МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Российской федерации

филиал федерального государственного бюджетного

образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

в г. Смоленске.

Кафедра ЭЭС

Расчётно-графическое задание

По дисциплине: «Статистика в задачах электроэнергетики»

Статистические задачи и решения

Студент: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Группа: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Смоленск, 2024 г.

Задание

1. Построить статистическую функцию распределения (СФР) для выборки значений СВ №1 (20 значений);
2. Найти точечную оценку значений основных числовых характеристик стат. данных для выборок №1и № 2 (100 значений): выборочного среднего, выборочной и исправленной дисперсий, выборочного среднеквадратичного отклонения;
3. Найти доверительные оценки математических ожиданий и дисперсий для двух выборок (принять доверительную вероятность равной 0,95);
4. Построить гистограмму для выборки № 2;
5. Сгладить СФР и гистограмму теоретическим нормальным законом распределения СВ;
6. Проверить гипотезу о нормальном распределении СВ выборки № 1 при помощи критерия согласия Колмогорова (по СФР);
7. Проверить гипотезу о нормальном распределении СВ выборки № 2 при помощи критерия согласия «ХИ-Квадрат Пирсона» (по гистограмме). При проверке гипотез принять уровень значимости равным 0,1.
8. **Построение статистической функции распределения (СФР) для выборки значений СВ №1 (20 значений).**

Рассчитаем вероятность появления СВ по формуле:

Определим значение СФР F(x)\*:

Аналогично рассчитываем величины СФР для остальных значений (результаты сведены в таблице 1).

Таблица 1. Результаты расчётов статистической и интегральной функции распределения СВ.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 19 | 29 | 32 | 41 | 44 | 46 | 49 | 58 | 61 | 71 |
|  | 1 | 1 | 1 | 3 | 4 | 4 | 3 | 1 | 1 | 1 |
| \* | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,15 | 0,2 | 0,2 | 0,15 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| \* | 0 | 0,05 | 0,1 | 0,15 | 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,85 | 0,9 | 0,95 |
|  | 0,0091 | 0,0735 | 0,1190 | 0,3594 | 0,4641 | 0,5359 | 0,6406 | 0,8810 | 0,9265 | 0,9909 |
| |\*- | 0,0091 | 0,0235 | 0,0190 | 0,2094 | 0,1641 | 0,0359 | 0,0594 | 0,0310 | 0,0265 | 0,0409 |

1. **Оценка числовых характеристик статического распределения выборки №1: выборочного среднего, выборочной и исправленной дисперсий, выборочного среднеквадратичного отклонения.**

Выборка №1:

1. Выборочное среднее

1. Выборочная дисперсия
2. Исправленная выборочная дисперсия

;

1. Среднеквадратичное отклонение

;

1. **Оценка числовых характеристик статического распределения выборки №2: выборочного среднего, выборочной и исправленной дисперсий, выборочного среднеквадратичного отклонения.**

Аналогично пункту 1 рассчитаем вероятность появления СВ для выборки №2 по формуле:

А так же определим значение СФР F(x)\*. Результаты расчётов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты расчётов вероятности появления значений СВ.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 15 | 17 | 25 | 28 | 30 | 35 | 39 | 40 | 42 | 45 | 46 | 47 | 49 | 53 | 55 | 56 | 58 | 65 | 75 | 80 |
|  | 1 | 1 | 1 | 2 | 4 | 2 | 4 | 3 | 6 | 11 | 15 | 16 | 8 | 7 | 4 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| \* | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,02 | 0,04 | 0,02 | 0,04 | 0,03 | 0,06 | 0,11 | 0,15 | 0,16 | 0,08 | 0,07 | 0,04 | 0,05 | 0,04 | 0,03 | 0,02 | 0,01 |

1. Выборочное среднее

1. Выборочная дисперсия
2. Исправленная выборочная дисперсия

;

1. Среднеквадратичное отклонение

1. **Построение теоретической интегральной функции распределения.**

По методу моментов:

Выдвинем гипотезу о нормальном законе распределения СВ и определим значения интегральной функции для каждого х:

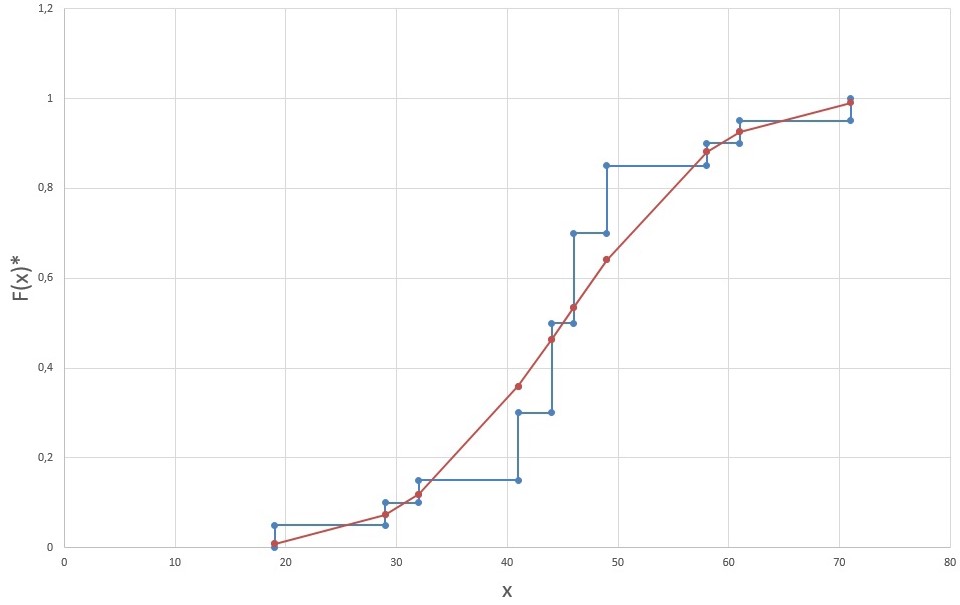
СФР и теоретическая функция нормального закона распределения СВ, построенные по данным табл. 1, представлены на рис. 1.

Рис.1. СФР (синий цвет) и интегральная функция распределения СВ (красный цвет).

1. **Интервальные оценки числовых характеристик статистических распределений.**

Доверительная вероятность принята равной

Выборка 1:

Доверительный интервал для математического ожидания :

Тогда, доверительный интервал для математического ожидания:

Доверительный интервал для дисперсии:

Тогда, доверительный интервал для дисперсии:

Выборка 2:

Доверительный интервал для математического ожидания :

;

;

Тогда, доверительный интервал для математического ожидания:

;

;

Доверительный интервал для дисперсии:

;

;

;

;

Тогда, доверительный интервал для дисперсии:

.

1. **Построение гистограммы.**

Таблица 3. Исходные данные выборки 2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 15 | 17 | 25 | 28 | 30 | 35 | 39 | 40 | 42 | 45 | 46 | 47 | 49 | 53 | 55 | 56 | 58 | 65 | 75 | 80 |
|  | 1 | 1 | 1 | 2 | 4 | 2 | 4 | 3 | 6 | 11 | 15 | 16 | 8 | 7 | 4 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Разобьем выборку на интервале шириной

;

Определить число интервалов k:

;

Вычисляем параметры гистограммы:

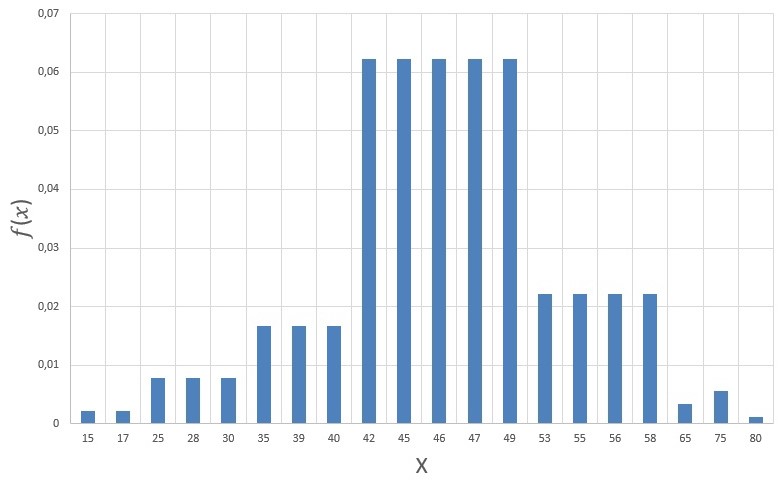
Статистическая вероятность:

;

Значение ординат гистограммы:

;

Результаты расчетов сводим в таблицу.

Таблица 4. Параметры гистограммы.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 15…24 | 24…33 | 33…42 | 42…51 | 51…60 | 60…69 | 69…77 | 77…80 |
|  | 2 | 7 | 15 | 56 | 20 | 3 | 5 | 1 |
|  | 0,02 | 0,07 | 0,15 | 0,56 | 0,20 | 0,03 | 0,05 | 0,01 |
|  | 0,0022 | 0,0078 | 0,0167 | 0,0622 | 0,0222 | 0,0033 | 0,0056 | 0,0011 |

Рисунок 2 – Гистограмма.

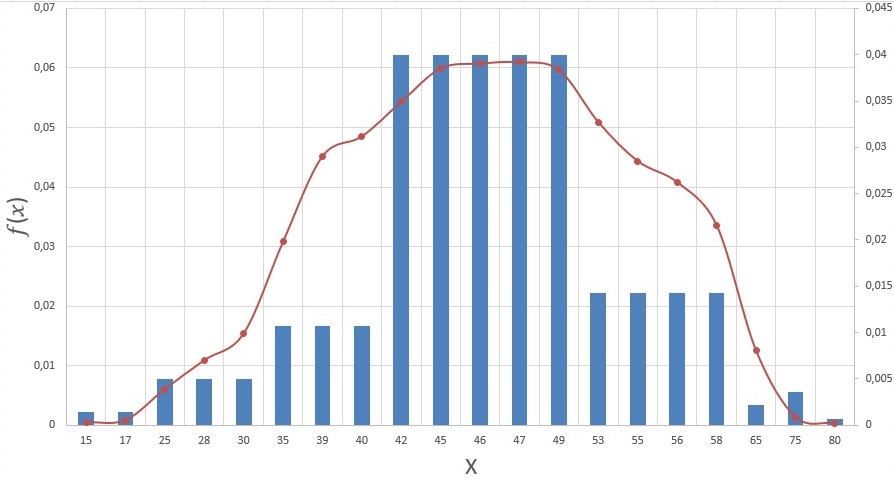
1. **Сглаживание статистических законов распределения СВ теоретическим нормальным законом распределения.**
   1. Сглаживание СФР.

* 1. Сглаживание гистограммы.

Рассчитаем значения дифференциальной функции распределения случайной величины X для интервалов гистограммы по формуле:

Таблица 5. Параметры гистограммы – сглаживание.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 15…24 | 24…33 | 33…42 | 42…51 | 51…60 | 60…69 | 69…77 | 77…80 |
|  | 2 | 7 | 15 | 56 | 20 | 3 | 5 | 1 |
|  | 0,02 | 0,07 | 0,15 | 0,56 | 0,20 | 0,03 | 0,05 | 0,01 |
|  | 0,0022 | 0,0078 | 0,0167 | 0,0622 | 0,0222 | 0,0033 | 0,0056 | 0,0011 |
|  | 0,0113 | 0,0747 | 0,2287 | 0,3435 | 0,2424 | 0,0809 | 0,0131 | 0,0009 |
|  | 0,00119 | 0,08364 | 0,026794 | 0,039225 | 0,03624 | 0,008022 | 0,001121 | 0,000268 |

Рисунок 3 – Гистограмма – сглаживание.

* 1. Проверка гипотезы о нормальном распределении.

Проверка согласия по критерию Колмогорова:

;

;

– Выбранный уровень значимости;

По таблице определяем

больше выбранного уровня значимости (), значит, гипотеза может быть принята.

Проверка согласия по критерию Х2 – Пирсона:

Определим число степеней свободы:

где k – число интервалов; a – число связей.

Тогда, число степеней свободы:

;

По таблице критических значений χкр2 при уровне значимости α = 0,1 и числе степеней свободы 4 найдем χкр2≈ 1,06. Так как рассчитанное значение больше (3,08 > 1,06) гипотезу о нормальном распределении нельзя принять при данном уровне значимости.