного и n_3 —синего, наудачу извлекается $m = m_1 + m_2 + m_3$ шаров. Вычислить вероятность того, что среди них будет m_1 белых шаров, m_2 —черных и m_3 —синих, если выбор производится с возвращением.
10. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Случайная величина ξ – число вынутых белых шаров (**варианты 1-10 ИДЗ**), синего цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), красного цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:
 - а) Ряд распределения случайной величины ξ .
 - б) Вероятность попадания случайной величины ξ в интервалы $(x_1; x_2), [x_1; x_2); (x_1; x_2], [x_1; x_2]$.
 - в) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ
11. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)$. Найдите:
 - а) Константу A
 - б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.

- в) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a(\xi + b)^3 + c$.
- г) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\mu = a(\xi - b)^2 + c$
12. Случайная величина $\xi \sim N(m, \sigma)$.
- а) Найдите вероятность попадания случайной величины ξ на интервал $(a_1; a_2)$
- б) Задана новая случайная величина $\eta = e^{a\xi+b}$ Найдите вероятность попадания случайной величины η в интервал (x_1, x_2) .
13. Из набора (в условиях задачи 10) наудачу извлекается m шаров (без возвращения). Обозначим через:
- ξ число вынутых белых шаров, а через η – синих (варианты 1-10 ИДЗ);
 - ξ число вынутых синих шаров, а через η – красных (варианты 11-20 ИДЗ);
 - ξ число вынутых красных шаров, а через η – белых (варианты 21-30 ИДЗ);
- Найдите:
- а) Совместное распределение случайных величин ξ и η (ряд распределения).
- б) Ряды распределения случайных величин ξ и η
- в) Условные распределения случайной величины ξ при условии η , случайной величины η при условии ξ , проверить случайные величины на независимость
- г) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
- д) Ряд распределения новой случайной величины $\mu = f(\xi, \eta)$
- е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины $(\mu_1; \mu_2)$
14. В четырехугольнике с вершинами в точках $(a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть ξ и η – координаты по оси X и Y точки падения частицы.
- Найдите:
- а) Совместную функцию распределения $F_{\xi\eta}(x, y)$ случайной величины $(\xi; \eta)$ и через совместную функцию совместную плотность распределения случайной величины $(\xi; \eta)$.
- б) Одномерные функции распределения случайных величин ξ и η , а через них – одномерные плотности.
- в) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η , и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
- г) Значение функции распределения случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z
15. Совместная плотность распределения случайных величин ξ и η задана формулой
- $$p_{\xi\eta}(x, y) = C(ax^\alpha + by^\beta), \quad (x, y) \in D,$$
- где область D ограничена прямыми $x = d$, $y = f$ и кривой $y = gx^\gamma$. Найдите:
- а) Постоянную C.
- б) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
- в) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η .
- г) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
- д) Вычислите вероятность попадания вектора (ξ, η) в треугольник с вершинами в точках $(z_1; z_2), (u_1; u_2), (v_1; v_2)$. (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)
- е) Значение функции распределения $F_\mu(z)$ новой случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z . (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)

Распределение баллов (20 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5
1 балл	1 балл	2 балла	1 балл	1 балл
Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10
1 балла	1 балл	1 балл	1 балла	2 балла
Задача 11	Задача 12	Задача 13	Задача 14	Задача 15
2 балла	1 балл	2 балла	1 балл	2 балла

23.

№ задачи	Данные
1.	$n = 12; n_1 = 17; n_2 = 37.$
2.	$n_1 = 4, n_2 = 3, n_3 = 4, m = 5.$ Событие $A = \{\text{белых шаров достали столько же, сколько и красных}\}$, событие $B = \{\text{хотя бы один белый шар}\}$
3.	$(a_1; b_1) = (0; 2); (a_2; b_2) = (3; -3); (a_3; b_3) = (-3; -2); (a_4; b_4) = (-2; 2)$ $c = -1; d = 1; f = 1.$
4.	$n = 9; m = 7; k = 12; l = 8$
5.	<p>$p_1 = 0,1, p_2 = 0,2, p_3 = p_4 = 0,1, p_5 = 0,1, p_6 = p_7 = 0,3.$</p>
6.	$n_1 = 5, m_1 = 3, n_2 = 3, m_2 = 3, k = 4, l = 1.$
7.	$n = 7, p = 0,7, m = 5, m_1 = 2, m_2 = 8.$
8.	$p_1 = 0,005; n = 640; m = 4; k = 3$ $p_2 = 0,082; n = 1400; m = 110; m_1 = 100; m_2 = 155; k = 90.$
9.	$n_1 = 4, n_2 = 4, n_3 = 6; m_1 = 3, m_2 = 3, m_3 = 2.$
10.	$n_1 = 4, n_2 = 4, n_3 = 6, m = 5;$ $x_1 = 1, \quad x_2 = 14.$ $\eta = 2(\xi - 3)^3 - 10, \quad \mu = 2\xi^2 - 40 .$
11.	$p_\xi(x) = \begin{cases} A \lg x, & 10 \leq x \leq 1000 \\ 0, & x < 10, x > 1000 \end{cases}$ $a = 1, \quad b = 2, \quad c = 3.$
12.	$m = -2, \quad \sigma = 4, \quad a_1 = -5, \quad a_2 = 6, \quad a = 3, \quad b = 33,$ $x_1 = 20, \quad x_2 = 60.$
13.	$n_1 = 4, n_2 = 4, n_3 = 6, m = 5;$ $(x; y) = (7; 2), (3; 4), (2; 5);$ $\mu = \xi - \cos \pi \eta$ $\mu_1 = \xi - \eta; \mu_2 = 3\eta - 2\xi$
14.	$(a_1, a_2) = (-2; -2), (b_1, b_2) = (-2; 5), (c_1, c_2) = (5; 5),$ $(d_1, d_2) = (5; -2);$ $\mu = -3\xi - \eta, z = -2$
15.	$a = 3, \alpha = 2, b = 2, \beta = 1, d = 9, f = 0, g = 1, \gamma = 0,5,$ $(x; y) = (6; 2)$ $(z_1, z_2) = (1; 0), (u_1, u_2) = (3; 4), (v_1, v_2) = (6; 0),$ $\mu = 0,5\xi^2 + \eta, z = 10$