

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ПОСТОЯННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

Цель работы - освоение основных методов расчета линейных электрических цепей с постоянными источниками: законов Кирхгофа, метода контурных токов, условных потенциалов.

Содержание работы.

1.1. Составление задания. Номер варианта задания для выполнения расчетно-графической работы определяется в соответствии с порядковым номером студента в списке группы или задается преподавателем. На рис. 1.1 приведены варианты графов электрических цепей, по которым формируются их схемы.

Каждая ветвь схемы состоит из резистора и, может быть, последовательно соединенного с ним источника ЭДС. Число последних не должно быть меньше двух и, кроме того, должно соблюдаться еще одно условие: ЭДС включаются в каждую из параллельных ветвей (если такие имеются). В цепи из неразветвленных ветвей включить ЭДС, студент решает самостоятельно.

Сопротивления резисторов (заданные в кОм) выбираются последовательно из ряда номинальных значений сопротивлений (табл. 1.1), начиная со значения указанного преподавателем или из табл. 1.2.

Значения ЭДС берутся из табл. 1.3 аналогичным образом.

Таблица 1.1

Ряд номинальных значений сопротивлений

1.0	1.1	1.2	1.3	1.5	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.7	3.0	3.3
3.6	3.9	4.3	4.7	5.1	5.6	6.2	6.8	7.5	8.2	9.1	10	11

Таблица 1.2

Начальное сопротивление в ряду номинальных значений

Группа	1	2	3	4
Сопротивление, кОм	5.6	2.7	8.2	3.9

- 4 -

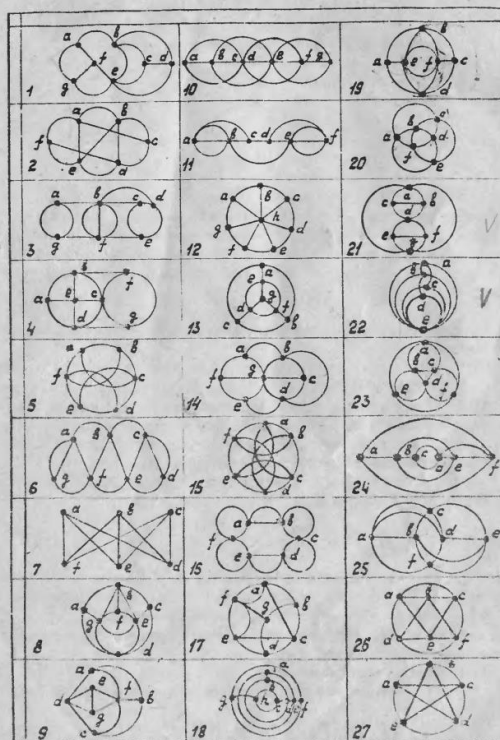


Рис. 1.1.

Таблица 1.3

Значения ЭДС, включаемых в схему

Группа	1	2	3	4
1	30	16	24	5
2	36	10	15	3

Кроме того, к двум узлам цепи подключается источник тока, значение которого определяется по формуле $J = E_{max}/R_{min}$, где E_{max} - наибольшая по значению ЭДС, включенных в схему, R_{min} - наименьшее из всех сопротивлений в схеме. К каким двум узлам подключить источник тока, студент решает самостоятельно или использует табл. 1.4.

Составленная схема утверждается преподавателем и прилагается к выполненному расчету.

1.2. Подготовка данных для расчета на ЭЕМ.

1.2.1. Определить число узлов цепи - k , число ветвей с неизвестными токами - m , число независимых контуров с неизвестными контурными токами - n , число источников тока - l .

1.2.2. Выбрать независимые контуры и принять условно-положительные направления токов в ветвях и контурах, разметить узлы.

1.2.3. Составить для полученной цепи систему уравнений по законам Кирхгофа в матричной форме

$$[A][I] = [B], \quad (1.1)$$

где $[A]$ - квадратная матрица постоянных коэффициентов размерности $m \times m$, $[I]$ - вектор-столбец искомых токов в ветвях размерности m , $[B]$ - вектор-столбец свободных членов размерности m , составленный комбинацией известных значений источников ЭДС и тока, а также сопротивлений ветвей.

1.2.4. Метод контурных токов.

1.2.4.1. Составить систему уравнений по методу контурных токов

$$[R_k][I_k] = [C_E][E] - [R_1][J], \quad (1.2)$$

Таблица 1.4

Точки подключения источников тока

Варианта	Группа	Варианта	Группа
1	1: 2: 3: 4	15	1: 2: 3: 4
2	ad, bg, fc, fd	16	ac, be, ad, cf
3	ad, bf, be, ce	17	ag, ba, ad, be
4	ag, ba, be, ef	18	ag, bh, ah, ce
5	ad, bf, ef, ce	19	ac, ba, af, ce
6	ad, bg, ec, cf	20	ad, be, ae, cf
7	ac, df, ec, ab	21	ad, be, ag, cf
8	ac, ba, gc, eg	22	ad, bc, bd, cd
9	ac, ba, be, df	23	ad, bf, ef, ce
10	ac, ba, cf, eg	24	ac, ad, bf, cf
11	ac, ba, be, af	25	ad, ba, ae, be
12	ad, be, ga, cf	26	ac, df, af, be
13	ag, be, af, cf	27	ac, ad, ba, ce
14	ad, be, ca, cf	28	

- 7 -

где $[R_k]$ - квадратная симметричная матрица контурных сопротивлений размерности $n \times n$; $[I_k]$ - вектор-столбец неизвестных контурных токов размерности n ; $[C_E]$ - прямоугольная матрица связи источников ЭДС размерности $m \times n$. Строки матрицы $[C_E]$ соответствуют контурам, а столбцы - ветвям с источниками ЭДС. Элементы матрицы $C_{kb} = 0$, если источник ЭДС b -й ветви не включен в k -контур. В противном случае $C_{kb} = 1$ или $C_{kb} = -1$ в зависимости от того, совпадают или не совпадают положительные направления ЭДС и направление обхода контура; $[E]$ - вектор-столбец источников ЭДС ветвей размерности n , все его элементы - положительные числа, соответствующие значениям ЭДС в ветвях или (при их отсутствии) равные нулю; $[R_b]$ - прямоугольная матрица взаимных контурных сопротивлений размерности $n \times l$; $[J]$ - вектор-столбец источников токов (известных контурных токов) размерности l .

1.2.4.2. Оставить систему уравнений, описывающую связь между неизвестными токами ветвей и контурными токами

$$[I] = [D][I_p], \quad (1.3)$$

где $[D]$ - матрица контуров размерности $m \times (n+l)$, строки которой соответствуют ветвям, а столбцы - расширенной матрице контурных токов. Элементы матрицы $d_{kj} = 0$, если b -я ветвь не включена в контур (в том числе и в контур с известным контурным током). Если b -я ветвь включена в k -контур, то $d_{kj} = 1$ или $d_{kj} = -1$ в зависимости от того, совпадают или не совпадают положительные направления токов в ветвях и контурных токах.

1.2.5. Составить систему линейных алгебраических уравнений относительно узловых потенциалов в матричной форме, приняв потенциал одного из узлов (базового) равным нулю ($V_0 = 0$).

$$[G][V] = [F][G][E] + [H][J], \quad (1.4)$$

где $[G]$ - квадратная матрица узловых проводимостей размерности $(k-1) \times (k-1)$; $[V]$ - вектор-столбец неизвестных узловых потенциалов; $[F]$ - прямоугольная матрица связи источников ЭДС ветвей размерности $(k-1) \times m$. Элементы матрицы могут принимать одно из трех значений: 0 - если источник ЭДС ветви не подключен к рассматриваемому узлу, 1 или (-1) - в противном случае и в зависи-

мости от того, направлен он к узлу или от узла соответственно; $[G_b]$ - диагональная матрица проводимостей ветвей размерности $m \times m$. Элементы матрицы расположены на главной диагонали и равны проводимостям соответствующих ветвей, остальные элементы - нулевые; $[E]$ - вектор-столбец источников ЭДС ветвей размерности m ; $[H]$ - матрица связи источников тока. Элементы матрицы принимают следующие значения: 0 - если источник тока не подключен к рассматриваемому узлу; 1 или (-1) - в противном случае и в зависимости от направления источника тока по отношению к узлу; $[J]$ - вектор-столбец источников тока размерности l .

Замечания. 1.1) Проводимости, вводимые в ЗЕМ при расчете по методу узловых потенциалов, должны быть определены с высокой точностью (не менее пяти значащих разрядов). Иначе трудно рассчитывать на хорошее совпадение результатов.

1.2) При наличии в цепи вырожденной ветви (ветви с нулевым сопротивлением) для корректности расчета следует добавить в нее малое сопротивление (например, $R = 10^{-6} \text{ Ом}$), которое практически не влияет на токораспределение, но позволяет использовать разработанное программное обеспечение.

1.3) Если в ветви нет источника ЭДС, то необходимо ввести в нее произвольно направленный источник ЭДС, численно равный нулю, и при записи системы (1.4) учитывать этот источник соответствующим коэффициентом матрицы. Такой прием используется для задания топологии цепи.

1.2.6. Для правильно сделанного расчета должен выполняться баланс мощностей: для любой замкнутой электрической цепи сумма мощностей P_{Σ} , развиваемых источниками электрической энергии, равна сумме мощностей P_{Σ} , расходуемых в приемниках электрической энергии (пассивных элементах)

где $\sum P_{\Sigma} = \sum P_{\Sigma}$,
 $\sum P_{\Sigma} = \sum (E I_E) + \sum (U_{\Sigma} J_{\Sigma})$; $\sum P_{\Sigma} = \sum I^2 R$.
 При этом токи через источники ЭДС I_E и напряжения U_{Σ} на источниках тока определяются расчетным путем.

1.3. Выполнение расчета на ЗЕМ.

1.3.1. Вызвать необходимое для проведения расчета программы и ввести подготовленные данные. После окончания работы программы зарегистрировать результаты расчета.

1.3.2. Сопоставить результаты расчета тремя методами. Если расчет выполнен правильно, то величины токов должны совпадать с высокой точностью (допустимая погрешность не более 1%). Убедиться, что баланс мощностей сошелся.

ПРИМЕР: Составление по графу рис. 1.2 электрической цепи и ее анализ: по законам Кирхгофа, методу контурных токов и методу узловых потенциалов. Проверка баланса мощностей.

Схема электрической цепи, полученная в соответствии с указаниями п. 1.1, приведена на рис. 1.3.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:

$n = 12$ - число ветвей цепи с неизвестными токами, $m = 6$ - число независимых контуров с неизвестными контурными токами, $l = 1$ - число источников тока, $k = 7$ - число узлов цепи.

Система уравнений по законам Кирхгофа

$I_1 - I_2 - I_{12} = 0$	узел а
$-I_2 - I_3 + I_{12} = 0$	б
$I_3 - I_4 - I_9 - I_{10} = J$	г
$-I_4 - I_5 + I_8 = -J$	е
$I_5 - I_6 - I_7 = 0$	д
$I_6 - I_8 - I_{11} = 0$	с
$R_2 I_2 - R_{12} I_{12} = 0$	контур 1-1
$R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_{10} I_{10} + R_{12} I_{12} = E_{10}$	2-2
$R_9 I_9 - R_{10} I_{10} = E_9 - E_{10}$	3-3
$R_4 I_4 - R_8 I_8 - R_9 I_9 + R_{11} I_{11} = -E_9$	4-4
$R_5 I_5 + R_6 I_6 + R_8 I_8 = 0$	5-5
$-R_6 I_6 + R_7 I_7 - R_{11} I_{11} = 0$	6-6

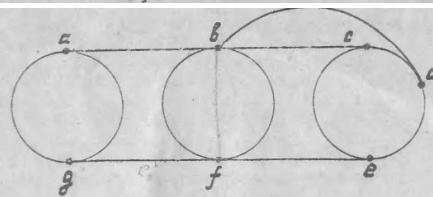


Рис. 1.2.

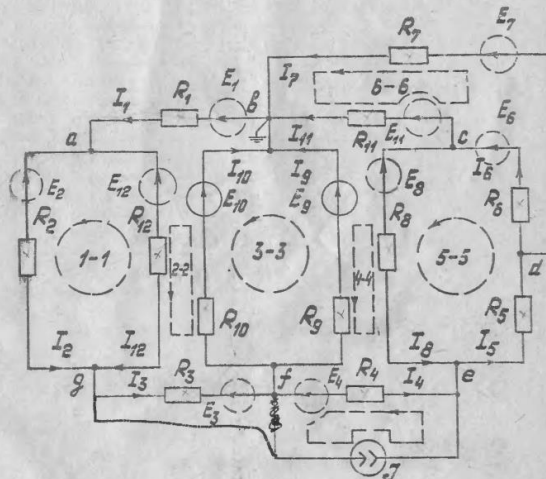


Рис. 1.3.

Система в матричной форме (1.1)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
2	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	1	-1	0	0	0	0	-1	-1	0	0
4	0	0	0	1	-1	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	-1	0
7	0	9,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-24
8	8,2	0	10	0	0	0	0	0	0	20	0	24
9	0	0	0	0	0	0	0	0	18	-20	0	0
10	0	0	0	11	0	0	0	-16	-18	0	22	0
11	0	0	0	0	11,3	0	16	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	11,3	13	0	0	0	-22	0	0

[A] =

[B] - 10; 2,927; 0; -2,927; 0; 0; 0; 15; 9; -24; 0; 0; 1

Результаты расчета на ЭВМ

[I] - 1,644; 1,192; -1,283; 0,446; -9,866; 0,456; -0,327; 0,695; 0,175; 0,317; 0,459

Метод контурных токов.

Система уравнений по методу контурных токов

- 12 -

$$\begin{cases} (R_2 + R_{12})I_{11} - R_{12}I_{22} = 0; & \text{контур 1-1} \\ -R_{12}I_{11} + (R_1 + R_3 + R_{10} + R_{12})I_{22} - R_{10}I_{33} - R_3I = E_{10}; & 2-2 \\ -R_{10}I_{22} + (R_3 + R_{10})I_{33} - R_3I_{44} = E_9 - E_{10}; & 3-3 \\ -R_3I_{33} + (R_4 + R_8 + R_9 + R_{11})I_{44} - R_8I_{55} - R_{11}I_{66} - R_4I = -E_9; & 4-4 \\ -R_8I_{44} + (R_5 + R_6 + R_8)I_{55} - R_8I_{66} = 0; & 5-5 \end{cases}$$

В матричной форме (1.2), (1.3)

	1	2	3	4	5	6
1	33,1	-24	0	0	0	0
2		62,2	-20	0	0	0
3			38	-18	0	0
4				67	-16	-22
5					41	-13
6						50

[R_x] =

[E] - 0,0,0,0,0,0,0,0,24,15,0,0; [J] - 2,927;

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

[C_E] =

$$\begin{cases} V_a(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{12}}) - V_g(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{12}}) = 0; & \text{узел a} \\ -V_a(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{12}}) + V_g(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3}) - V_f \cdot \frac{1}{R_3} = -J; & \text{г} \\ -V_g \cdot \frac{1}{R_3} + V_f(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}) - V_e \cdot \frac{1}{R_4} = -E_9 \cdot \frac{1}{R_9} - E_{10} \cdot \frac{1}{R_{10}}; & \text{f} \\ -V_f \cdot \frac{1}{R_4} + V_e(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}) - V_d \cdot \frac{1}{R_5} - V_c \cdot \frac{1}{R_6} = J; & \text{e} \\ -V_e \cdot \frac{1}{R_5} + V_d(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}) - V_c \cdot \frac{1}{R_6} = 0; & \text{d} \\ -V_e \cdot \frac{1}{R_6} - V_d \cdot \frac{1}{R_6} + V_c(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_{11}}) = 0; & \text{c} \end{cases}$$

Представим систему в матричной форме (1.4)

	1	2	3	4	5	6	
1	0,27431	-0,15684	0	0	0	0	a
2	-0,15617	0,25243	-0,1	0	0	0	г
3	0	-0,1	0,29606	-0,09128	0	0	f
4	0	0	-0,09134	0,23711	-0,08333	-0,06314	e
5	0	0	0	-0,09143	-0,22702	-0,07711	d
6	0	0	0	-0,06305	-0,08323	0,18541	c

[G_y] =

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	-1
4	0	0	0	1	0	0	-1
5	0	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	1	-1	0
7	0	0	0	0	0	1	0
8	0	0	0	-1	1	0	0
9	0	0	1	-1	0	0	0
10	0	1	-1	0	0	0	0
11	0	0	0	1	0	-1	0
12	-1	1	0	0	0	0	0

[D] =

Результаты расчета на ЭВМ

Контурные токи [I_K] - 1,192; 1,645; 1,466; 0,773; 0,446; 0,456

Токи ветвей [I] - 1,644; 1,192; -1,283; -2,154; 0,446; -9,865; 0,456; -0,327; 0,695; 0,175; 0,317; 0,459

Метод узловых потенциалов

Система уравнений по методу узловых потенциалов. Потенциал узла b примем равным нулю (V_b=0).

- 14 -

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
3	0	0	-1	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0
4	0	0	0	-1	-1	0	0	-1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	-1	0

[F] =

Примечание: Матрица сформирована с учетом замечания 1.3 (рис. 1.3)

$$[H] = [0; -1; 0; 1; 0; 0]^T; [J] = [2,97];$$

$$[G_0] = \text{diag}(0,12201; 0,11032; 0,10021; 0,09107; 0,08334; 0,07705; 0,06613; 0,06332; 0,05622; 0,05017; 0,04512; 0,04241)$$

$$[E] = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 24; 15; 0; 0]^T;$$

Результаты расчета на ЗЕМ
Узловые потенциалы: $[V] = [-13,478; -24,323; 11,490; 12,200; 6,848; 6,972]$

Токи ветвей: $[I] = [1,644; 1,192; -1,283; 0,446; -9,866; 0,456; -0,327; 0,695; 0,175; 0,317; 0,452]^T$

Баланс мощностей: $P_H = -128,208 \text{ Вт}; P_n = -128,207 \text{ Вт},$
т.е. $P_H \approx P_n$.

Примечание: В методе узловых потенциалов программа выводит абсолютные значения токов в ветвях цепи и их направления.

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С СИНУСОИДАЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

Цель работы - освоение комплексного метода расчета цепи синусоидального тока; составление комплексных уравнений и их решения с помощью ЗЕМ.

Содержание работы

2. Подготовка к выполнению работы.

2.1. Составление задания.

Граф электрической цепи - тот же, что и в первой работе. Но теперь в схему вводятся источники синусоидального напряжения и тока частоты $f = 50 \text{ Гц}$ ($\omega = 100 \text{ рад/с}$). Всего используется два источника - ЭДС и источник тока. Действующие значения E и начальные фазы ЭДС ψ_E указаны в табл. 2.1. Действующее значение источника тока определяется как $I = E/Z_{min}$, где Z_{min} - минимальное из полных сопротивлений ветвей. Начальные фазы источников тока приведены в табл. 2.2.

Вводить дополнительные источники в параллельные ветви, как это делалось в первой работе, в настоящем задании не требуется.

Ветви включают в себя следующие элементы: сопротивления R , индуктивности L и емкости C . В каждую ветвь вводится одна ветвь RL (последовательное соединение R и L) и одна RC (последовательное соединение R и C), все остальные ветви содержат только чистые R , только L и только C элементы. Число ветвей рода L и рода C оговорено в табл. 2.3, рода R - все оставшиеся ветви.

Таблица 2.1
Параметры ЭДС

Группа	1	2	3	4
E , В	220	380	36	24
ψ_E , град	90	120	150	-30

Таблица 2.2
Параметры источника тока

Группа	1	2	3	4
I , А	180	30	120	60

Таблица 2.3
Число ветвей с элементами R или L или C

Группа	1	2	3	4
Только L	7	6	4	5
Только C	1	2	4	3

Таблица 2.4
Начальное значение в ряду сопротивлений

Группа	1	2	3	4
R , Ом	1.6	3.0	12	18

Таблица 2.5
Набор индуктивностей и емкостей для каждой группы

Группа	1	2	3	4
L , Гн	2.0; 2.2; 2.4 2.6; 2.8; 3.0 3.2; 3.5	8.0; 8.2; 8.4 8.6; 8.8; 9.0 9.2; 9.5	30; 31 32; 33 34	42; 43 44; 45 46
C , мкФ	4.7; 5.6 1.0	0.68; 0.82	0.22; 0.27; 0.18; 0.22 0.33; 0.39; 0.27; 0.33	0.47

Параметры резисторов R выбираются из ряда номинальных значений из табл. 1.1. Из этого ряда берутся последовательно идущие друг за другом значения, начиная с того, которое указано в табл. 2.4.

Величины емкостей и индуктивностей, используемые при построении схемы, даны в табл. 2.5.

Замечание: если число значений емкостей или индуктивностей, приведенных в табл. 2.5, недостаточно, то некоторые значения можно использовать повторно.

2.2. Методические указания для составления матричных уравнений по законам Кирхгофа, методу контурных токов и методу узловых потенциалов аналогичны пунктам 1.2 работы 1 с учетом комплексного характера систем уравнений.

ПРИМЕР. Подготовить данные для расчета на ЗЕМ токов ветвей электрической цепи синусоидального тока (рис. 2.1) по законам Кирхгофа, методом контурных токов и методом узловых потенциалов.

Дано: $I = 0,89$; $R_1 = 20 \text{ Ом}; R_2 = 70 \text{ Ом}; R_3 = 50 \text{ Ом};$
 $x_{L3} = 1/\omega C_3 = 120 \text{ Ом}; x_{L4} = \omega L_4 = 100 \text{ Ом}; x_{C2} = 1/\omega C_2 = 50 \text{ Ом};$
 $E_1 = j120 \text{ В}; E_2 = -j100 \text{ В}; E_3 = (1-j)100 \text{ В}.$

Подготовка к расчету на ЗЕМ.
Система уравнений по законам Кирхгофа

$$\begin{cases} -\dot{I}_1 - \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = \dot{J}; & \text{узел а} \\ -\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_5 = 0; & \text{в} \\ \dot{I}_1 - \dot{I}_5 + \dot{I}_6 = 0; & \text{с} \\ R_1 \dot{I}_1 + (R_2 + jx_{L2}) \dot{I}_2 - jx_{L4} \dot{I}_4 = \dot{E}_1; & \text{контур 1-1} \\ -(R_3 + jx_{L3}) - jx_{C2} \dot{I}_2 - R_5 \dot{I}_5 = \dot{E}_2; & 2-2 \\ jx_{L4} \dot{I}_4 + R_5 \dot{I}_5 + jx_{C3} \dot{I}_3 = -\dot{E}_3. & 3-3 \end{cases}$$

Подставив числовые значения, запишем ее в матричной форме типа (1.1)

$$[A][\dot{I}] = [\dot{B}],$$

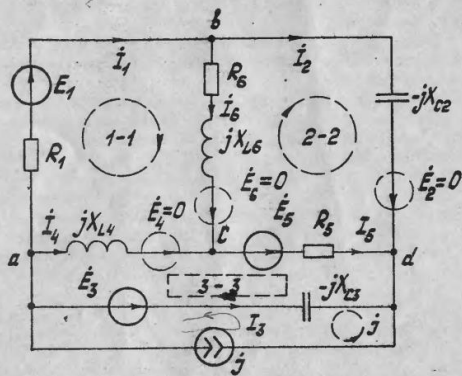


Рис. 2.1.

$$[A] = \begin{bmatrix} -1+j0 & 0+j0 & -1+j0 & -1+j0 & 0+j0 & 0+j0 \\ 1+j0 & -1+j0 & 0+j0 & 0+j0 & 0+j0 & -1+j0 \\ 0+j0 & 0+j0 & 1+j0 & 0+j0 & 0+j0 & 1+j0 \\ 20+j0 & 0+j0 & 0+j0 & 0-j100 & 0+j0 & -30-j50 \\ 0+j0 & 0-j50 & 0+j0 & 0+j0 & -70+j0 & 30+j50 \\ 0+j0 & 0+j0 & 0+j120 & 0+j100 & 70+j0 & 0+j0 \end{bmatrix}$$

$$[B] = [(59; 0); (0; 0); (0; 0); (0; 120); (-100; 100); (0; 100)]^T = \\ = [\dot{J}; 0; 0; \dot{E}_1; -\dot{E}_5; -\dot{E}_3]; [I] = [\dot{I}_1; \dot{I}_2; \dot{I}_3; \dot{I}_4; \dot{I}_5; \dot{I}_6]^T.$$

Система уравнений по методу контурных токов

$$\begin{cases} (R_1 + R_6 + j\omega L_4 + j\omega L_6) \dot{I}_1 + (-R_6 - j\omega L_6) \dot{I}_2 + (j\omega L_4 + j\omega L_6) \dot{I}_3 = \dot{E}_1 + 0 \dot{E}_5 + 0 \dot{E}_3 - 0 \dot{J}; \\ (-R_6 - j\omega L_6) \dot{I}_1 + (R_6 + R_5 + j\omega L_4 + j\omega L_6 + j\omega L_3) \dot{I}_2 + (-R_5) \dot{I}_3 = 0 \dot{E}_1 + 0 \dot{E}_5 + (-1) \dot{E}_3 - 0 \dot{J}; \\ (j\omega L_4) \dot{I}_1 + (-R_5) \dot{I}_2 + (R_5 + j\omega L_4 + j\omega L_3) \dot{I}_3 = 0 \dot{E}_1 + (-1) \dot{E}_3 - (j\omega L_3) \dot{J}; \end{cases}$$

Подставляем в систему числовые значения:

$$\begin{cases} (50 + j50) \dot{I}_1 + (-30 - j100) \dot{I}_2 + (j50) \dot{I}_3 = 1 \cdot \dot{E}_1 + 0 \cdot \dot{E}_5 + 0 \cdot \dot{E}_3 - 0 \cdot \dot{J}; \\ (-30 - j100) \dot{I}_1 + (100 + j50) \dot{I}_2 + (-70) \dot{I}_3 = 0 \cdot \dot{E}_1 + (-1) \dot{E}_3 + 0 \cdot \dot{E}_5 - 0 \cdot \dot{J}; \\ (-j50) \dot{I}_1 + (-70) \dot{I}_2 + (70 - j70) \dot{I}_3 = 0 \cdot \dot{E}_1 + (-1) \dot{E}_3 + 1 \cdot \dot{E}_5 - (j120) \dot{J}; \end{cases}$$

и записываем ее в матричной форме типа (1.2)

$$[Z_K][I_K] = [C_E][E_E] - [Z_J][J] \\ [I_K] = [\dot{I}_1; \dot{I}_2; \dot{I}_3];$$

$$[Z_K] = \begin{bmatrix} 50+j150 & -30-j100 & -j50 \\ -30-j100 & 100+j50 & -70 \\ -j50 & -70 & 70-j70 \end{bmatrix}; [E_E] = \begin{bmatrix} 200 \exp(j90^\circ) \\ 0 \exp(j0^\circ) \\ 100 \exp(-j90^\circ) \\ 0 \exp(j0^\circ) \\ 141,421 \exp(-j45^\circ) \\ 0 \exp(j0^\circ) \end{bmatrix};$$

$$[C_E] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; [Z_J] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -j120 \end{bmatrix};$$

В матрице отсутствуют элементы 2, 4 и 6 столбцов, так как во 2, 4 и 6-й ветвях отсутствуют источники ЭДС.

Составим систему уравнений, описывающую связь между неизвестными токами ветвей и контурными токами. Предварительно выбираем положительные направления токов ветвей, как показано на рис. 3.

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 1 \cdot \dot{I}_1 + 0 \cdot \dot{I}_2 + 0 \cdot \dot{I}_3 + 0 \dot{J}; \\ \dot{I}_2 = 0 \cdot \dot{I}_1 + 1 \cdot \dot{I}_2 + 0 \cdot \dot{I}_3 + 0 \dot{J}; \\ \dot{I}_3 = 0 \cdot \dot{I}_1 + 0 \cdot \dot{I}_2 + (-1) \dot{I}_3 + (-1) \dot{J}; \\ \dot{I}_4 = (-1) \dot{I}_1 + 0 \cdot \dot{I}_2 + 1 \cdot \dot{I}_3 + 0 \dot{J}; \\ \dot{I}_5 = 0 \cdot \dot{I}_1 + (-1) \dot{I}_2 + 1 \cdot \dot{I}_3 + 0 \dot{J}; \\ \dot{I}_6 = 1 \cdot \dot{I}_1 + (-1) \dot{I}_2 + 0 \cdot \dot{I}_3 + 0 \dot{J}. \end{cases}$$

Записываем систему в матричной форме

$$[I_E] = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \\ \dot{I}_6 \end{bmatrix}; [\theta] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; [I_K] = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{J} \end{bmatrix}.$$

Составим систему уравнений по методу узловых потенциалов, приняв предварительно потенциал узла разным нулю ($V_0 = 0$).

$$\begin{aligned} \text{узел а } \dot{V}_a \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_4} + \frac{1}{j\omega L_6} \right) - \dot{V}_b \frac{1}{R_1} - \dot{V}_c \frac{1}{j\omega L_4} &= -\frac{\dot{E}_1}{R_1} - \frac{\dot{E}_3}{j\omega L_6} - \dot{J}; \\ \text{узел в } -\dot{V}_a \frac{1}{R_1} + \dot{V}_b \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6 + j\omega L_6} + \frac{1}{j\omega L_2} \right) - \dot{V}_c \frac{1}{R_6 + j\omega L_6} &= \frac{\dot{E}_1}{R_1}; \\ \text{узел с } -\dot{V}_a \frac{1}{j\omega L_4} - \dot{V}_b \frac{1}{R_6 + j\omega L_6} + \dot{V}_c \left(\frac{1}{j\omega L_4} + \frac{1}{R_5 + j\omega L_5} + \frac{1}{R_5} \right) &= \frac{\dot{E}_3}{R_5}. \end{aligned}$$

Подставим в эту систему числовые выражения, учтя дополнительные (нулевые) ЭДС в ветвях в соответствии с замечанием (1.3)

$$\begin{aligned} \dot{E}_2 = \dot{E}_4 = \dot{E}_6 = 0; \\ \dot{V}_a (0,05 + j0,0167) - \dot{V}_b \cdot 0,05 - \dot{V}_c \cdot 0,01 = (-1) \dot{E}_1 + (-1) \dot{E}_3 (j0,00833) + \\ + (-1) \dot{E}_4 (j \cdot 0,01) + (-1) \cdot \dot{J}; \\ -\dot{V}_a \cdot 0,05 + \dot{V}_b (0,05882 + j0,00529) - \dot{V}_c (0,00882 - j0,01471) = 1 \dot{E}_1 + 0,05 + \\ + (-1) \dot{E}_5 (0,00882 - j0,01471) + (-1) \dot{E}_2 \cdot 0,02 + 0 \cdot \dot{J}; \\ -\dot{V}_a \cdot (-0,01) - \dot{V}_b (0,00882 - j0,01471) + \dot{V}_c (0,02311 - j0,02471) = \\ = 1 \dot{E}_1 (j0,01) + 1 \dot{E}_3 (0,00822 - j0,01471) + (-1) \dot{E}_5 (0,01429 + j0) + 0 \cdot \dot{J}; \end{aligned}$$

Перейдем к матричной форме типа (1.4)

$$[Y_y][\dot{V}] = [C][Y_b][\dot{E}_b] + [D][\dot{J}],$$

$$[Y_y] = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0,05+j0,00167 & -0,05+j0 & -0,01+j0 \\ \hline -0,05+j0 & 0,05882+j0,00529 & -0,00882+j0,01471 \\ \hline 0,01+j0 & -0,00882+j0,01471 & 0,02311-j0,02471 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} a \\ b \\ c \end{array};$$

$$[\dot{V}] = [\dot{V}_a; \dot{V}_b; \dot{V}_c]^T; [Y_b] = \text{diag}[1/R_1; 1/(-jx_{c2}); 1/(-jx_{c3});$$

$$1/jx_{L4}; 1/R_5; 1/(R_6 + jx_{L6})] - [(0,05+j0); (0+j0,02); (0+j0,00833); (0-j0,01); (0,01429+j0); (0,00882-j0,01471)];$$

$$[C] = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ \hline \end{array};$$

$$[D] = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array};$$

$$[\dot{J}] = [(0,89+j0)];$$

$$[E_b] = \begin{array}{|c|} \hline 120 \exp(j90^\circ) \\ \hline 0 \\ \hline 100 \exp(-j90^\circ) \\ \hline 0 \\ \hline 100 \exp(-45^\circ) \\ \hline 0 \\ \hline \end{array};$$