

УДК 621.3
ББК 31.2
Т33

Авторы:

Л. А. Бессонов, И. Г. Демидова, М. Е. Заруди, В. П. Каменская,
Т. А. Любарская, С. Э. Расовская

Теоретические основы электротехники: Методические
Т 33 указания и контрольные задания для студентов технических
специальностей вузов/ Л. А. Бессонов, И. Г. Демидова,
М. Е. Заруди и др.—3-е изд., испр. — М.: Высш. шк.,
2003. — 159 с.

УДК 621.3
ББК 31.2

© ФГУП «Издательство «Высшая школа», 2003

Оригинал-макет данного издания является собственностью издательства «Высшая школа», и его репродуцирование (воспроизведение) любым способом без согласия издательства запрещается.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
Общие методические указания	6
Методические указания к выполнению контрольных заданий	8
Литература	9
<i>Задание 1. Линейные электрические цепи постоянного и синусоидального тока</i>	11
<i>Задание 2. Четырехполюсники, трехфазные цепи, периодические несинусоидальные токи, электрические фильтры, цепи с управляемыми источниками</i>	33
<i>Задание 3. Переходные процессы в линейных электрических цепях, спектральный метод, цепи с распределенными параметрами, синтез цепей</i>	55
<i>Задание 4. Нелинейные магнитные и электрические цепи</i>	79
<i>Задание 5. Незменяемые во времени электрические и магнитные поля</i>	111
<i>Задание 6. Переменное электромагнитное поле</i>	145
Приложения	158

ПРЕДИСЛОВИЕ

Курс «Теоретические основы электротехники» состоит из трех частей. Первая и вторая части — теория линейных и нелинейных электрических цепей (этот раздел иногда называют в учебных планах курсами «Теория цепей» или «Теория цепей и сигналов»). Третья часть — «Теория электромагнитного поля».

Студенты изучают теорию, выполняют лабораторные работы, курсовые (контрольные) задания, сдают зачеты и экзамены.

В данном пособии представлены курсовые (контрольные) задания по всем трем частям курса. Оно может быть использовано для студентов трех форм обучения: дневной, вечерней и заочной.

Задания 1 и 2 соответствуют первой части курса, задания 3 и 4 — второй части, задания 5 и 6 — третьей. Все задания стовариантные, т. е. они в достаточной степени индивидуализированы.

Каждое контрольное задание содержит две группы задач. Первая группа — задачи по основному материалу разделов, охватываемых данным заданием. Эти задачи предназначены для всех специальностей. Вторая группа — задачи, которые выполняются по указанию кафедры «Теоретические основы электротехники» (или кафедры «Теория электрических цепей») конкретного вуза. К ним относятся задачи на матрично-топологические методы расчета цепей, на расчет многоконтурных электрических цепей с обратными связями и управляемыми источниками, расчет трехфазных цепей, магнитных цепей, на расчет переходных процессов в линейных и нелинейных цепях методом пространства состояний, на расчет переходных процессов в цепях с распределенными параметрами, на применение метода интегральных уравнений для расчета электромагнитных полей и задачи на другие темы. Можно заменить часть задач первой группы на задачи второй группы этого же задания, если в этом возникнет необходимость в том или ином вузе.

Для облегчения выполнения расчетных заданий по ряду вопросов даны пояснения и примеры расчетов.

По сравнению с предыдущим изданием (1987 г.) в некоторых контрольных заданиях небольшая часть задач (в III части) заменена новыми, в некоторых — включены дополнительные пункты, изменены параметры элементов схем, даны пояснения к решению.

Задания составлены преподавателями кафедры «Теоретические основы электротехники» Московского государственного института радиотехники, электроники и автоматики (Технический университет) Л. А. Бессоновым, М. Е. Заруди, И. Г. Демидовой, В. П. Каменской, С. Э. Расовской и Т. А. Любарской.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Курс «Теоретические основы электротехники» состоит из основной и специальной (дополнительной) частей. Основная часть обязательна для студентов всех специальностей, в учебных планах которых имеется этот курс; она является как бы ядром курса. Специальная (дополнительная) часть в неодинаковой степени обязательна для студентов различных специальностей. В специальную часть входят: синтез четырехполюсников, случайные процессы, цепи с переменными во времени параметрами и др.

При изучении курса ТОЭ студентам необходимо составлять конспект, в который полезно выписывать основные законы, определения и формулы. Конспект окажет большую помощь при выполнении контрольных заданий и при подготовке к экзаменам.

При изучении курса и выполнении контрольных заданий рекомендуются учебники и учебные пособия, вышедшие в последние годы.

Достаточно полный перечень вопросов для самопроверки дан в учебнике Л. А. Бессонова «Теоретические основы электротехники». Там же приведены задачи с решениями по всему курсу ТОЭ. Для лучшего усвоения курса рекомендуется просмотреть решения этих задач.

По всем трем частям курса ТОЭ предусмотрены лабораторные работы. Содержание лабораторных работ определяется спецификой вуза, оснащением лабораторий оборудованием и т. д.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ТОЭ

По I и II частям:

1. Исследование линейной электрической цепи постоянного тока.
2. Исследование нелинейных электрических цепей постоянного тока и исследование автоколебаний.

3. Исследование разветвленной цепи синусоидального тока, частотные характеристики.

4. Исследование четырехполосника.

5. Исследование электрической цепи, содержащей магнитно-связанные катушки индуктивности.

6. Исследование трехфазных цепей.

7. Исследование электрической цепи с выпрямителем.

8. Исследование свойств последовательной и параллельной феррорезонансных цепей.

9. Исследование переходных процессов.

10. Исследование режима стоячих и бегущих волн в линии с распределенными параметрами.

11. Исследование электрических фильтров.

12. Исследование цепной схемы.

По III части:

1. Моделирование плоскопараллельных полей на электропроводной бумаге.

2. Исследование магнитного экранирования в постоянном и переменном полях.

3. Исследование поля системы заряженных тел.

4. Исследование волновода.

5. Исследование поля электрического и магнитного излучателей.

К выполнению лабораторных работ допускаются только подготовленные студенты, т. е. проработавшие соответствующие разделы курса, подготовившие необходимую документацию к работе, прошедшие собеседование с преподавателем (коллоквиум). После выполнения и защиты лабораторной работы студенту ставится зачет.

Для более углубленного изучения теорий цепей и поля рекомендуются учебные пособия, приведенные в списке дополнительной литературы, а также «Сборник задач по ТОЭ» (под ред. Л. А. Бессонова. М., «Высшая школа», 2003), в котором имеется около 40% задач с решениями.

Экзаменационные билеты по курсу ТОЭ составляются соответствующими кафедрами вузов и утверждаются в установленном порядке. Каждый теоретический вопрос билета должен поясняться конкретным примером. Пример приводится в билете или составляется самим экзаменуемым студентом. Перед экзаменом ему рекомендуется проверить свои знания вопросы для самопроверки и решить несколько задач из каждого раздела.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

При изучении курса ТОЭ студенты приобретают необходимые знания об основных методах расчета и физических процессах, происходящих в электрических цепях и электромагнитных полях.

Одним из основных видов занятий является выполнение контрольных заданий (курсовых работ).

К представленным на проверку контрольным заданиям предъявляются следующие требования:

1. Основные положения решения должны быть достаточно подробно пояснены.

2. Рисунки, графики, схемы, в том числе и заданные условием задачи, должны быть выполнены аккуратно и в удобочитаемом масштабе.

3. В тетради следует оставлять поля шириной не менее 4 см для замечаний преподавателя.

4. Вычисления должны быть сделаны с точностью до третьей значащей цифры.

5. Контрольные задания должны быть датированы и подписаны студентом.

6. Незачтенное контрольное задание должно быть выполнено заново и представлено на повторную проверку вместе с первоначальной работой и замечаниями преподавателя. Исправления ошибок в ранее проверенном тексте не допускаются. Если неправильно выполнена не вся работа, а только часть ее, то переработанный и исправленный текст следует записать в тетради после первоначального текста под заголовком «Исправление ошибок».

Контрольные задания зачитываются, если решения не содержат ошибок принципиального характера и выполнены все перечисленные требования.

Работа над контрольным заданием помогает студентам проверить степень усвоения ими курса, вырабатывает у них навык четко и кратко излагать свои мысли. Для успешного достижения этой цели необходимо руководствоваться следующими правилами:

1. Начиная решение задачи, указать, какие физические законы или расчетные методы предполагается использовать при решении, привести математическую запись этих законов и методов.

2. Тщательно продумать, какие буквенные или цифровые обозначения предполагается использовать в решении. Пояснить значение каждого обозначения.

3. В ходе решения задачи не следует изменять однажды принятые направления токов и наименования узлов, сопротивлений, а также обозначения, заданные условием. При решении одной и той же задачи различными методами одну и ту же

величину надлежит обозначать одним и тем же буквенным символом.

4. Расчет каждой определяемой величины следует выполнить сначала в общем виде, а затем в полученную формулу подставить числовые значения и привести окончательный результат с указанием единиц измерения. При решении системы уравнений целесообразно воспользоваться известными методами упрощения расчета определителей (например, вынесение за знак определителя общего множителя и др., а иногда и еще проще — методом подстановки).

5. Промежуточные и конечные результаты расчетов должны быть ясно выделены из общего текста.

6. Решение задач не следует перегружать приведением всех алгебраических преобразований и арифметических расчетов.

7. Для элементов электрических схем следует пользоваться обозначениями, применяемыми в учебниках по ТОЭ.

8. Каждому этапу решения задачи нужно давать пояснения.

9. При построении кривых выбирать такой масштаб, чтобы на 1 см оси координат приходилось $1 \cdot 10^{+n}$ или $2 \cdot 10^{+n}$ единиц измерения физической величины, где n — целое число. Градуировку осей выполнять, начиная с нуля, равномерно через один или через два сантиметра. Числовые значения координат точек, по которым строятся кривые, не приводить. Весь график в целом и отдельные кривые на нем должны иметь названия.

ЛИТЕРАТУРА

Учебники

Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники, электрические цепи.— М.: Высшая школа, 1996.

Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники, электрические цепи.— М.: Гардарика, 1999.

Бессонов Л. А. Электромагнитное поле.— М.: Гардарика, 2001.

Нейман Л. Р., Демирчан К. С. Теоретические основы электротехники.— М.: Энергоиздат, 1981 т. I, II.

Теоретические основы электротехники / Под ред. *П. А. Ионкина*.— М.: Высшая школа, 1975, т. I, II.

Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В., Страхов С. В. Основы теории цепей.— М.: Энергоатомиздат, 1989.

Задачники

Бессонов Л. А., Демидова И. Г., Заруди М. Е. и др. Сборник задач по теоретическим основам электротехники.— М.: Высшая школа, 2000.

Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / Под ред. *П. А. Ионкина*.— М.: Энергоиздат, 1982.

Дополнительная литература

Бессонов Л. А. Линейные электрические цепи.— М.: Высшая школа, 1983.

Бессонов Л. А. Нелинейные электрические цепи.— М.: Высшая школа, 1977.

Матханов П. Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи.— М.: Высшая школа, 1981.

Задание 1

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО И СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Задание содержит две задачи.

Задача 1.1. Линейные электрические цепи постоянного тока. Для электрической схемы, соответствующей номеру варианта и изображенной на рис. 1.1 — 1.20, выполнить следующее:

1. Упростить схему, заменив последовательно и параллельно соединенные резисторы четвертой и шестой ветвей эквивалентными. Дальнейший расчет (п. 2 — 10) вести для упрощенной схемы.

2. Составить на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы.

3. Определить токи во всех ветвях схемы методом контурных токов.

4. Определить токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов (см. указания).

5. Результаты расчета токов, проведенного двумя методами, свести в таблицу и сравнить между собой.

6. Составить баланс мощностей в исходной схеме (схеме с источником тока), вычислив суммарную мощность источников и суммарную мощность нагрузок (сопротивлений).

7. Определить ток I_1 в заданной по условию схеме с источником тока, используя метод эквивалентного генератора (см. указания).

8. Начертить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, включающего обе ЭДС (см. указания).

Значения сопротивлений, ЭДС и токов источников тока для каждого варианта даны в табл. 1.1.

Указания: 1. Ответвления к источнику тока, ток которого по условию равен нулю, на схемах контрольных работ не показывать.

2. Обозначая на схеме токи в ветвях, необходимо учесть, что ток через сопротивление, параллельное источнику тока, отличается от тока источника тока и тока через источник ЭДС.

3. Перед выполнением п. 4 рекомендуется преобразовать источник тока в источник ЭДС и вести расчет для полученной схемы.

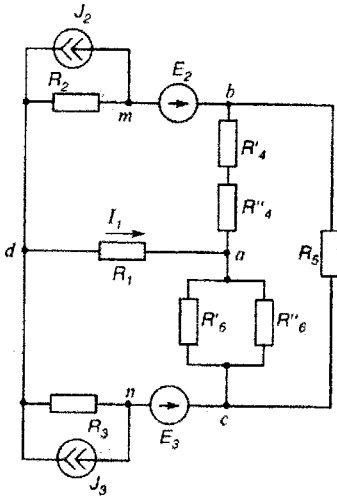


Рис. 1.1

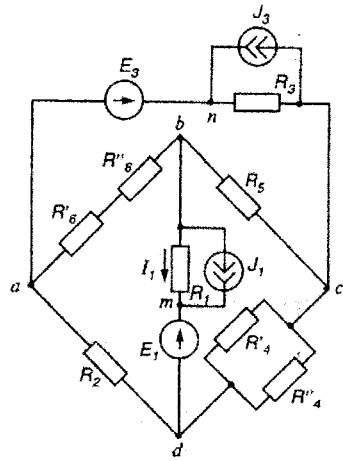


Рис. 1.2

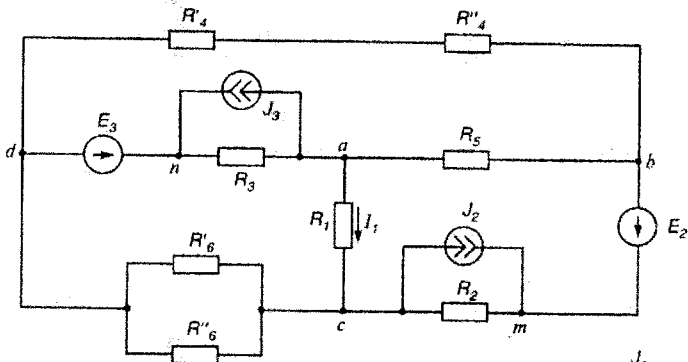


Рис. 1.3

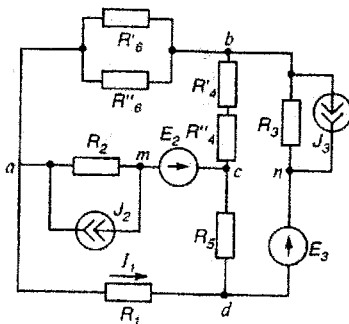


Рис. 1.4

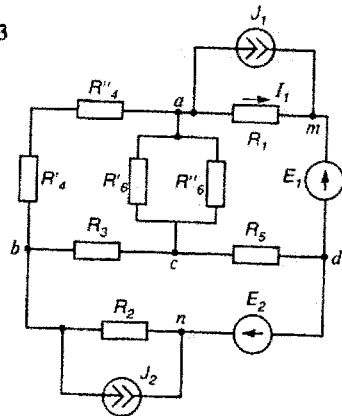


Рис. 1.5

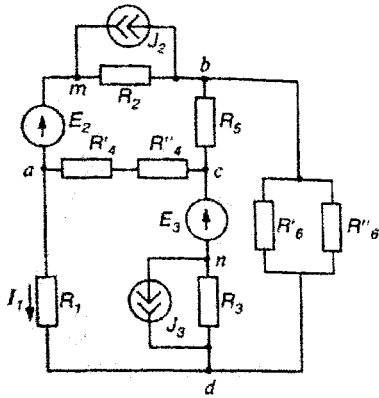


Рис. 1.6

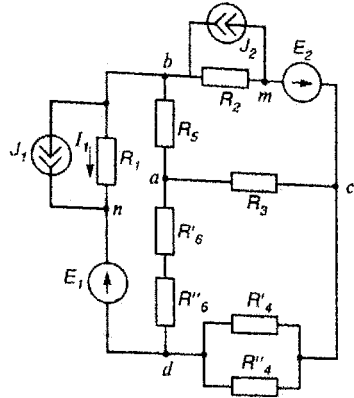


Рис. 1.7

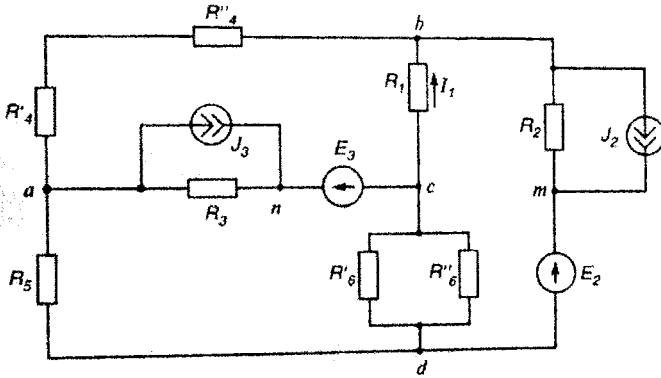


Рис. 1.8

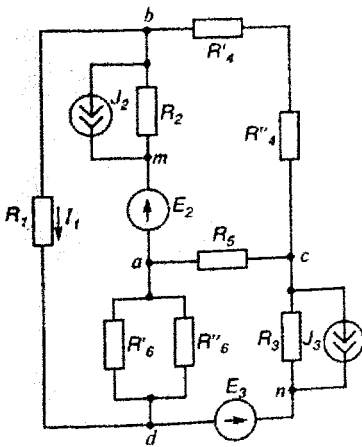


Рис. 1.9

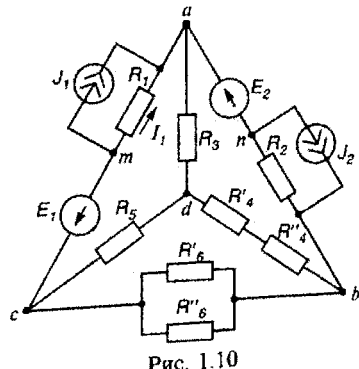


Рис. 1.10

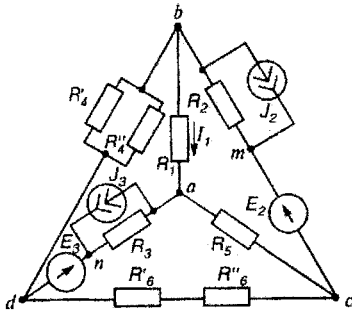


Рис. 1.11

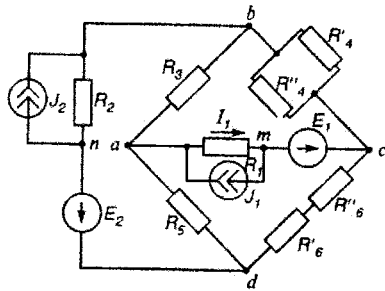


Рис. 1.12

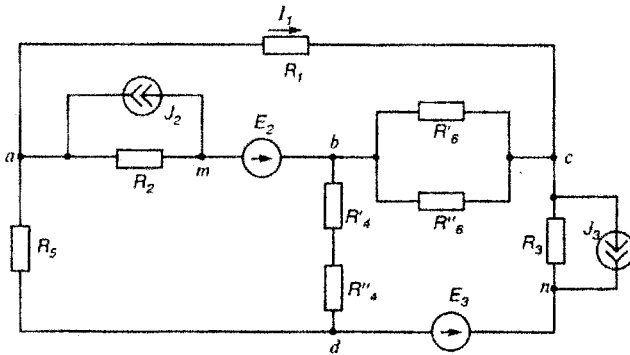


Рис. 1.13

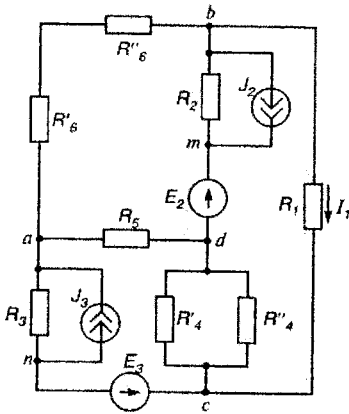


Рис. 1.14

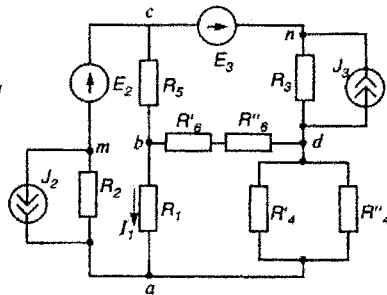


Рис. 1.15

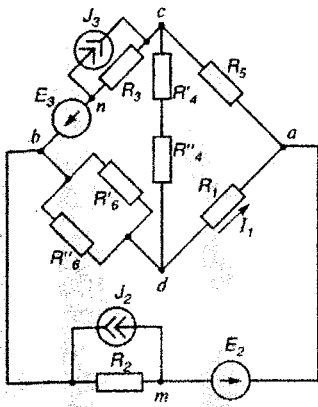


Рис. 1.16

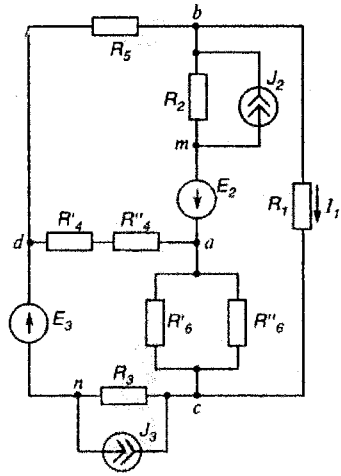


Рис. 1.17

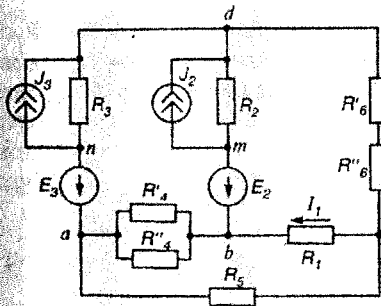


Рис. 1.18

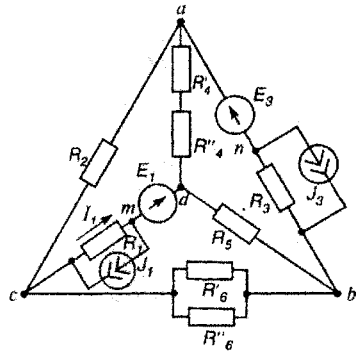


Рис. 1.19

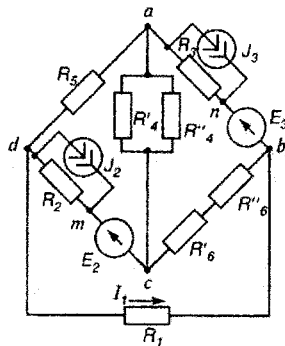


Рис. 1.20

4. В п. 7 при определении входного сопротивления двухполюсника следует преобразовать схему соединения треугольником в эквивалентную схему соединения звездой.

5. Для студентов, фамилии которых начинаются с букв А — Е, за нулевой потенциал принять потенциал узла a ; с букв Ж — М — потенциал узла b ; с букв Н — Т — потенциал узла c ; с букв У — Я — потенциал узла d .

9. (Выполняется по указанию кафедры.) В заданной схеме, см. п. 1 задачи, закоротить все источники ЭДС, разомкнуть сопротивление, шунтирующее источник тока, заземлить один узел схемы и один из узлов принять за сток.

Начертить сигнальный граф, используя уравнения, составленные для полученной схемы по методу узловых потенциалов, обозначить передачи ветвей как a_{km} : индекс k соответствует узлу, к которому направлена стрелка на ветви, а индекс m — узлу, из которого ветвь исходит. Рекомендуется узлы схемы a, b, c, d заменить на $1, 2, 3, 4$ соответственно. Требуется по формуле Мезона определить передачу от истока (источник тока) к стоку. В табл. 1.2 указано, какой узел схемы заземлить и какой принять за сток.

10. (Выполняется по указанию кафедры.) Для исходной схемы своего варианта, см. п. 1 задачи, составить систему уравнений по методу контурных токов для нечетных вариантов и по методу узловых потенциалов для четных вариантов. При составлении уравнений по методу контурных токов использовать топологические матрицы $[K_r]$, $[R_s]$, матрицы $[E_s]$, $[J_s]$, $[I_{kk}]$ и уравнение

$$[K_r][R_s][K_r]^T[I_{kk}] = [K_r]\{[E_s] - [R_s][J_s]\}. \quad (1.1)$$

При составлении уравнений по методу узловых потенциалов использовать матрицы $[A]$, $[g_s]$, $[E_s]$, $[J_s]$, $[\varphi]$ и уравнение

$$[A][g_s][A]^T[\varphi] = [A]\{[J_s] - [g_s][E_s]\}. \quad (1.2)$$

Указания к выполнению п. 10: 1. Зажим источника тока, присоединенный к узлу m (рис. 1.21, a) (или n), перенести, как показано на рис. 1.21, b , образовав обобщенную ветвь схемы (направления тока в первой ветви (I_1) и тока через резистор R_1 (I_{R1}) выбрать одинаковыми).

2. Составить граф схемы, показав на его ветвях стрелки, указывающие положительные направления отсчета токов (напряжений). Стрелки направить согласно результатам расчета токов в схеме п. 3. За ветви дерева взять ветви 1, 2, 3 схемы (номера ветвей должны соответствовать номерам резисторов в ветвях схемы).

3. При составлении матрицы главных контуров $[K_r]$ учесть, что номер контурного тока должен соответствовать номеру ветви связи, а направление контурного

Продолжение табл. 1.1.

Вариант	Рисунок	Ом										Б					А				
		R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	E ₁	E ₂	E ₃	J ₁	J ₂	J ₃				
31	1.9	3,5	6	2	3	1,5	7,5	12	6	13	5	—	—	—	0,5	0	0				
32	1.18	15	20	11	30	6	7	10	15	15,5	7,5	—	—	—	0,2	0	0				
33	1.12	7,5	6	5	2	4,5	4	1,5	2	10	0	—	—	—	0,2	0	0				
34	1.4	6	17,5	11	2	1	5	30	10	13,5	6	—	—	—	0,2	0	0				
35	1.13	2	3,5	5	5	1	10	∞	2,75	13,5	10	—	—	—	1	0	0				
36	1.5	2	3,5	2,5	0	6	3,5	12	6	14,5	—	—	—	—	0	0	0				
37	1.14	4,5	10	8	100	25	15	6	5	20	9	—	—	—	0,5	0	0				
38	1.6	2,5	6	6	1	1,5	4	∞	7,5	9	12,5	—	—	—	0,3	0	0				
39	1.19	2,5	3,5	5	1	1	7,5	14	35	8	15	—	—	—	0,2	0	0				
40	1.2	4	5	3	12	20	10,5	9	4	14,5	10	—	—	—	—	0	0				
41	1.15	26	10	18	26,25	30	20	3	5	20	96	—	—	—	0	2	2				
42	1.1	26	10	4	12	4	22	40	120	24	48	—	—	—	0	0	0				
43	1.16	8	16	12	10	10	26	220	22	60	36	—	—	—	0	0	0,5				
44	1.11	40	160	200	120	168	300	40	40	200	800	—	—	—	0	0	1,5				
45	1.17	20	36	10	8	12	16	18	36	40	100	—	—	—	0	0	3				
46	1.3	8	26	18	17	3	10	60	15	32	29	—	—	—	0	0	0,5				
47	1.7	260	80	120	200	800	220	70	20	66	76	—	—	—	0	0,2	—				
48	1.20	12	10	16	420	30	14	15	1	40	76	—	—	—	0	0	2				
49	1.8	110	160	200	60	20	140	360	720	50	38	—	—	—	0	0	0,04				
50	1.10	220	120	90	150	150	160	100	∞	50	34	—	—	—	0	0,05	—				
51	1.9	14	24	8	11	7	30	80	20	40	28	—	—	—	0	0	1				
52	1.18	60	80	44	40	40	28	50	50	46	52	—	—	—	0	0	0,5				
53	1.12	30	24	20	180	20	16	10	4	26	40	—	—	—	0	0,5	—				
54	1.4	24	70	44	5	7	20	40	120	40	28,4	—	—	—	0	0	0,1				
55	1.13	8	14	20	10	14	40	132	12	40	70	—	—	—	0	0	1,5				
56	1.5	8	22	10	10	14	14	16	∞	50	25,4	—	—	—	0	0,2	—				
57	1.14	18	40	32	160	160	60	20	24	60	44	—	—	—	0	0	0,25				
58	1.6	10	20	24	6	8	16	32	480	30	62	—	—	—	0	0	0,5				
59	1.19	10	14	20	2	6	30	∞	40	30	100	—	—	—	0	0	2				
60	1.2	16	20	12	80	48	42	25	27	50	46	—	—	—	0	0	0,5				
61	1.15	32,5	12,5	22,5	140	20	25	6	4	30	75	—	—	—	0,4	0	0				
62	1.1	32,5	12,5	5	5	15	27,5	650	150	35	50	—	—	—	0,4	0	0				
63	1.16	10	20	15	11	14	32,5	26	26	115	37,5	—	—	—	2	0	0				
64	1.11	50	200	250	87	∞	375	0	100	350	625	—	—	—	0,5	0	0				
65	1.17	2,5	4,5	12,5	17	8	20	45	22,5	68	87,5	—	—	—	0,4	0	0				

66	1.3	10	32.5	22.5	2	23	15.5	90	18	—	83	25	—	0.4	0
67	1.7	325	100	130	400	400	375	100	12	43	62.5	—	0.04	0	—
68	1.20	15	12.5	20	525	37.5	17.5	14	6	—	75	55	—	2	0
69	1.8	137	200	250	50	50	175	600	600	—	90.5	37.5	—	0.14	0
70	1.10	275	150	112	175	200	200	750	150	101	35	—	0.14	0	—
71	1.9	17.5	30	10	12.5	10	37.5	30	60	—	74	25	—	0.8	0
72	1.18	75	100	55	30	150	35	50	75	—	82.5	37.5	—	0.25	0
73	1.12	37.5	30	25	25	225	20	12	5.5	40	50	—	0.2	0	—
74	1.4	30	87.5	55	10	5	25	150	50	—	85	30	—	0.4	0
75	1.13	10	17.5	25	15	15	50	15	165	—	85	50	—	2	0
76	1.5	10	27.5	12.5	20	10	17.5	40	40	92.5	25	—	3	0	—
77	1.14	22.5	50	40	100	∞	75	30	25	—	115	45	—	0.8	0
78	1.6	12.5	25	30	5.5	12	20	40	600	—	40	62.5	—	0.1	0
79	1.19	12.5	17.5	25	5	5	37.5	175	70	45	—	75	0.6	—	0
80	1.2	20	25	15	60	100	52.5	35	30	74.5	—	50	0.6	—	0
81	1.15	13	5	9	12	16.8	10	0	4	—	10	39	—	0	1
82	1.1	13	5	2	4	4	11	20	60	—	12	24	—	0	2
83	1.16	4	8	6	6	4	13	110	11	—	30	21	—	0	1
84	1.11	20	80	100	70	70	150	24	16	—	100	350	—	0	1
85	1.17	10	18	5	3	7	8	18	9	—	20	40	—	0	1
86	1.3	4	13	9	5	5	5	7	42	—	16	11.8	—	0	0.2
87	1.7	130	40	60	90	720	110	30	15	12	37	—	0	0.3	—
88	1.20	6	5	8	15	210	7	2	6	—	20	30	—	0	1
89	1.8	55	80	100	10	30	70	600	150	—	25	20	—	0	0.05
90	1.10	110	60	45	100	50	80	300	60	25	20	—	0	0.1	—
91	1.9	7	12	4	4	5	15	9	72	—	20	12	—	0	0.5
92	1.18	30	40	22	12	60	14	40	10	—	23	20.5	—	0	0.25
93	1.12	15	12	10	90	10	8	3	4	13	26	—	0	0.5	—
94	1.4	12	35	22	2	4	10	20	60	—	20	16.4	—	0	0.2
95	1.13	4	7	10	7	5	20	6	66	—	20	30	—	0	1
96	1.5	4	11	5	6	6	7	12	24	25	15.5	—	0	0.5	—
97	1.14	9	20	16	120	60	30	15	7	—	30	26	—	0	0.5
98	1.6	5	10	12	2	5	8	240	16	—	15	37	—	0	1
99	1.19	5	7	10	0	4	15	70	28	15	—	40	0	—	1
100	1.2	8	10	6	40	24	21	12	14	25	—	12	0	—	1

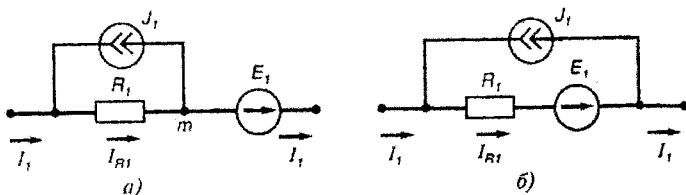


Рис. 1.21

тока и направление обхода контура должны совпадать с направлением тока в ветви связи.

4. Узловую матрицу $[A]$ следует составлять для всех узлов, кроме заземленного, за который принять узел d ($\varphi_d=0$).

Таблица 1.1

Вариант	Заземленный узел	Определение потенциала узла	Вариант	Заземленный узел	Определение потенциала узла	Вариант	Заземленный узел	Определение потенциала узла	Вариант	Заземленный узел	Определение потенциала узла	Вариант	Заземленный узел	Определение потенциала узла
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	3	21	2	1	41	2	3	61	1	4	81	2	4
2	1	3	22	1	2	42	1	4	62	1	4	82	1	3
3	1	2	23	1	2	43	1	3	63	1	3	83	1	4
4	2	1	24	1	2	44	1	3	64	2	4	84	1	4
5	1	3	25	3	1	45	3	2	65	1	4	85	3	4
6	3	1	26	4	3	46	4	2	66	3	4	86	4	1
7	1	3	27	1	2	47	1	4	67	1	2	87	1	3
8	3	1	28	1	3	48	1	2	68	3	2	88	1	4
9	4	1	29	1	2	49	1	4	69	4	3	89	1	3
10	4	1	30	4	3	50	4	1	70	4	2	90	4	2
11	1	3	31	3	2	51	3	1	71	1	4	91	3	4
12	2	1	32	1	2	52	1	4	72	2	4	92	1	3
13	1	2	33	2	1	53	2	3	73	1	4	93	2	4
14	3	2	34	4	3	54	4	1	74	3	4	94	4	2
15	1	3	35	3	1	55	3	2	75	1	4	95	3	4
16	3	2	36	3	1	56	3	4	76	3	4	96	3	2
17	2	1	37	1	2	57	1	3	77	2	3	97	1	4
18	1	3	38	3	2	58	3	1	78	1	4	98	3	4
19	3	1	39	1	2	59	1	3	79	3	2	99	1	4
20	4	3	40	3	2	60	3	4	80	4	1	100	3	1

Задача 1.2. Линейные электрические цепи синусоидального тока
Для электрической схемы, соответствующей номеру варианта (табл. 1.3) и изображенной на рис. 1.22 — 1.41, выполните следующее:

1. На основании законов Кирхгофа составить в общем виде систему уравнений для расчета токов во всех ветвях цепи, записать ее в двух формах: а) дифференциальной; б) символической.

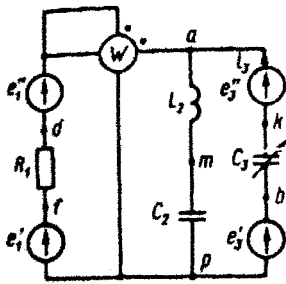


Рис. 1.22

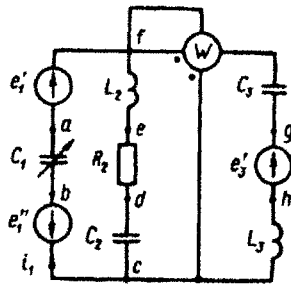


Рис. 1.23

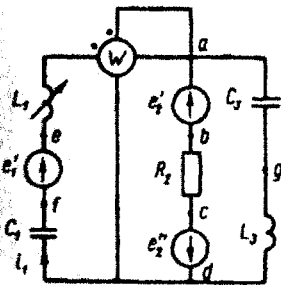


Рис. 1.24

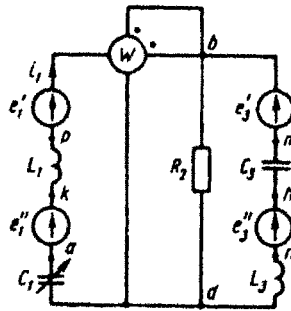


Рис. 1.25

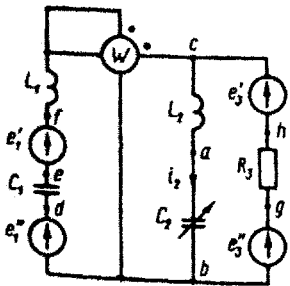


Рис. 1.26

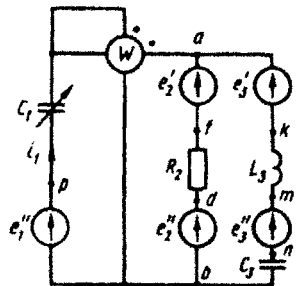


Рис. 1.27

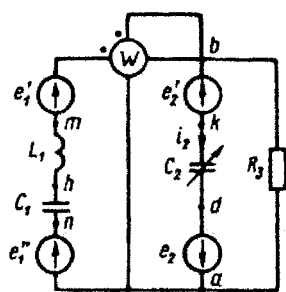


Рис. 1.28

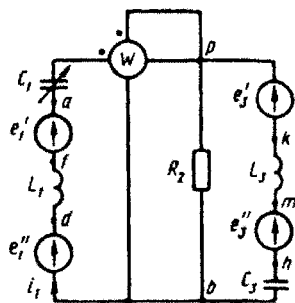


Рис. 1.29

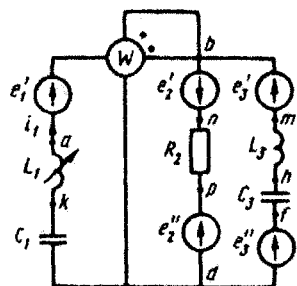


Рис. 1.30

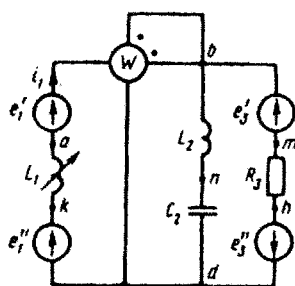


Рис. 1.31

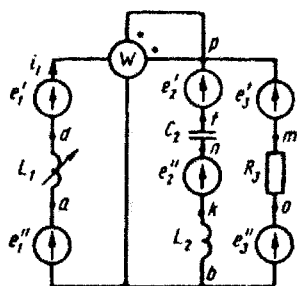


Рис. 1.32

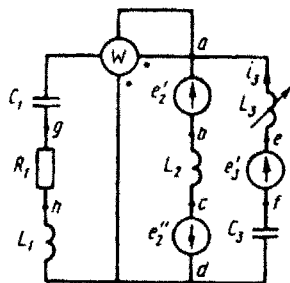


Рис. 1.33

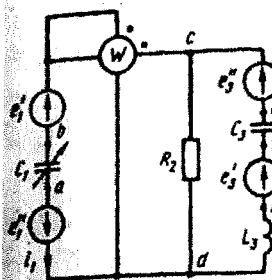


Рис. 1.34

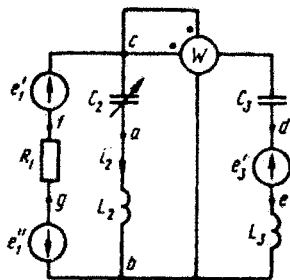


Рис. 1.35

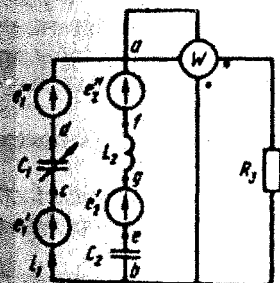


Рис. 1.36

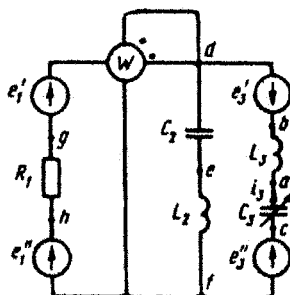


Рис. 1.37

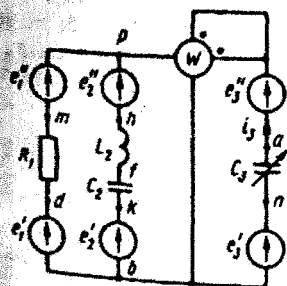


Рис. 1.38

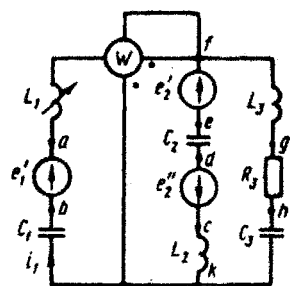


Рис. 1.39

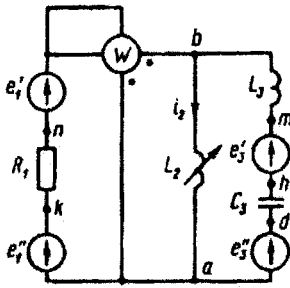


Рис. 1.40

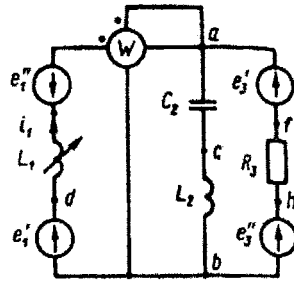


Рис. 1.41

2. Определить комплексы действующих значений токов во всех ветвях, воспользовавшись одним из методов расчета линейных электрических цепей.

При выполнении п. 2 учесть, что одна или две ЭДС в табл. 1.3 могут быть заданы косинусоидой (не синусоидой). Данные каждого варианта приведены в двух строках табл. 1.3. Чтобы правильно записать ее в виде комплексного числа, сначала надо от косинусоиды перейти к синусоиде.

3. По результатам, полученным в п. 2, определить показания ваттметра.

4. Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов, потенциал точки a , указанной на схеме, принять равным нулю.

5. Построить круговую диаграмму для тока в одном из сопротивлений цепи при изменении модуля этого сопротивления в пределах от 0 до ∞ . Сопротивление, подлежащее изменению, отмечено на схеме стрелкой.

6. Пользуясь круговой диаграммой, построить график изменения тока в изменяющемся сопротивлении в зависимости от модуля этого сопротивления (пп. 5 и 6 факультативные).

7. Используя данные расчетов, полученных в пп. 2, 5, записать выражение для мгновенного значения тока или напряжения (см. указание к выбору варианта). Построить график зависимости указанной величины от ωt .

Для студентов, фамилии которых начинаются с букв А, Е, Л, Р, Ф, Щ, записать мгновенное значение тока i_1 ; с букв Б, Ж, М, С, Х, Э — тока i_2 ; с букв В, З, Н, Т, Ц, Ю — тока i_3 ; с букв Г, Д, И, О, У, Ш, Ч — тока i_{xx} ; с букв К, П, Я — напряжения u_{xx} .

8. Полагая, что между двумя любыми индуктивными катушками, расположенными в различных ветвях заданной схемы, имеется магнитная связь при взаимной индуктивности, равной

Таблица 1.3

Вариант	Расчетный шаг	мПа						мм						ϵ_1, ϵ_2						
		L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6		R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
1	2	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
1	1.36	---	6,38	---	---	10,6	∞	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	500
2	1.41	1,27	3,18	---	---	---	3,98	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1000
3	1.22	---	1,74	---	---	---	∞	4,02	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1100
4	1.29	1,36	---	5,46	---	3,25	---	∞	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	700
5	1.34	---	---	2,63	---	1,25	---	---	8,84	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	2000
6	1.40	---	1,06	2,48	---	---	---	---	1,38	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1800
7	1.31	1,27	0,8	---	---	---	6,38	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1000
8	1.24	40,2	---	0	35,4	---	---	---	53	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	150
9	1.35	---	4,19	1,92	---	---	0,79	---	0,74	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	3000
10	1.25	1,04	---	2,64	0,76	---	---	---	3,23	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	2600
11	1.26	160	25	---	0,53	---	6,6	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	500
12	1.37	---	160	25	---	---	0,53	---	6,6	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	500
13	1.27	---	---	31,8	1,59	---	---	---	1,59	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1000
14	1.32	15,9	3,98	---	---	---	1,27	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1000
15	1.38	---	6,8	---	---	---	0,91	---	0,46	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	3500
16	1.30	6	---	0	0,8	---	---	---	0,4	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	4000
17	1.28	1,6	---	---	∞	---	0,55	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	5000
18	1.33	0	32	58	∞	---	---	---	17,8	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	300
19	1.23	---	4,98	50	1	---	7,96	---	0,4	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	800
20	1.39	32	36	0	4	---	2	---	∞	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	400
21	1.36	---	12,76	---	10,6	---	15,9	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	500
22	1.41	2,12	3,98	---	---	---	7,56	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	600
23	1.22	---	3,47	---	---	---	∞	---	8,03	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	550
24	1.29	0,68	---	5,46	1,62	---	---	---	4,73	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1400
25	1.34	---	---	2,63	1,25	---	---	---	8,84	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	2000

Продолжение табл. 1.3

Вариант	Пуск	e_1, B	e_2, B	e_3, B	e_4, B	e_5, B
1	2	14	16	18		
1	1.36	$19 \cos(\omega t + 290^\circ)$	$179 \cos(\omega t + 270^\circ)$			
2	1.41	$10 \sin \omega t$	—	—	$84,6 \sin(\omega t - 30^\circ)$	—
3	1.22	$13 \cos(\omega t - 90^\circ)$	—	—	$46,2 \cos(\omega t - 90^\circ)$	0
4	1.29	$41 \cos(\omega t + 270^\circ)$	—	—	$282 \cos(\omega t - 140^\circ)$	0
5	1.34	$10 \sin(\omega t - 285^\circ)$	—	—	$282 \cos(\omega t + 296^\circ)$	0
6	1.40	$12,8 \cos(\omega t - 95^\circ)$	—	—	$56,4 \sin(\omega t - 40^\circ)$	0
7	1.31	$10,5 \sin(\omega t - 340^\circ)$	—	—	$84,6 \sin(\omega t - 10^\circ)$	0
8	1.24	—	—	—	—	—
9	1.35	$10 \cos(\omega t + 248^\circ)$	$10 \sin(\omega t + 317^\circ)$	—	$56,4 \cos(\omega t - 147^\circ)$	—
10	1.25	$41 \sin(\omega t + 10^\circ)$	—	—	$200 \cos(\omega t - 85^\circ)$	$200 \sin(\omega t - 85^\circ)$
11	1.26	$41 \sin \omega t$	—	—	$141 \cos \omega t$	0
12	1.37	$100 \cos \omega t$	—	—	0	$141 \sin \omega t$
13	1.27	$169 \sin \omega t$	$160 \sin(\omega t + 90^\circ)$	$9 \cos \omega t$	$169 \cos(\omega t + 90^\circ)$	0
14	1.32	$160 \sin(\omega t + 180^\circ)$	$240 \sin(\omega t + 45^\circ)$	$169 \sin(\omega t - 90^\circ)$	$169 \cos \omega t$	0
15	1.38	$159 \sin(\omega t - 270^\circ)$	$169 \sin(\omega t + 180^\circ)$	0	0	$169 \cos(\omega t - 90^\circ)$
16	1.30	—	$10 \sin(\omega t + 90^\circ)$	$179 \cos \omega t$	$169 \sin \omega t$	0
17	1.28	$82 \sin \omega t$	$282 \cos(\omega t + 90^\circ)$	0	—	—
18	1.33	—	$71,5 \cos(\omega t - 37^\circ)$	$10 \sin(\omega t + 53^\circ)$	$70,5 \sin(\omega t - 53^\circ)$	—
19	1.23	$10 \sin \omega t$	—	$10 \sin \omega t$	$70,5 \sin(\omega t + 180^\circ)$	—
20	1.39	—	$151 \cos(\omega t - 90^\circ)$	—	—	—
21	1.36	$29 \cos(\omega t - 70^\circ)$	0	$179 \cos(\omega t - 90^\circ)$	—	—
22	1.41	$20 \cos(\omega t + 270^\circ)$	—	—	$84,6 \sin(\omega t + 330^\circ)$	0
23	1.22	$23 \cos(\omega t + 270^\circ)$	—	—	$56,6 \cos(\omega t - 125^\circ)$	0
24	1.29	$51 \sin \omega t$	—	—	$282 \sin(\omega t + 310^\circ)$	0
25	1.34	$20 \sin(\omega t + 75^\circ)$	—	—	$282 \sin(\omega t + 25^\circ)$	0

Продольные моды 1.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
26	1.40	—	2,12	4,96	—	—	2,76	17	—	—	900	$90 \cos(\omega t + 265^\circ)$
27	1.31	0,64	0,4	—	—	3,19	—	—	—	25	2000	$50 \sin(\omega t + 20^\circ)$
28	1.24	40,2	—	22,8	35,4	—	26,5	—	25	—	150	$70,5 \cos(\omega t - 103^\circ)$
29	1.35	—	4,19	0	—	0,79	1,47	17	—	—	3000	$133,8 \sin(\omega t - 22^\circ)$
30	1.25	2,08	—	5,27	1,51	—	6,46	—	65	—	1300	$90 \sin(\omega t + 10^\circ)$
31	1.26	106	41,3	—	1,76	11	—	—	—	100	300	$90 \cos(\omega t - 90^\circ)$
32	1.37	—	66,2	10,3	—	0,22	2,76	100	—	—	1200	$51 \sin(\omega t - 270^\circ)$
33	1.27	—	—	31,8	3,18	—	∞	—	100	—	500	—
34	1.32	10	2,5	—	—	0,8	—	—	—	100	1590	$19 \sin(\omega t - 180^\circ)$
35	1.38	—	13,6	—	—	1,82	0,91	100	—	—	1750	$20 \sin(\omega t + 90^\circ)$
36	1.30	6	—	4	0,8	—	0,2	—	100	—	4000	$169 \cos(\omega t + 90^\circ)$
37	1.28	4,8	—	—	2,54	1,1	—	—	—	10	2500	$190 \cos(\omega t + 270^\circ)$
38	1.33	0	16	29	∞	—	8,9	60	—	—	600	—
39	1.23	—	0	50	1	∞	0,4	—	25	—	800	$586 \sin \omega t$
40	1.39	8	9	6,98	1	0,5	1,42	—	—	70	1600	$141 \sin(\omega t - 300^\circ)$
41	1.36	—	5,3	—	8,84	∞	—	—	—	10	600	$60 \cos(\omega t + 290^\circ)$
42	1.41	2,12	0	—	—	13,2	—	—	—	25	600	$100,5 \sin \omega t$
43	1.22	—	6,94	—	—	24,1	8,03	17	—	—	550	$80 \cos(\omega t - 90^\circ)$
44	1.29	0,68	—	2,73	1,62	—	∞	—	65	—	1400	$80 \sin \omega t$
45	1.34	—	—	6,35	2,5	—	10	—	65	—	1000	$171 \cos(\omega t - 15^\circ)$
46	1.40	—	2,37	2,79	—	—	3,99	17	—	—	800	$80 \sin(\omega t - 5^\circ)$
47	1.31	1,27	4,78	—	—	3,19	—	—	—	25	1000	$40 \sin(\omega t - 340^\circ)$
48	1.24	10,1	—	5,69	8,85	—	6,62	—	25	—	600	$70,5 \sin(\omega t - 13^\circ)$
49	1.35	—	16,8	7,65	—	3,16	2,95	17	—	—	750	$143,8 \cos(\omega t - 112^\circ)$
50	1.25	2,08	—	2,94	1,51	—	∞	—	65	—	1300	$80 \cos(\omega t + 280^\circ)$

1	2	14	15	16	17	18
26	1.40	$22,8 \sin(\omega t - 5^\circ)$	—	—	$56,4 \cos(\omega t - 130^\circ)$	0
27	1.31	$20,5 \cos(\omega t - 70^\circ)$	—	—	$84,6 \cos(\omega t - 100^\circ)$	0
28	1.24	—	$104,6 \sin(\omega t + 317^\circ)$	$20 \cos(\omega t + 227^\circ)$	—	—
29	1.35	$20 \cos(\omega t - 112^\circ)$	—	—	$56,4 \sin(\omega t + 303^\circ)$	0
30	1.25	$51 \cos(\omega t - 80^\circ)$	—	—	0	$282 \sin(\omega t - 40^\circ)$
31	1.26	$51 \sin \omega t$	—	—	$141 \sin(\omega t - 270^\circ)$	0
32	1.37	$90 \cos \omega t$	—	—	$100 \sin(\omega t + 135^\circ)$	$100 \cos(\omega t + 315^\circ)$
33	1.27	$169 \sin \omega t$	$150 \sin(\omega t - 270^\circ)$	$19 \cos \omega t$	$169 \sin(\omega t - 180^\circ)$	0
34	1.32	$150 \sin(\omega t - 180^\circ)$	0	$169 \sin \omega t$	$169 \cos \omega t$	0
35	1.38	$149 \cos \omega t$	$169 \sin(\omega t + 90^\circ)$	$240 \sin(\omega t - 135^\circ)$	0	$169 \sin \omega t$
36	1.30	0	$20 \sin(\omega t + 270^\circ)$	$189 \sin(\omega t + 90^\circ)$	$169 \sin \omega t$	0
37	1.28	$92 \sin \omega t$	$282 \cos(\omega t + 90^\circ)$	0	—	—
38	1.33	—	$725 \cos(\omega t - 37^\circ)$	$20 \sin(\omega t - 307^\circ)$	$705 \sin(\omega t - 53^\circ)$	—
39	1.23	$20 \cos(\omega t - 90^\circ)$	—	—	$705 \cos(\omega t + 90^\circ)$	—
40	1.39	—	$161 \cos(\omega t - 90^\circ)$	$20 \sin \omega t$	—	—
41	1.36	$39 \sin(\omega t - 340^\circ)$	$155 \sin(\omega t + 30^\circ)$	$89,5 \cos(\omega t - 150^\circ)$	—	—
42	1.41	$30 \cos(\omega t - 90^\circ)$	—	—	$84,6 \cos(\omega t - 120^\circ)$	0
43	1.22	$33 \sin \omega t$	—	—	$56,6 \sin(\omega t - 35^\circ)$	0
44	1.29	$61 \cos(\omega t - 90^\circ)$	—	—	$181,4 \sin \omega t$	$216 \cos(\omega t - 180^\circ)$
45	1.34	$30 \sin(\omega t + 75^\circ)$	—	—	0	$282 \sin(\omega t - 335^\circ)$
46	1.40	$32,8 \cos(\omega t - 95^\circ)$	—	—	$40 \sin(\omega t + 5^\circ)$	$40 \sin(\omega t - 85^\circ)$
47	1.31	$30,5 \cos(\omega t + 290^\circ)$	—	—	$84,6 \cos(\omega t - 100^\circ)$	0
48	1.24	—	$114,6 \cos(\omega t - 133^\circ)$	$30 \sin(\omega t - 43^\circ)$	—	—
49	1.35	$30 \sin(\omega t - 22^\circ)$	—	—	$56,4 \sin(\omega t - 57^\circ)$	—
50	1.25	$61 \sin(\omega t + 10^\circ)$	—	—	0	$282 \cos(\omega t - 130^\circ)$

Продолжение табл. 13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
51	1,26	15,9	25	—	2,12	6,6	—	—	—	100	500	80 cos($\omega t - 90^\circ$)
52	1,37	—	31,8	25	—	1,59	6,6	100	—	—	500	61 cos ωt
53	1,27	—	—	63,6	3,18	—	3,18	—	100	—	500	—
54	1,32	5	1,25	—	—	0,4	—	—	—	100	3180	29 cos($\omega t + 90^\circ$)
55	1,38	—	6,8	—	—	0,91	0,45	100	—	—	3500	30 sin($\omega t - 270^\circ$)
56	1,30	12	—	8	1,6	—	0,4	—	100	—	2000	169 sin($\omega t - 180^\circ$)
57	1,28	1,6	—	—	∞	0,55	—	—	—	10	5000	180 cos($\omega t - 90^\circ$)
58	1,33	31,8	32	58	8,84	—	17,8	60	—	—	300	—
59	1,23	—	19,9	200	4	31,8	1,6	—	25	—	200	596 sin ωt
60	1,39	32	36	27,9	4	2	5,69	—	—	70	400	141 cos($\omega t + 330^\circ$)
61	1,36	—	4,78	—	5,3	15,9	—	—	—	10	1000	50 cos($\omega t - 70^\circ$)
62	1,41	0,85	0	—	—	5,32	—	—	—	25	1500	110,5 cos($\omega t - 90^\circ$)
63	1,22	—	3,47	—	—	12	4,02	17	—	—	1100	70 cos($\omega t - 90^\circ$)
64	1,29	1,36	—	5,46	3,25	—	∞	—	65	—	700	70 cos($\omega t - 90^\circ$)
65	1,34	—	—	3,82	1,25	—	3,32	—	65	—	2000	181 sin($\omega t - 285^\circ$)
66	1,40	—	2,12	2,48	—	—	3,55	17	—	—	900	70 sin($\omega t + 355^\circ$)
67	1,31	0,64	2,39	—	—	1,59	—	—	—	25	2000	30 cos($\omega t - 70^\circ$)
68	1,24	20,1	—	0	17,7	—	26,5	—	25	—	300	70,5 cos($\omega t - 103^\circ$)
69	1,35	—	16,8	0	—	3,16	5,9	17	—	—	750	153,8 sin($\omega t + 338^\circ$)
70	1,25	1,04	—	1,47	0,76	—	∞	—	65	—	2600	70 sin($\omega t - 350^\circ$)
71	1,26	31,8	12,5	—	0,53	3,3	—	—	—	100	1000	70 cos($\omega t + 270^\circ$)
72	1,37	—	160	25	—	0,53	6,6	100	—	—	500	71 sin($\omega t + 90^\circ$)
73	1,27	—	—	15,9	1,59	—	∞	—	100	—	1000	—
74	1,32	15,9	3,98	—	—	1,27	—	—	—	100	1000	39 cos($\omega t - 270^\circ$)
75	1,38	—	23,8	—	—	3,18	1,59	100	—	—	1000	40 sin($\omega t + 90^\circ$)

1	2	14	15	16	17	18
51	1.26	61 sin ωt	—	—	141 sin($\omega t - 270^\circ$)	0
52	1.37	80 sin($\omega t + 90^\circ$)	—	—	0	141 cos($\omega t + 270^\circ$)
53	1.27	169 cos($\omega t + 270^\circ$)	140 sin($\omega t + 90^\circ$)	29 cos ωt	169 sin($\omega t - 180^\circ$)	0
54	1.32	140 sin($\omega t + 180^\circ$)	0	169 sin ωt	240 cos($\omega t + 45^\circ$)	169 sin ωt
55	1.38	139 cos ωt	169 sin($\omega t - 180^\circ$)	0	0	169 sin ωt
56	1.30	—	30 sin($\omega t - 270^\circ$)	199 cos ωt	0	169 sin ωt
57	1.28	102 sin ωt	282 sin($\omega t + 180^\circ$)	0	—	—
58	1.33	—	735 sin($\omega t - 307^\circ$)	30 cos($\omega t - 37^\circ$)	705 cos($\omega t + 217^\circ$)	—
59	1.23	30 cos($\omega t - 90^\circ$)	—	—	705 cos($\omega t - 270^\circ$)	—
60	1.39	—	171 cos($\omega t + 270^\circ$)	30 sin ωt	—	—
61	1.36	49 sin($\omega t + 20^\circ$)	179 sin ωt	0	—	—
62	1.41	40 cos($\omega t - 90^\circ$)	—	—	73 sin ωt	42,3 cos($\omega t - 180^\circ$)
63	1.22	43 sin ωt	—	—	56,6 sin($\omega t - 35^\circ$)	0
64	1.29	71 sin ωt	—	—	282 sin($\omega t - 50^\circ$)	0
65	1.34	40 cos($\omega t + 345^\circ$)	—	—	282 cos($\omega t - 65^\circ$)	0
66	1.40	42,8 cos($\omega t - 95^\circ$)	—	—	56,4 sin($\omega t - 40^\circ$)	0
67	1.31	40,5 sin($\omega t + 20^\circ$)	—	—	83,5 sin ωt	14,7 sin($\omega t + 90^\circ$)
68	1.24	—	124,6 sin($\omega t - 43^\circ$)	40 cos($\omega t - 133^\circ$)	—	—
69	1.35	40 sin($\omega t - 22^\circ$)	—	—	56,4 cos($\omega t + 213^\circ$)	—
70	1.25	71 cos($\omega t - 80^\circ$)	—	—	0	0
71	1.26	71 sin ωt	—	—	141 sin($\omega t + 90^\circ$)	282 cos($\omega t + 120^\circ$)
72	1.37	70 cos ωt	—	—	0	141 sin ωt
73	1.27	169 sin ωt	130 cos ωt	39 cos ωt	120 cos($\omega t + 45^\circ$)	120 sin($\omega t - 135^\circ$)
74	1.32	130 sin($\omega t - 180^\circ$)	0	169 cos($\omega t - 90^\circ$)	169 sin($\omega t + 90^\circ$)	0
75	1.38	139 cos ωt	169 sin($\omega t - 180^\circ$)	0	240 sin($\omega t - 45^\circ$)	169 sin($\omega t - 90^\circ$)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
76	1,30	6	—	4	0,8	—	0,2	—	100	—	4000	169 sin($\omega t - 180^\circ$)
77	1,28	3,2	—	—	∞	1,1	—	—	—	10	2500	170 cos($\omega t + 270^\circ$)
78	1,33	7,96	8	14,5	2,21	—	4,45	60	—	—	1200	—
79	1,23	—	0	200	4	∞	1,6	—	25	—	200	606 sin ωt
80	1,39	16	18	0	2	1	∞	—	—	70	800	141 sin($\omega t + 60^\circ$)
81	1,36	—	6,38	—	10,6	∞	—	—	—	10	500	40 sin($\omega t - 340^\circ$)
82	1,41	2,12	0	—	—	13,3	—	—	—	25	600	120,5 sin ωt
83	1,22	—	3,47	—	—	∞	8,03	17	—	—	550	60 sin ωt
84	1,29	1,36	—	10,9	3,25	—	9,46	—	65	—	700	60 cos($\omega t - 90^\circ$)
85	1,34	—	—	13,2	5	—	18,4	—	65	—	500	191 cos($\omega t + 345^\circ$)
86	1,40	—	2,12	2,48	—	—	3,55	17	—	—	900	50 sin($\omega t + 355^\circ$)
87	1,31	1,27	4,78	—	—	3,19	—	—	—	25	1000	20 sin($\omega t + 20^\circ$)
88	1,24	10	—	0	8,85	—	13,2	—	25	—	600	70,5 sin($\omega t - 13^\circ$)
89	1,35	—	8,38	0	—	1,58	2,95	17	—	—	1500	163,8 sin($\omega t + 338^\circ$)
90	1,25	2,08	—	5,27	1,51	—	6,46	—	65	—	1300	60 sin($\omega t - 350^\circ$)
91	1,26	0	25	—	3,18	6,6	—	—	—	100	500	60 cos($\omega t + 270^\circ$)
92	1,37	—	47,7	12,5	—	0,4	3,3	100	—	—	1000	81 cos ωt
93	1,27	—	—	15,9	1,59	—	∞	—	100	—	1000	—
94	1,32	10	2,5	—	—	0,8	—	—	—	100	1590	49 cos($\omega t + 90^\circ$)
95	1,38	—	13,6	—	—	1,82	0,91	100	—	—	1750	50 sin($\omega t - 270^\circ$)
96	1,30	12	—	0	1,6	—	0,8	—	100	—	2000	169 sin($\omega t + 180^\circ$)
97	1,28	2,4	—	—	1,27	0,55	—	—	—	10	5000	160 cos($\omega t - 90^\circ$)
98	1,33	0	8	14,5	∞	—	4,45	60	—	—	1200	—
99	1,23	—	0	100	2	∞	0,8	—	25	—	400	616 cos($\omega t + 270^\circ$)
100	1,39	8	9	0	1	0,5	∞	—	—	70	1600	141 cos($\omega t - 30^\circ$)

Продолжение табл. 1.3

1	2	14	15	16	17	18
76	1.30	0	$40 \sin(\omega t + 90^\circ)$	$209 \cos \omega t$	$169 \sin \omega t$	0
77	1.28	$112 \cos(\omega t - 90^\circ)$	$141 \sin(\omega t - 90^\circ)$	$325 \sin(\omega t - 30^\circ)$	—	—
78	1.33	—	$745 \sin(\omega t + 53^\circ)$	$40 \cos(\omega t + 323^\circ)$	$705 \cos(\omega t - 143^\circ)$	—
79	1.23	$40 \cos(\omega t + 270^\circ)$	—	—	$705 \cos(\omega t - 270^\circ)$	—
80	1.39	—	$181 \cos(\omega t + 270^\circ)$	$40 \sin \omega t$	—	—
81	1.36	$59 \sin(\omega t + 20^\circ)$	$178 \cos(\omega t - 90^\circ)$	0	—	—
82	1.41	$50 \cos(\omega t + 270^\circ)$	—	—	$84,6 \cos(\omega t + 240^\circ)$	0
83	1.22	$53 \cos(\omega t + 270^\circ)$	—	—	$56,6 \cos(\omega t + 235^\circ)$	0
84	1.29	$81 \sin \omega t$	—	—	0	$282 \sin(\omega t - 50^\circ)$
85	1.34	$50 \sin(\omega t - 285^\circ)$	—	—	$200 \sin(\omega t + 45^\circ)$	$116 \sin(\omega t - 11^\circ)$
86	1.40	$62,8 \sin(\omega t - 5^\circ)$	—	—	$56,4 \cos(\omega t - 130^\circ)$	0
87	1.31	$50,5 \cos(\omega t + 290^\circ)$	—	—	$84,6 \cos(\omega t - 100^\circ)$	0
88	1.24	—	$134,6 \sin(\omega t - 43^\circ)$	$50 \cos(\omega t + 227^\circ)$	—	—
89	1.35	$50 \cos(\omega t - 112^\circ)$	—	—	$56,4 \cos(\omega t - 147^\circ)$	—
90	1.25	$81 \cos(\omega t + 280^\circ)$	—	—	0	$282 \sin(\omega t - 40^\circ)$
91	1.26	$81 \sin \omega t$	—	—	$141 \sin(\omega t + 90^\circ)$	0
92	1.37	$60 \sin(\omega t - 270^\circ)$	—	—	0	$141 \cos(\omega t - 90^\circ)$
93	1.27	$169 \sin \omega t$	$120 \cos \omega t$	$49 \sin(\omega t + 90^\circ)$	$169 \sin(\omega t + 180^\circ)$	0
94	1.32	$120 \sin(\omega t + 180^\circ)$	0	$169 \sin \omega t$	$169 \cos \omega t$	0
95	1.38	$119 \sin(\omega t + 90^\circ)$	$169 \sin(\omega t + 180^\circ)$	0	0	$169 \cos(\omega t - 90^\circ)$
96	1.30	—	$50 \sin(\omega t - 270^\circ)$	$219 \cos \omega t$	$169 \cos(\omega t + 270^\circ)$	—
97	1.28	$122 \sin \omega t$	$282 \cos(\omega t - 270^\circ)$	0	—	—
98	1.33	—	$755 \sin(\omega t + 53^\circ)$	$50 \cos(\omega t + 323^\circ)$	$705 \sin(\omega t + 307^\circ)$	—
99	1.23	$50 \sin \omega t$	—	$50 \cos(\omega t + 323^\circ)$	$705 \sin(\omega t - 180^\circ)$	—
100	1.39	—	$191 \sin \omega t$	$50 \cos(\omega t + 270^\circ)$	—	—

М, составить в общем виде систему уравнений по законам Кирхгофа для расчета токов во всех ветвях схемы, записав ее в двух формах:

- а) дифференциальной;
- б) символической.

Указания: 1. Ориентируясь на ранее принятые направления токов в ветвях, одноконтурные зажимы индуктивных катушек выбрать так, чтобы их включение было встречное, и обозначить их на схеме точками.

2. В случае отсутствия в заданной схеме второй индуктивности вторую катушку ввести дополнительно в одну из ветвей, не содержащих L .

Задание 2

ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ, ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ, ПЕРИОДИЧЕСКИЕ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ, ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ, ЦЕПИ С УПРАВЛЯЕМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

Задание состоит из пяти задач: 2.1 — определение параметров четырехполосника, 2.2 — трехфазные цепи, 2.3 — периодические несинусоидальные токи, 2.4 — электрические фильтры, 2.5 — активные цепи с обратными связями (задачи 2.2 и 2.5 факультативны, они выполняются по указанию кафедры).

Задача 2.1. Определение параметров четырехполосника. Схему задачи 1.2 своего варианта представить как T -схему пассивного четырехполосника. С этой целью все источники ЭДС в схеме заморозить, а левую (первую) и правую (третью) ветви разомкнуть. Разомкнутые зажимы левой ветви обозначить $1-1'$ и считать их входными, а разомкнутые зажимы правой ветви обозначить $2-2'$ и считать их выходными (рис. 2.1). Сопротивления левой ветви обозначить Z_1 , средней — Z_3 , правой — Z_2 . Для полученной схемы составить уравнения четырехполосника в одной из матричных форм записи (A, Y, Z, H, G) (табл. 2.1). Записать формулы для элементов матриц сначала в общем виде, а затем в числовом.

Задача 2.2. Трехфазные цепи. На рис. 2.2 — 2.21 приведены схемы трехфазных цепей. В каждой из них имеются трехфазный генератор (создающий трехфазную симметричную систему ЭДС) и симметричная нагрузка. Действующее значение ЭДС фазы генератора E_d , период T , параметры R_1, R_2, L, C_1 и C_2 приведены в табл. 2.2. Начальную фазу ЭДС E_d принять нулевой. Требуется: рассчитать токи, построить векторную диаграмму токов и напряжений, определить мгновенное значение напряжения между заданными точками и подсчитать активную мощность трехфазной системы.

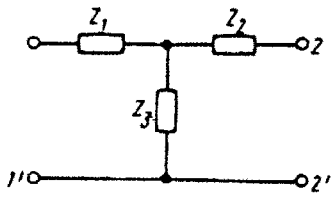


Рис. 2.1

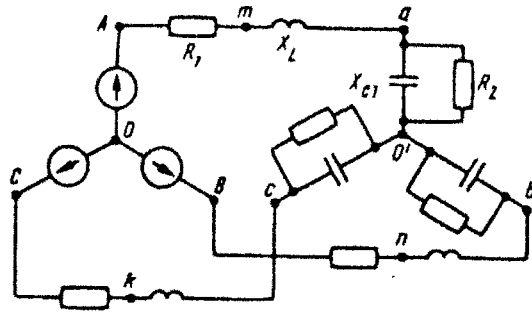


Рис. 2.2

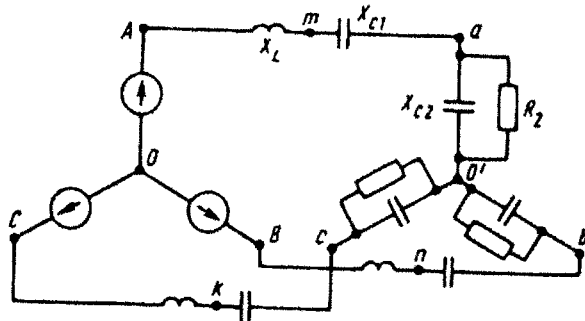


Рис. 2.3

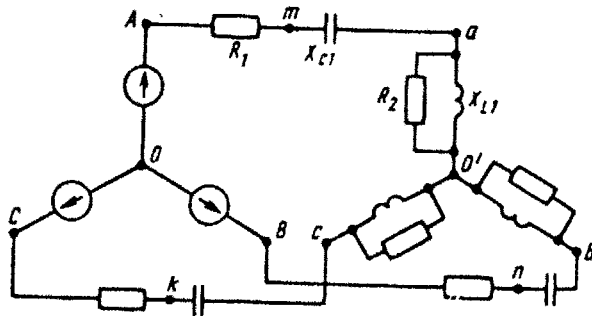


Рис. 2.4

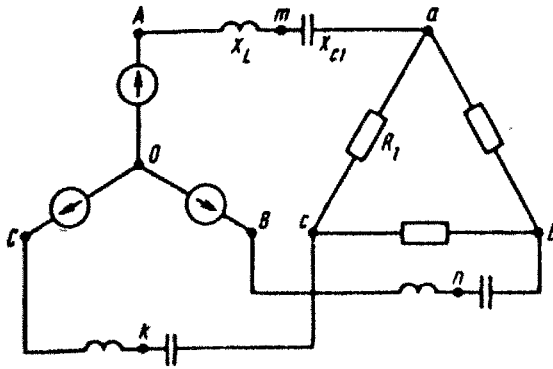


Рис. 2.5

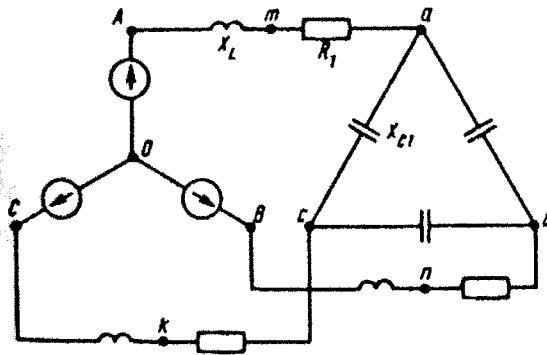


Рис. 2.6

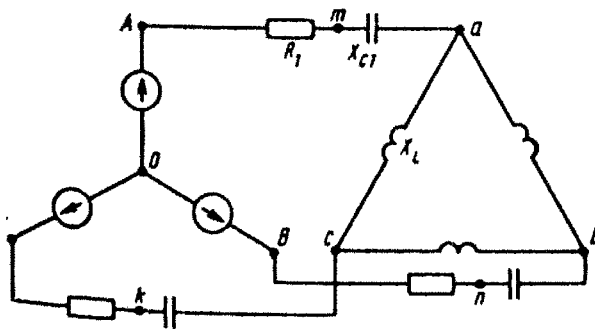


Рис. 2.7

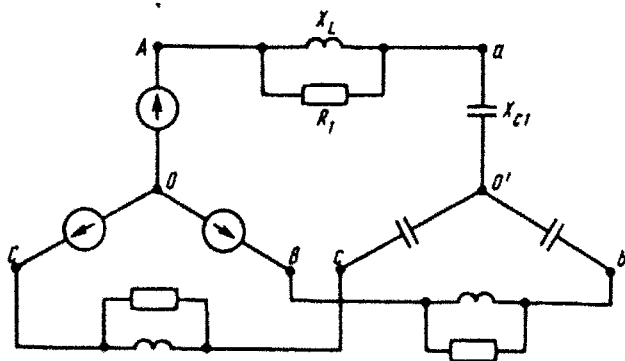


Рис. 2.8

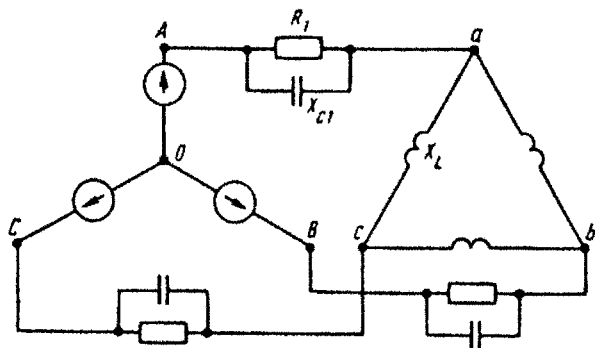


Рис. 2.9

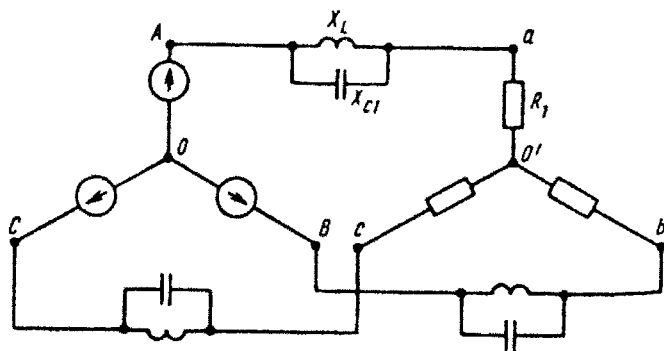


Рис. 2.10

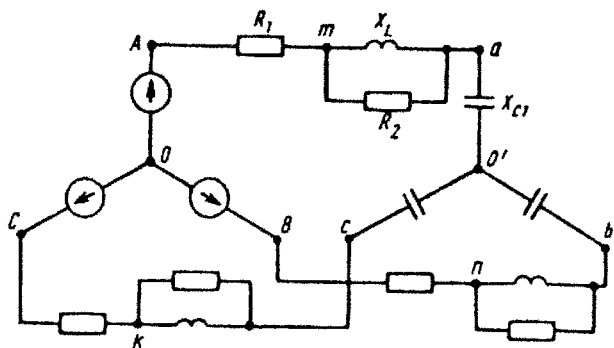


Рис. 2.14

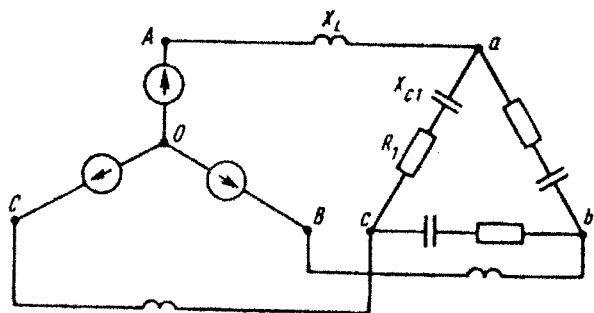


Рис. 2.15

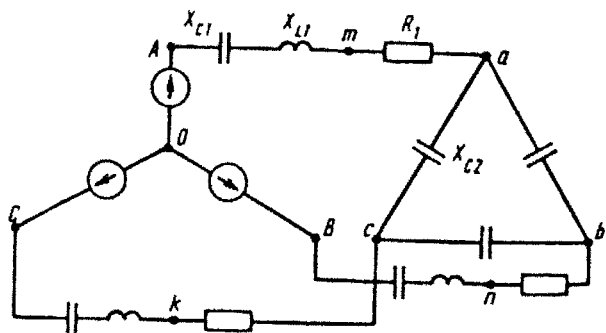


Рис. 2.16

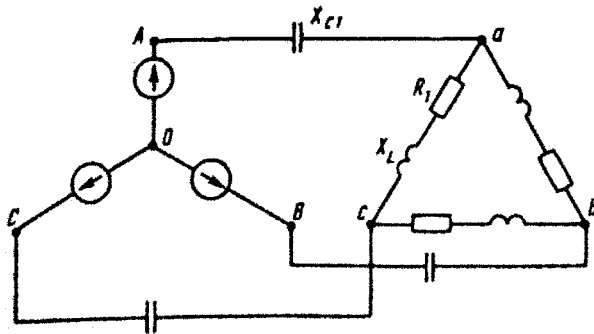


Рис. 2.17

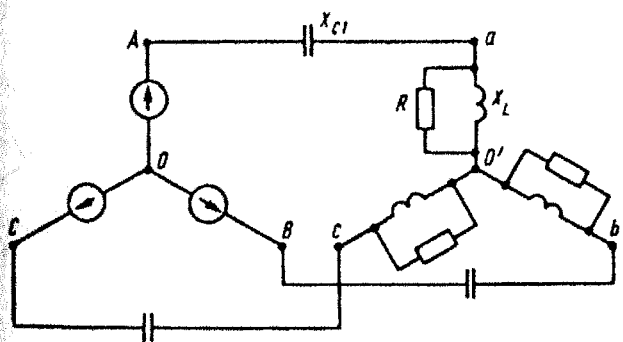


Рис. 2.18

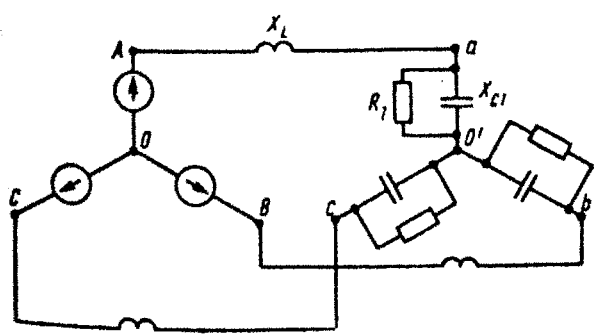


Рис. 2.19

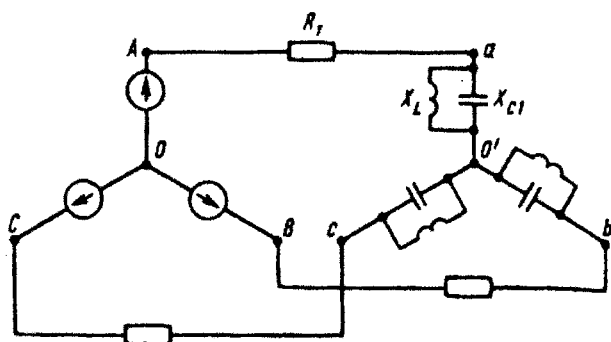


Рис. 2.20

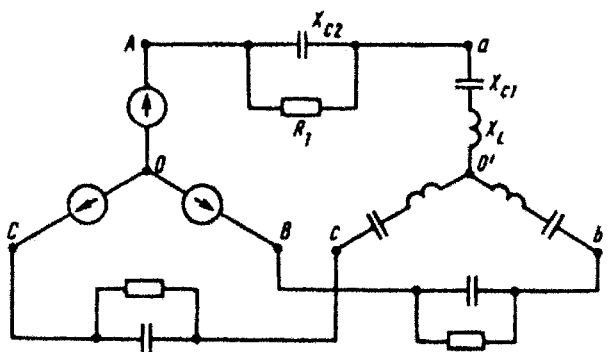


Рис. 2.21

Таблица 2.1

Вариант	Форма записи	Вариант	Форма записи	Вариант	Форма записи	Вариант	Форма записи	Вариант	Форма записи
1	Y	21	Y	41	Y	61	Y	81	Y
2	G	22	G	42	G	62	G	82	G
3	Z	23	Z	43	Z	63	Z	83	Z
4	H	24	H	44	H	64	H	84	H
5	A	25	A	45	A	65	A	85	A
6	Y	26	Y	46	Y	66	Y	86	Y
7	G	27	G	47	G	67	G	87	G
8	Z	28	Z	48	Z	68	Z	88	Z
9	H	29	H	49	H	69	H	89	H
10	A	30	A	50	A	70	A	90	A
11	Y	31	Y	51	Y	71	Y	91	Y
12	G	32	G	52	G	72	G	92	G
13	Z	33	Z	53	Z	73	Z	93	Z
14	H	34	H	54	H	74	H	94	H
15	A	35	A	55	A	75	A	95	A
16	Y	36	Y	56	Y	76	Y	96	Y

Вариант	Форма записи	Вариант	Форма записи	Вариант	Форма записи	Вариант	Форма записи	Вариант	Форма записи
17	<i>G</i>	37	<i>G</i>	57	<i>G</i>	77	<i>G</i>	97	<i>G</i>
18	<i>Z</i>	38	<i>Z</i>	58	<i>Z</i>	78	<i>Z</i>	98	<i>Z</i>
19	<i>H</i>	39	<i>H</i>	59	<i>H</i>	79	<i>H</i>	99	<i>H</i>
20	<i>A</i>	40	<i>A</i>	60	<i>A</i>	80	<i>A</i>	100	<i>A</i>

Указания: 1. Сопротивления обмоток генератора полагать равными нулю.
 2. Для вариантов, в которых нагрузка соединена треугольником, при расчете преобразовать ее в соединение звездой.
 3. При расчете символическим методом рекомендуется оперировать с комплексными действующими значениями (не с комплексными амплитудами).

Таблица 2.2

Вариант	Рисунок	$E_d, В$	$T, с$	$L, мГн$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	Определить
1	2.2	100	0,015	22,32	276	—	4,33	8,66	u_{bc}
2	2.3	80	0,015	18,33	598	138	—	17,32	u_{bc}
3	2.4	60	0,015	4,78	398	—	7,66	2	u_{bc}
4	2.5	40	0,015	35,88	119,6	—	25,98	—	u_{bc}
5	2.6	20	0,015	17,94	79,7	—	4,33	—	u_{bc}
6	2.7	90	0,015	107,6	119,6	—	8,66	—	u_{bc}
7	2.8	70	0,015	41,4	175,1	—	17,32	—	u_{bc}
8	2.9	50	0,015	8,75	138	—	17,32	—	u_{bc}
9	2.10	30	0,015	23,92	478,5	—	17,32	—	u_{bc}
10	2.11	10	0,015	35,88	210,9	138	17,32	—	u_{bc}
11	2.12	200	0,015	22,32	276	—	4,33	8,66	u_{bc}
12	2.13	160	0,015	18,33	598	138	—	17,32	u_{bc}
13	2.14	120	0,015	4,78	398	—	7,66	2	u_{bc}
14	2.15	80	0,015	35,88	39,8	—	26	—	u_{bc}
15	2.16	40	0,015	17,94	957	79,7	8,66	—	u_{bc}
16	2.17	180	0,015	107,65	119,6	—	26	—	u_{bc}
17	2.18	140	0,015	41,4	175,1	—	17,32	—	u_{bc}
18	2.19	100	0,015	8,75	138	—	17,32	—	u_{bc}
19	2.20	60	0,015	28,92	478,5	—	17,32	—	u_{bc}
20	2.21	20	0,015	35,88	210,9	138	17,32	—	u_{bc}
21	2.2	100	0,02	29,71	367,5	—	4,33	8,66	u_{ca}
22	2.3	80	0,02	24,39	796,2	183,8	—	17,32	u_{ca}
23	2.4	60	0,02	6,36	530	—	7,66	2	u_{ca}
24	2.5	40	0,02	47,7	159,2	—	25,98	—	u_{ca}

Продолжение табл. 2.2

Вариант	Рисунок	$E_A, В$	$T, с$	$L, мГн$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	Отре- делить
25	2.6	20	0,02	23,88	106,1	—	4,33	—	U_{ca}
26	2.7	90	0,02	143,3	159,2	—	8,66	—	U_{ca}
27	2.8	70	0,02	55,16	233,1	—	17,32	—	U_{ca}
28	2.9	50	0,02	11,65	183,8	—	17,32	—	U_{ca}
29	2.10	30	0,02	31,85	636,9	—	17,32	—	U_{ca}
30	2.11	10	0,02	47,7	280,8	183,7	17,32	—	U_{ca}
31	2.12	200	0,02	29,71	367,5	—	4,33	8,66	U_{ca}
32	2.13	160	0,02	24,39	796,2	183,8	—	17,32	U_{ca}
33	2.14	120	0,02	6,36	530	—	7,66	2	U_{ca}
34	2.15	80	0,02	47,7	53	—	26	—	U_{ca}
35	2.16	40	0,02	23,88	1274,8	106,1	8,66	—	U_{ca}
36	2.17	180	0,02	143,3	159,2	—	26	—	U_{ca}
37	2.18	140	0,02	55,16	233,1	—	17,32	—	U_{ca}
38	2.19	100	0,02	11,65	183,8	—	17,32	—	U_{ca}
39	2.20	60	0,02	31,85	636,9	—	17,32	—	U_{ca}
40	2.21	20	0,02	47,7	280,8	183,7	17,32	—	U_{ca}
41	2.2	100	0,025	37,32	461,6	—	4,33	8,66	U_{mn}
42	2.3	80	0,025	30,64	1000	230	—	17,32	U_{mn}
43	2.4	60	0,025	8	666	—	7,66	2	U_{mn}
44	2.5	40	0,025	60	200	—	25,98	—	U_{mn}
45	2.6	20	0,025	30	133,3	—	4,33	—	U_{mn}
46	2.7	90	0,025	180	200	—	8,66	—	U_{mn}
47	2.8	70	0,025	69,28	292,8	—	17,32	—	U_{Ab}
48	2.9	50	0,025	14,64	230,8	—	17,32	—	U_{Ab}
49	2.10	30	0,025	40	800	—	17,32	—	U_{Ab}
50	2.11	10	0,025	60	352,7	230,8	17,32	—	U_{mn}
51	2.12	200	0,025	37,32	461,6	—	4,33	8,66	U_{mn}
52	2.13	160	0,025	30,64	1000	230	—	17,32	U_{mn}
53	2.14	120	0,025	8	666	—	7,66	2	U_{mn}
54	2.15	80	0,025	60	66,7	—	26	—	U_{Ab}
55	2.16	40	0,025	30	1600	133,6	8,66	—	U_{mn}
56	2.17	180	0,025	180	200	—	26	—	U_{Ab}
57	2.18	140	0,025	69,28	292,8	—	17,32	—	U_{Ab}
58	2.19	100	0,025	14,64	230,8	—	17,32	—	U_{Ab}
59	2.20	60	0,025	40	800	—	17,32	—	U_{Ab}
60	2.21	20	0,025	60	352,7	230,8	17,32	—	U_{Ab}
61	2.2	100	0,04	59,42	735	—	4,33	8,66	U_{nk}

Вариант	Рисунок	$E, В$	$T, с$	$L, мГн$	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	Определить
62	2.3	80	0,04	48,78	1592	368	—	17,32	u_{nk}
63	2.4	60	0,04	12,738	1061	—	7,66	2	u_{nk}
64	2.5	40	0,04	95,5	318,4	—	25,98	—	u_{nk}
65	2.6	20	0,04	47,77	212,2	—	4,33	—	u_{nk}
66	2.7	90	0,04	286,6	318	—	8,66	—	u_{nk}
67	2.8	70	0,04	110,32	466,3	—	17,32	—	u_{bc}
68	2.9	50	0,04	23,3	367,5	—	17,32	—	u_{bc}
69	2.10	30	0,04	63,69	1273,9	—	17,32	—	u_{bc}
70	2.11	10	0,04	95,5	561,7	36,75	17,32	—	u_{nk}
71	2.12	200	0,04	59,42	735	—	4,33	8,66	u_{nk}
72	2.13	160	0,04	48,78	1592,3	368	—	17,32	u_{nk}
73	2.14	120	0,04	12,74	1061,5	—	7,66	2	u_{nk}
74	2.15	80	0,04	95,5	106,1	—	26	—	u_{bc}
75	2.16	40	0,04	47,77	2547	212,2	8,66	—	u_{nk}
76	2.17	180	0,04	287	318,4	—	26	—	u_{bc}
77	2.18	140	0,04	110,32	466,3	—	17,32	—	u_{bc}
78	2.19	100	0,04	23,3	367,5	—	17,32	—	u_{bc}
79	2.20	60	0,04	63,69	1273,9	—	17,32	—	u_{bc}
80	2.21	20	0,04	95,5	561,7	367,5	17,32	—	u_{bc}
81	2.2	100	0,01	14,86	183,8	—	4,33	8,66	u_{ab}
82	2.3	80	0,01	12,19	398	91,9	—	17,32	u_{ab}
83	2.4	60	0,01	3,18	265,2	—	7,66	2	u_{ab}
84	2.5	40	0,01	23,8	79,6	—	25,98	—	u_{ab}
85	2.6	20	0,01	11,94	53	—	4,33	—	u_{ab}
86	2.7	90	0,01	71,65	79,6	—	8,66	—	u_{ab}
87	2.8	70	0,01	27,58	116,5	—	17,32	—	u_{ab}
88	2.9	50	0,01	5,82	91,8	—	17,32	—	u_{ab}
89	2.10	30	0,01	15,92	318,4	—	17,32	—	u_{ab}
90	2.11	10	0,01	23,8	140,4	91,9	17,32	—	u_{ab}
91	2.12	200	0,01	14,86	183,8	—	4,33	8,66	u_{ab}
92	2.13	160	0,01	12,19	398	91,9	—	17,32	u_{ab}
93	2.14	120	0,01	3,18	265,2	—	7,66	2	u_{ab}
94	2.15	80	0,01	23,8	26,5	—	26	—	u_{ab}
95	2.16	40	0,01	11,94	637	53	8,66	—	u_{ab}
96	2.17	180	0,01	71,65	79,6	—	26	—	u_{ab}
97	2.18	140	0,01	27,58	116,5	—	17,32	—	u_{ab}
98	2.19	100	0,01	5,82	91,8	—	17,32	—	u_{ab}
99	2.20	60	0,01	15,92	318,4	—	17,32	—	u_{ab}
100	2.21	20	0,01	23,8	140,4	91,9	17,32	—	u_{ab}

Задача 2.3. Периодические несинусоидальные токи. На рис. 2.22 даны схемы, на вход которых воздействует одно из периодических напряжений $u_1(t)$ (графики напряжений приведены на рис. 2.23 — 2.30). Схемы нагружены на активное сопротивление нагрузки R_n . Численные значения напряжения U_m , периода T , параметров схемы L , C и величины активного сопротивления нагрузки R_n приведены в табл. 2.3.

Требуется:

1. Разложить напряжение $u_1(t)$ в ряд Фурье до 5-й гармоник включительно, используя табличные разложения, приведенные в учебниках, и пояснения, которые даны в указаниях к данной задаче.

2. Обозначив сопротивления элементов схемы в общем виде как R_n , jX_L и $-jX_C$, вывести формулу для передаточной функции $K(j\omega)$ своего четырехполюсника (рис. 2.22) $K(j\omega) = \frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)} = |K(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$. Полученное выражение пригодно для каждой гармоники, только под jX_L и $-jX_C$ следует понимать сопротивления для соответствующей гармоники.

3. Используя формулу п. 2, определить комплексную амплитуду напряжения на выходе (на нагрузке) для следующих гармоник ряда Фурье: для 0-й, 1-й и 3-й гармоник в схемах рис. 2.22, а, г; для 1-й, 3-й и 5-й гармоник в схемах рис. 2.22, б, в.

4. Записать мгновенное значение напряжения на нагрузке в виде ряда Фурье.

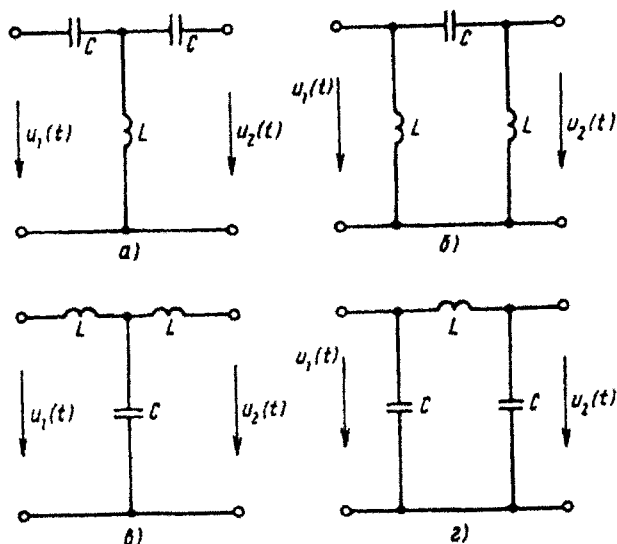


Рис. 2.22

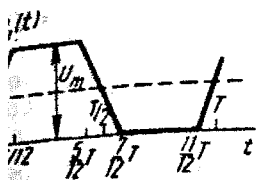


Рис. 2.23

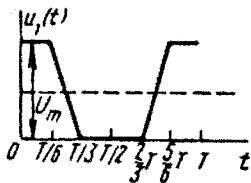


Рис. 2.24

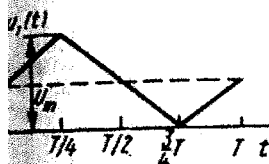


Рис. 2.25

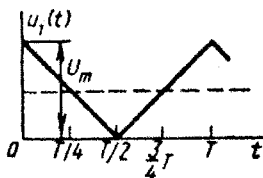


Рис. 2.26

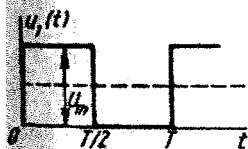


Рис. 2.27

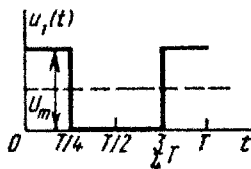


Рис. 2.28

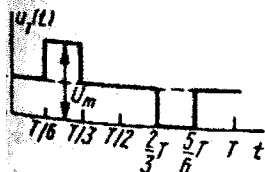


Рис. 2.29

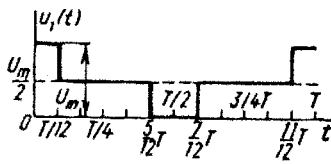


Рис. 2.30

5. Построить друг под другом линейчатые спектры входного (u_1) и выходного (u_2) напряжений.

6. Записать заданное напряжение в дискретизированном виде с точностью до 15-й гармоники, используя формулу Кронекера.

Указание.

На примере рис. 2.29, 2.30 покажем, как осуществляется разложение в ряд Фурье кривых, которые имеют постоянную составляющую и начало которых сдвинуто во времени по отношению к табличным кривым. Прежде всего выделим в напряжении $u_1(t)$ (рис. 2.30) постоянную составляющую $U_m/2$ и мысленно проведем новую ось времени на высоте $U_m/2$. Тогда относительно новой оси времени оставшуюся часть напряжения запишем в виде

$$\frac{4U_m}{2\pi} \left(\sin \frac{\omega T}{12} \cos \omega t + \frac{1}{3} \sin \frac{3\omega T}{12} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \sin \frac{5\omega T}{12} \cos 5\omega t \right).$$

Здесь под U_m понимается амплитуда заданного напряжения $u_1(t)$, а угол $\omega T/12$ равен углу, обозначенному в учебниках α . С учетом постоянной составляющей $u_1(t)$ (рис. 2.30) раскладывается в ряд Фурье следующим образом:

$$u_1(t) = \frac{U_m}{2} + \frac{2U_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5 \cdot 2} \cos 5\omega t \right).$$

График напряжения $u_1(t)$ (рис. 2.29) на время $T/4$ смещен (запаздывает) во времени, поэтому для схемы представленной на рис. 2.29:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \frac{U_m}{2} + \frac{4U_m}{4\pi} \left[\sin \frac{\omega T}{12} \cos \omega \left(t - \frac{T}{4} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{3} \sin \frac{3\omega T}{12} \cos 3\omega \left(t - \frac{T}{4} \right) + \frac{1}{5} \sin \frac{5\omega T}{12} \cos 5\omega \left(t - \frac{T}{4} \right) \right] = \\ &= \frac{U_m}{2} + \frac{2U_m}{\pi} \left[\frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5 \cdot 2} \sin 5\omega t \right]. \end{aligned}$$

Покажем, как вывести формулу напряжения на выходе схемы \dot{U}_{2m} через параметры схемы и напряжение на входе \dot{U}_{1m} . Исходя из первого уравнения четырехполюсника, написанного в A -форме, получим

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 = \dot{U}_2(A + B/R_n).$$

Отсюда

$$\dot{U}_{2m} = \dot{U}_{1m} \frac{1}{A + B/R_n} = \dot{U}_{1m} K(j\omega),$$

где $K(j\omega) = \dot{U}_{2m}(j\omega) / \dot{U}_{1m}(j\omega)$ — передаточная функция четырехполюсника на частоте ω .

Для рис. 2.31:

$$A = 1 + \frac{R_1}{jX_L}; \quad B = R_1 - jX_C + \frac{R_1(-jX_C)}{jX_L}.$$

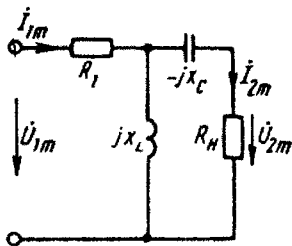


Рис. 2.31

Полом меньших преобразований получим:

$$K(j\omega) = \frac{jX_L R_H}{R_1 R_H + X_L X_C + j(R_1 X_L - R_1 X_C + X_L R_H)}$$

Таблица 2.3

Номер	L , мГн	C , мкФ	T , мс	U_m , В	R_H , Ом	Рисунок с изображением схемы	Рисунок с графиком $\varphi(t)$
1	1,44	0,8	0,48	12	35,4	2.22, б	2.28
2	11	4	2	100	65,7	2.22, в	2.27
3	0,5	0,4	0,167	50	27	2.22, г	2.26
4	0,4	0,5	0,159	50	36,4	2.22, а	2.24
5	0,7	0,24	0,134	45	41,4	2.22, б	2.25
6	5	1	0,625	25	86,5	2.22, в	2.28
7	5,6	2,28	1,20	48,5	38,6	2.22, г	2.27
8	2,52	1,4	0,63	17	55,0	2.22, а	2.27
9	4,2	1,44	0,8	40	41,4	2.22, б	2.26
10	20	1	1,67	80	185	2.22, в	2.25
11	1	1	0,314	100	25	2.22, г	2.28
12	20	8	5,88	30	59	2.22, а	2.28
13	1,5	0,3	0,354	33,4	64,5	2.22, б	2.23
14	2,58	1,43	0,484	75	49,6	2.22, в	2.30
15	3	0,9	0,565	40	44,7	2.22, г	2.23
16	5,4	3	1,34	12,78	55,2	2.22, а	2.29
17	6,25	12,4	3,13	40	17,5	2.22, б	2.24
18	6,25	10	2,5	70	31,5	2.22, в	2.25
19	0,5	0,4	0,167	110	27	2.22, г	2.28
20	0,7	0,875	0,277	70	36,4	2.22, а	2.26
21	1,6	0,89	0,536	18,85	35,4	2.22, б	2.24
22	9,57	3,48	1,74	104,6	65,7	2.22, в	2.23
23	0,55	0,44	0,184	33,4	27	2.22, г	2.23
24	0,357	0,447	0,142	150	36,4	2.22, а	2.26
25	0,62	0,212	0,118	15	41,4	2.22, б	2.23
26	4,35	0,87	0,544	26,2	86,5	2.22, в	2.24
27	6,15	2,5	1,33	76	38,6	2.22, г	2.25
28	2,9	1,61	0,725	17	55,0	2.22, а	2.29
29	2,92	1	0,555	13,35	41,4	2.22, б	2.24
30	23	1,15	1,92	102,2	185	2.22, в	2.29
31	1,15	1,15	0,362	104,5	25	2.22, г	2.24
32	16,7	6,67	4,9	141	59	2.22, а	2.26
33	1,72	0,344	0,416	100	64,5	2.22, б	2.25
34	1,95	1,08	0,365	37,5	49,6	2.22, в	2.28
35	3,6	1,08	0,678	60	44,7	2.22, г	2.25
36	5,94	3,3	1,47	60	55,2	2.22, а	2.25
37	5,68	11,27	2,84	40	17,5	2.22, б	2.24
38	6,87	11	2,75	44,7	31,5	2.22, в	2.27
39	0,625	0,5	0,209	110	27	2.22, г	2.28
40	0,65	0,81	0,257	14,9	36,4	2.22, а	2.28
41	1,3	0,72	0,432	12	35,4	2.22, б	2.30
42	12,63	4,6	2,3	200	65,7	2.22, в	2.29
43	0,455	0,364	0,152	31,9	27	2.22, г	2.28
44	0,333	0,417	0,133	31,9	36,4	2.22, а	2.28
45	0,578	0,198	0,11	9,56	41,4	2.22, б	2.27

№ п/п	показатели					покрытие по схеме	графиком и(т)
	1	2	3	4	5		
46	5,75	1,15	0,72	39,2	86,5	2,22, в	2,26
47	7,28	2,97	1,57	50,7	38,6	2,22, з	2,23
48	2,19	1,22	0,55	80	55	2,22, а	2,25
49	2,69	0,92	0,513	8,52	41,4	2,22, б	2,30
50	17,4	0,87	1,45	51,1	185	2,22, в	2,27
51	0,87	0,87	0,274	156,5	25	2,22, з	2,26
52	24	9,6	7,05	30	59	2,22, а	2,30
53	1,88	0,375	0,442	21,3	64,5	2,22, б	2,27
54	2,35	1,3	0,438	75	49,6	2,22, в	2,30
55	3,9	1,17	0,735	38,3	44,7	2,22, з	2,27
56	6,47	3,6	1,6	60	55,2	2,22, а	2,25
57	4,82	9,57	2,41	25,5	17,5	2,22, б	2,28
58	7,5	12	3	89,4	31,5	2,22, в	2,29
59	0,534	0,427	0,179	172,5	27	2,22, з	2,26
60	0,6	0,753	0,238	23,4	36,4	2,22, а	2,24
61	1,15	0,64	0,384	56,5	35,4	2,22, б	2,26
62	14,3	5,2	2,6	157	65,7	2,22, в	2,25
63	0,385	0,308	0,129	64	27	2,22, з	2,30
64	0,448	0,56	0,178	31,9	36,4	2,22, а	2,30
65	0,79	0,27	0,15	9,56	41,4	2,22, б	2,29
66	6	1,2	0,75	50	86,5	2,22, в	2,30
67	5,1	2,08	1,1	97	38,6	2,22, з	2,29
68	3,15	1,75	0,79	26,7	55	2,22, а	2,23
69	4,56	1,56	0,87	8,52	41,4	2,22, б	2,28
70	16	0,8	1,34	53,5	185	2,22, в	2,23
71	0,77	0,77	0,242	200	25	2,22, з	2,30
72	15,4	6,15	4,53	47	59	2,22, а	2,24
73	1,3	0,26	0,307	33,4	64,5	2,22, б	2,23
74	2,81	1,56	0,527	58,8	49,6	2,22, в	2,26
75	2,5	0,75	0,472	38,3	44,7	2,22, з	2,27
76	4,9	2,73	1,21	12,78	55,2	2,22, а	2,27
77	4,46	8,85	2,23	25,5	17,5	2,22, б	2,30
78	8,13	13	3,25	89,4	31,5	2,22, в	2,29
79	0,463	0,37	0,155	220	27	2,22, з	2,30
80	0,55	0,685	0,217	23,4	36,4	2,22, а	2,24
81	1,8	1	0,6	18,85	35,4	2,22, б	2,24
82	8,48	3,08	1,54	100	65,7	2,22, в	2,27
83	0,65	0,52	0,217	31,9	27	2,22, з	2,28
84	0,48	0,6	0,19	150	36,4	2,22, а	2,26
85	0,847	0,29	0,162	45	41,4	2,22, б	2,25
86	4,17	0,834	0,52	26,2	86,5	2,22, в	2,24
87	4,28	1,75	0,922	50,7	38,6	2,22, з	2,23
88	2,02	1,12	0,505	17	55	2,22, а	2,29
89	3,5	1,2	0,667	8,52	41,4	2,22, б	2,30
90	2,5	1,25	2,09	80	185	2,22, в	2,25
91	1,3	1,3	0,41	200	25	2,22, з	2,30
92	26	10,4	7,64	47	59	2,22, а	2,24
93	1,2	0,24	0,283	21,3	64,5	2,22, б	2,29
94	2,13	1,18	0,398	39,2	49,6	2,22, в	2,24
95	2,3	0,693	0,435	76,5	44,7	2,22, з	2,29

Вариант	$L, \text{ мГн}$	$C, \text{ мкФ}$	$T, \text{ мс}$	$U_m, \text{ В}$	$R_n, \text{ Ом}$	Рисунок с изображением схемы	Рисунок с графиком $u_1(t)$
96	4,5	2,5	1,11	20	55,2	2.22, а	2.23
97	5,23	10,4	2,64	120	17,5	2.22, б	2.26
98	8,75	14	3,5	46,7	31,5	2.22, в	2.23
99	0,432	0,346	0,145	115	27	2.22, г	2.24
100	0,5	0,625	0,198	14,9	36,4	2.22, а	2.30

Задача 2.4. Электрические фильтры. Рассматривая схему, приведенную в условии задачи 2.3, как схему фильтра, работающего на согласованную нагрузку:

1) определить значения граничных частот полосы прозрачности фильтра (частот среза);

2) качественно построить зависимость характеристического сопротивления $Z_{\text{св}}$, затухания a и сдвига по фазе b в функции частоты ω ;

3) на вход низкочастотного фильтра подать 1-ю гармонику напряжения u_1 из п. 1 задачи 2.3, на вход высокочастотного фильтра — 3-ю гармонику этого напряжения. Для указанной гармоники входного напряжения определить числовые значения постоянной передачи $g = a + jb$, характеристического сопротивления $Z_{\text{св}}$, напряжений и токов во всех ветвях схемы и построить по ним векторные диаграммы токов и напряжений фильтра.

Задача 2.5. Активные цепи с обратными связями. Для RC-цепи с операционным усилителем получить выражение передаточной функции

$$K(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{p^n + b_{n-1}p^{n-1} + \dots + b_0}{p^m + a_{m-1}p^{m-1} + \dots + a_0}$$

и построить ее амплитудно-частотную характеристику для $\omega = 0; 0,5\omega_0; \omega_0; 2\omega_0; 3\omega_0$; где $\omega_0 = \sqrt{a_0}$. При анализе полагать, что операционный усилитель идеальный, т. е. коэффициент усиления и входное сопротивление его стремится к ∞ , а входное напряжение и выходное сопротивление стремится к 0.

Схема и числовые значения параметров в соответствии с номером варианта указаны в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Вариант	Рисунок	$R_1, \text{ кОм}$	$R_2, \text{ кОм}$	$R_3, \text{ кОм}$	$R_4, \text{ кОм}$	$R_5, \text{ кОм}$	$C_1, \text{ мкФ}$	$C_2, \text{ мкФ}$	$C_3, \text{ мкФ}$
1	2.32	10	1	0,01	0,1	—	0,1	1	—
2	2.33	10	1	0,1	1,8	—	0,1	0,1	—
3	2.34	0,1	0,1	0,1	3	1	1	1	—

4-3179

Продолжение табл. 2А

Вариант	Рисунок	R_1 , кОм	R_2 , кОм	R_3 , кОм	R_4 , кОм	R_5 , кОм	C_1 , мкФ	C_2 , мкФ	C_3 , мкФ
4	2.35	0,1	0,1	0,1	10	—	0,01	100	—
5	2.36	0,1	1	0,1	1	—	1	0,1	—
6	2.37	1	1	1	1	—	0,1	0,1	—
7	2.38	0,1	10	0,01	0,1	—	1	0,01	—
8	2.39	0,1	0,01	—	—	—	1	1	9
9	2.40	0,01	1	—	—	—	1	1	10
10	2.41	—	0,1	0,1	0,05	—	1	0,1	—
11	2.32	10	1	0,011	0,11	—	0,1	1	—
12	2.33	10	1	0,2	3,6	—	0,1	0,1	—
13	2.34	0,1	0,1	0,1	6	2	1	1	—
14	2.35	0,1	0,1	0,2	20	—	0,01	100	—
15	2.36	0,1	1	0,2	2	—	1	0,1	—
16	2.37	1	1	0,1	0,1	—	0,1	0,1	—
17	2.38	0,1	10	0,02	0,2	—	1	0,01	—
18	2.39	0,1	0,01	—	—	—	2	1	8
19	2.40	0,01	1	—	—	—	1	1	10,1
20	2.41	—	0,1	0,1	0,051	—	1	0,1	—
21	2.32	10	1	0,012	0,12	—	0,1	1	—
22	2.33	10	1	0,3	5,4	—	0,1	0,1	—
23	2.34	0,1	0,1	0,1	9	3	1	1	—
24	2.35	0,1	0,1	0,3	30	—	0,01	100	—
25	2.36	0,1	1	0,3	3	—	1	0,1	—
26	2.37	1	1	0,2	0,2	—	0,1	0,1	—
27	2.38	0,1	10	0,03	0,3	—	1	0,01	—
28	2.39	0,1	0,01	—	—	—	3	1	7
29	2.40	0,01	1	—	—	—	1	1	10,2
30	2.41	—	0,1	0,1	0,052	—	1	0,1	—
31	2.32	10	1	0,013	0,13	—	0,1	1	—
32	2.33	10	1	0,4	7,2	—	0,1	0,1	—
33	2.34	0,1	0,1	0,1	12	4	1	1	—
34	2.35	0,1	0,1	0,4	40	—	0,01	100	—
35	2.36	0,1	1	0,4	4	—	1	0,1	—
36	2.37	1	1	0,3	0,3	—	0,1	0,1	—
37	2.38	0,1	10	0,04	0,4	—	1	0,01	—
38	2.39	0,1	0,01	—	—	—	4	1	6
39	2.40	0,01	1	—	—	—	1	1	10,3
40	2.41	—	0,1	0,1	0,053	—	1	0,1	—
41	2.32	10	1	0,014	0,14	—	0,1	1	—
42	2.33	10	1	0,5	9	—	0,1	0,1	—
43	2.34	0,1	0,1	0,1	15	5	1	1	—
44	2.35	0,1	0,1	0,5	50	—	0,01	100	—
45	2.36	0,1	1	0,5	5	—	1	0,1	—
46	2.37	1	1	0,4	0,4	—	0,1	0,1	—
47	2.38	0,1	10	0,05	0,5	—	1	0,01	5
48	2.39	0,1	0,01	—	—	—	5	1	10,4
49	2.40	0,01	1	—	—	—	1	1	—
50	2.41	—	0,1	0,1	0,054	—	1	0,1	—
51	2.32	10	1	0,015	0,15	—	0,1	1	—

Вариант	Расчет	$R_1, \text{кОм}$	$R_2, \text{кОм}$	$R_3, \text{кОм}$	$R_4, \text{кОм}$	$R_5, \text{кОм}$	$C_1, \text{мкФ}$	$C_2, \text{мкФ}$	$C_3, \text{мкФ}$
32	2.33	10	1	0,6	10,8	—	0,1	0,1	—
33	2.34	0,1	0,1	0,1	18	6	1	1	—
34	2.35	0,1	0,1	0,6	60	—	0,01	100	—
35	2.36	0,1	1	0,6	6	—	1	0,1	—
36	2.37	1	1	0,5	0,5	—	0,1	0,1	—
37	2.38	0,1	10	0,06	0,6	—	1	0,01	—
38	2.39	0,1	0,01	—	—	—	6	1	4
39	2.40	0,01	1	—	—	—	1	1	10,5
40	2.41	—	0,1	0,1	0,055	—	1	0,1	—
41	2.32	10	1	0,016	0,16	—	0,1	1	—
42	2.33	10	1	0,7	1,26	—	0,1	0,1	—
43	2.34	0,1	0,1	0,1	21	7	1	1	—
44	2.35	0,1	0,1	0,7	70	—	0,01	100	—
45	2.36	0,1	1	0,7	7	—	1	0,1	—
46	2.37	1	1	0,6	0,6	—	0,1	0,1	—
47	2.38	0,1	10	0,07	0,7	—	1	0,01	—
48	2.39	0,1	0,01	—	—	—	7	1	3
49	2.40	0,01	1	—	—	—	1	1	10,6
50	2.41	—	0,1	0,1	0,056	—	1	0,1	—
51	2.32	10	1	0,017	0,17	—	0,1	1	—
52	2.33	10	1	0,8	1,44	—	0,1	0,1	—
53	2.34	0,1	0,1	0,1	24	8	1	1	—
54	2.35	0,1	0,1	0,8	80	—	0,01	100	—
55	2.36	0,1	1	0,8	8	—	1	0,1	—
56	2.37	1	1	0,7	0,7	—	0,1	0,1	—
57	2.38	0,1	10	0,08	0,8	—	1	0,01	—
58	2.39	0,1	0,01	—	—	—	8	1	2
59	2.40	0,01	1	—	—	—	1	1	10,7
60	2.41	—	0,1	0,1	0,057	—	1	0,1	—
61	2.32	—	1	0,018	0,18	—	0,1	1	—
62	2.33	10	1	0,9	1,62	—	0,1	0,1	—
63	2.34	10	0,1	0,1	27	9	1	1	—
64	2.35	0,1	0,1	0,9	90	—	0,01	100	—
65	2.36	0,1	1	0,9	9	—	1	0,1	—
66	2.37	0,1	1	0,8	0,8	—	0,1	0,1	—
67	2.38	1	10	0,09	0,9	—	1	0,01	—
68	2.39	0,1	0,01	—	—	—	9	1	1
69	2.40	0,1	1	—	—	—	1	1	10,8
70	2.41	—	0,1	0,1	0,058	—	1	0,1	—
71	2.32	10	1	0,019	0,19	—	0,1	1	—
72	2.33	10	1	1	1,8	—	0,1	0,1	—
73	2.34	0,1	0,1	0,1	30	10	1	1	—
74	2.35	0,1	0,1	1	100	—	0,01	100	—
75	2.36	0,1	1	1	10	—	1	0,1	—
76	2.37	1	1	0,9	0,9	—	0,1	0,1	—
77	2.38	0,1	10	0,1	1	—	1	0,01	—
78	2.39	0,1	0,01	—	—	—	9,5	1	0,5
79	2.40	0,01	1	—	—	—	1	1	10,9
80	2.41	—	0,1	0,1	0,059	—	1	0,1	—

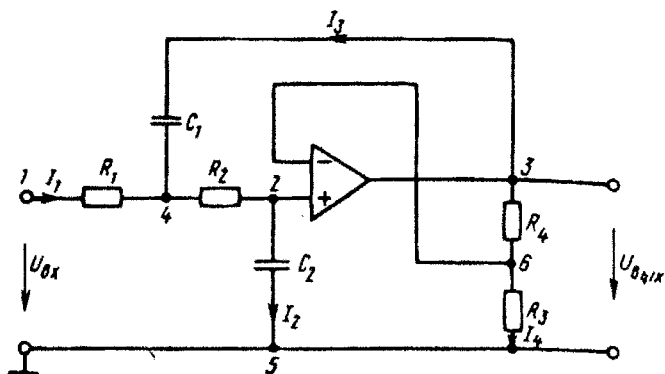


Рис. 2.32

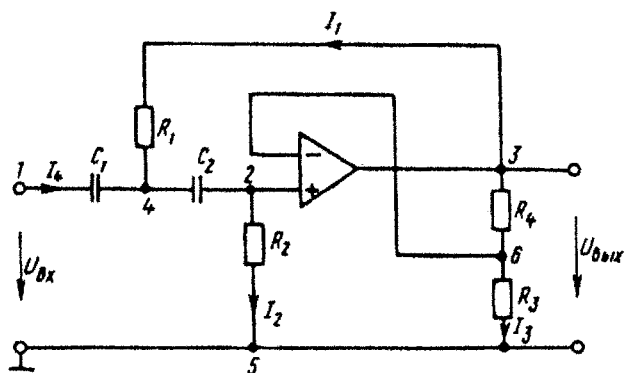


Рис. 2.33

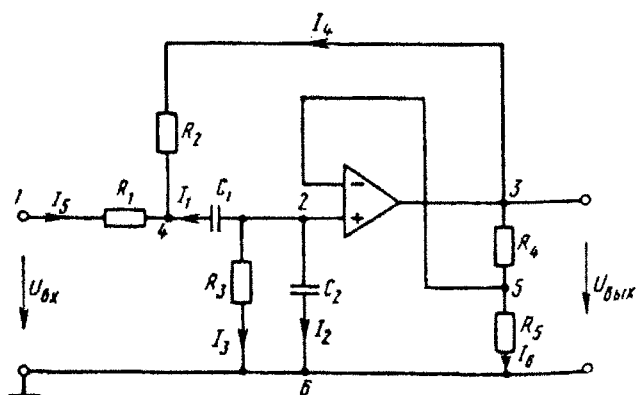


Рис. 2.34

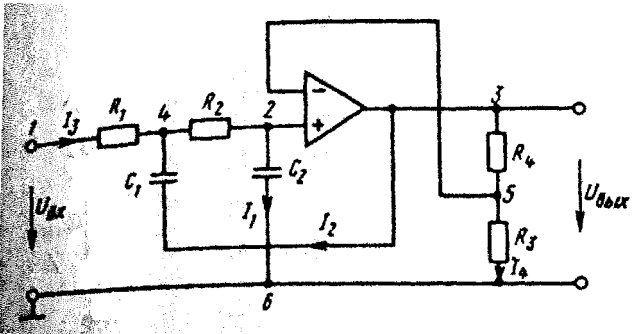


Рис. 2.35

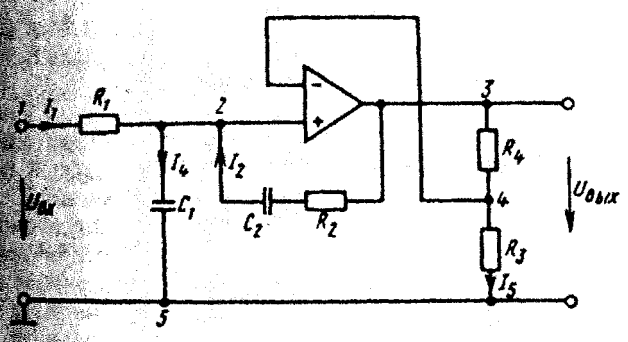


Рис. 2.36

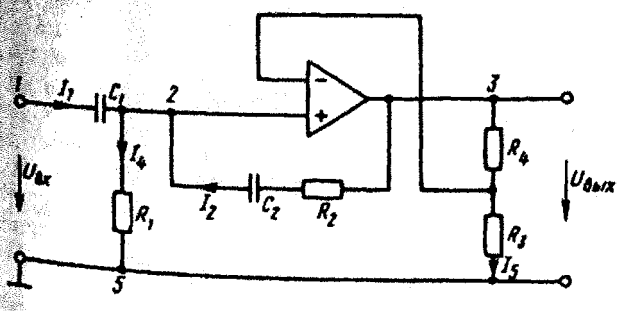


Рис. 2.37

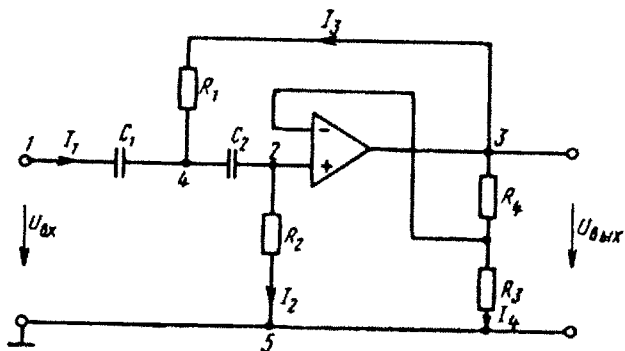


Рис. 2.38

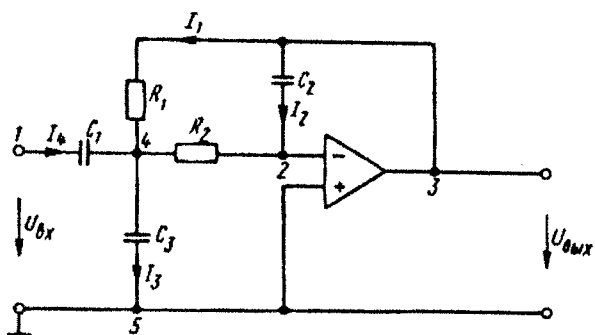


Рис. 2.39

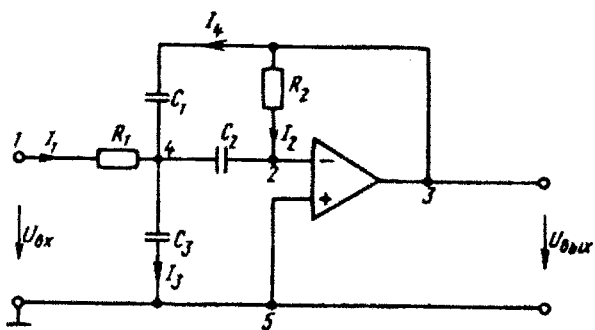


Рис. 2.40

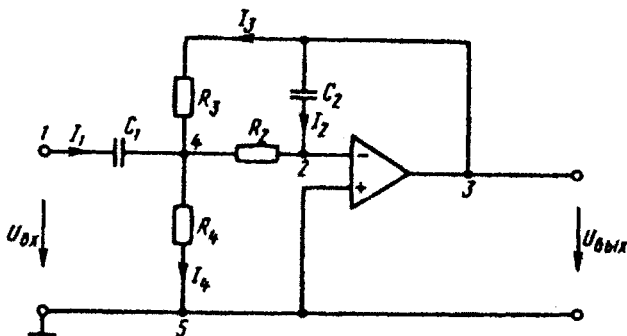


Рис. 2.41

Задание 3

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ, СПЕКТРАЛЬНЫЙ МЕТОД, ЛИНИИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ, СИНТЕЗ ЦЕПЕЙ

Задание состоит из семи задач: 3.1 — на применение классического и операторного методов; 3.2 — на использование интеграла Дюамеля; 3.3 — на метод переменных состояния; 3.4 — на спектры функций; 3.5 — на синтез цепей; 3.6 — на установившиеся процессы в линии с распределенными параметрами; 3.7 — на переходные процессы в линиях с распределенными параметрами (задачи 3.3, 3.5, 3.7 являются факультативными и выполняются по указанию кафедры).

Задача 3.1. Дана электрическая цепь, в которой происходит коммутация (рис. 3.1 — 3.20). В цепи действует постоянная ЭДС E . Параметры цепи приведены в табл. 3.1. Рассмотреть переходный процесс в цепи второго порядка (см. рис. 3.1 — 3.20), когда $L_2=0$, т. е. участок $a-b$ схемы закорочен, и когда $C_2=0$, т. е. ветвь $m-n$ с конденсатором C_2 разомкнута. При вычерчивании схемы в тетради элементы L_2 и C_2 должны отсутствовать. Определить закон изменения во времени указанной в таблице величины (тока или напряжения).

Задачу следует решать двумя методами: *классическим* и *операторным*. На основании полученного аналитического выражения требуется построить график изменения искомой величины в функции времени в интервале от $t=0$ до $t=3/|p|_{\min}$, где $|p|_{\min}$ — наименьший по модулю корень характеристического уравнения.

Указания: 1. Уравнения для изображений схемы (рис. 3.2) рекомендуется составлять по методу узловых потенциалов (с учетом имеющихся в схеме ЭДС и «внутренних» ЭДС).

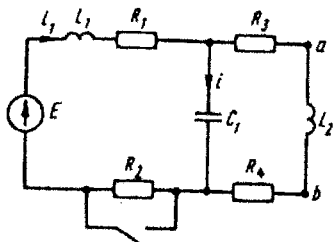


Рис. 3.1

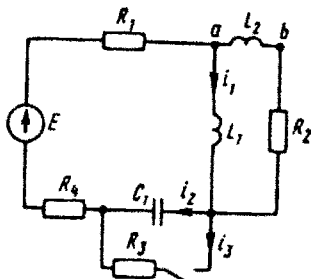


Рис. 3.2

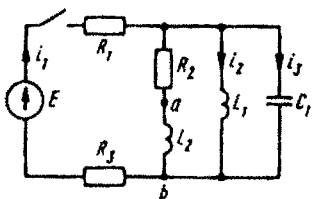


Рис. 3.3

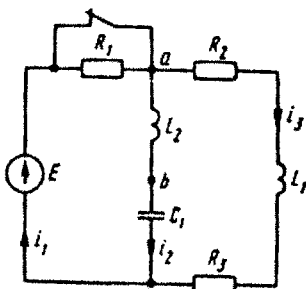


Рис. 3.4

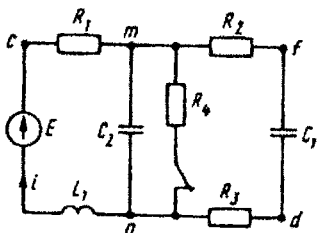


Рис. 3.5

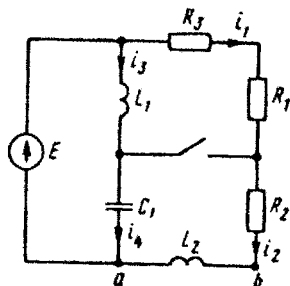


Рис. 3.6

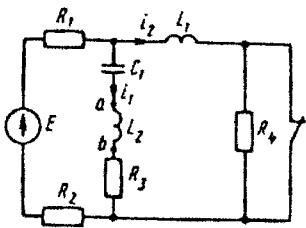


Рис. 3.7

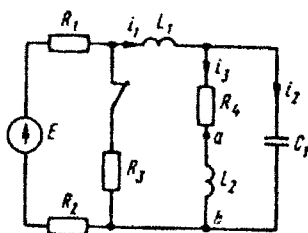


Рис. 3.8

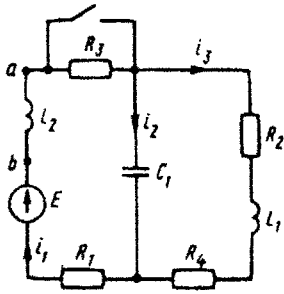


Рис. 3.9

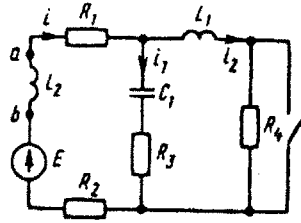


Рис. 3.10

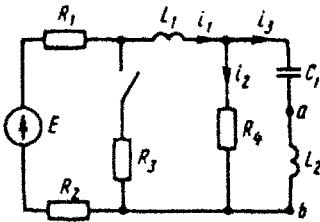


Рис. 3.11

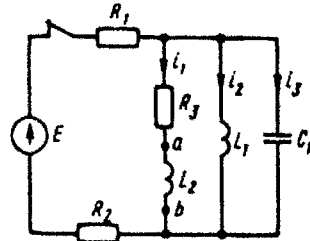


Рис. 3.12

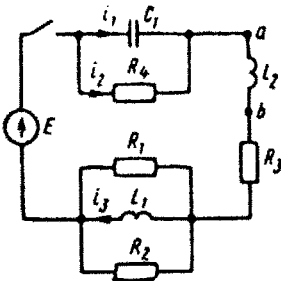


Рис. 3.13

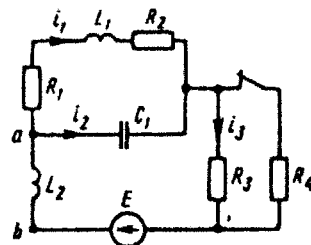


Рис. 3.14

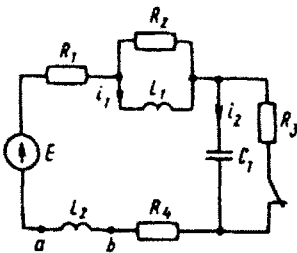


Рис. 3.15

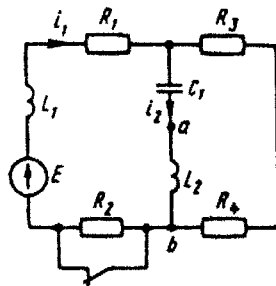


Рис. 3.16

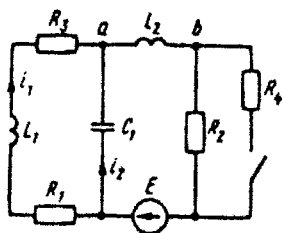


Рис. 3.17

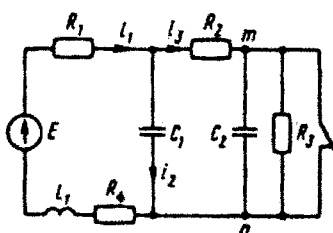


Рис. 3.18

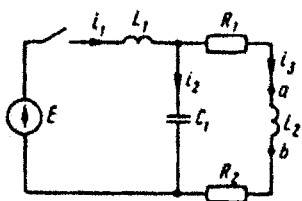


Рис. 3.19

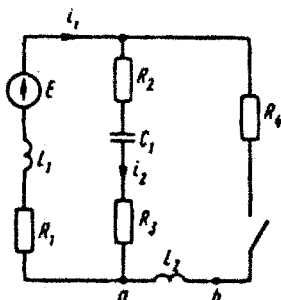


Рис. 3.20

Таблица 3.1

Вариант	Рисунок	E, В	L ₁ , мГн	C ₁ , мкФ	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	Определить
					Ом				
1	3.5	100	1	10	20	20	0	2	u _{C1}
2	3.2	150	2	5	5	10	5	5	i ₃
3	3.19	100	1	10	1	3	—	—	i ₂
4	3.10	120	1	10	1	2	1	1	u _{R3}
5	3.3	100	5	50	3	8	5	—	i ₃
6	3.1	50	1	1500	2	13	2	3	u _{L1}
7	3.11	120	10	10	20	80	1000	1000	i ₂
8	3.18	200	1	50	2	10	20	8	i ₂
9	3.4	100	1	10	50	20	30	—	i ₃
10	3.17	300	5	4	15	20	5	20	i ₁
11	3.20	100	1	10	20	17	3	2	u _{L3}
12	3.15	150	4	5	9	10	5	1	i ₁
13	3.6	30	1	2,5	5	10	15	—	i ₄
14	3.7	200	10	10	50	50	50	100	u _{C1}

Продолжение табл. 3.1

Вариант	Рисунок	E, В	L_1 , мГн	C_1 , мкФ	R_1	R_2	R_3	R_4	Определить
15	3.12	100	1	10	5	15	4	—	u_3
16	3.16	50	2	1670	1	2	2	4	u_{L_1}
17	3.8	120	10	10	20	80	1000	1000	i_3
18	3.13	120	1	10	12	6	8	4	i_2
19	3.9	200	1	10	10	10	50	30	i_3
20	3.14	50	1	100	3	7	10	10	i_3
21	3.5	100	1	10	20	2	18	2	$u_{dт}$
22	3.2	150	2	5	4	10	5	6	u_{L_1}
23	3.19	100	1	10	1,5	2,5	—	—	u_{L_1}
24	3.10	120	1	10	2	1	1	1	u_{L_1}
25	3.3	100	5	50	6	8	2	—	i_2
26	3.1	50	1	1500	2	13	3	2	u_{C_1}
27	3.11	120	10	10	30	70	1000	1000	u_{L_1}
28	3.18	200	1	50	4	10	20	6	u_{L_1}
29	3.4	100	1	10	50	10	40	—	i_1
30	3.17	300	5	4	3	20	17	20	u_{L_1}
31	3.20	100	1	10	20	8	12	2	u_{C_1}
32	3.15	150	4	5	0	10	5	10	i_2
33	3.6	30	1	2.5	15	10	5	—	i_2
34	3.7	200	10	10	25	75	50	100	u_{L_1}
35	3.12	100	1	10	15	5	4	—	i_2
36	3.16	50	2	1670	1	2	3	3	u_{C_1}
37	3.8	120	10	10	30	70	1000	1000	u_{L_1}
38	3.13	120	1	10	24	4.8	8	4	u_{C_1}
39	3.9	200	1	10	10	25	50	15	u_{L_1}
40	3.14	50	1	100	4	6	10	10	u_{L_1}
41	3.5	100	1	10	20	10	10	2	$u_{dф}$
42	3.2	150	2	5	7	10	5	3	u_{C_1}
43	3.19	100	1	10	3	1	—	—	u_{C_1}
44	3.10	120	1	10	1,5	1,5	1	1	u_{C_1}
45	3.3	100	5	50	1	8	7	—	u_{L_1}
46	3.1	50	1	1500	2	13	4	1	u_{R_1}
47	3.11	120	10	10	40	60	1000	1000	u_{C_1}
48	3.18	200	1	50	5	10	20	5	u_{C_1}
49	3.4	100	1	10	50	30	20	—	i_2

Продолжение табл. 3.1

Вариант	Рисунок	E, В	L ₁ , мГн	C ₁ , мкФ	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	Определить
					Ом				
50	3.17	300	5	4	6	20	14	20	μ_{R_1}
51	3.20	100	1	10	20	11	9	2	i_2
52	3.15	150	4	5	3	10	5	7	μ_{R_1}
53	3.6	30	1	2.5	12	10	8	—	μ_{L_1}
54	3.7	200	10	10	0	100	50	100	i_2
55	3.12	100	1	10	7	13	4	—	μ_{C_1}
56	3.16	50	2	1670	1	2	4	2	μ_{R_1}
57	3.8	120	10	10	40	60	1000	1000	μ_{C_1}
58	3.13	120	1	10	6	12	8	4	μ_{L_1}
59	3.9	200	1	10	10	30	50	10	μ_{C_1}
60	3.14	50	1	100	5	5	10	10	μ_{C_1}
61	3.5	100	1	10	20	16	4	2	i
62	3.2	150	2	5	10	10	5	0	i_1
63	3.19	100	1	10	4	0	—	—	i_1
64	3.10	120	1	10	0	3	1	1	i_1
65	3.3	100	5	50	4	8	4	—	i_1
66	3.1	50	1	1500	2	13	5	0	i_1
67	3.11	120	10	10	50	50	1000	1000	i_1
68	3.18	200	1	50	3	10	20	7	i_3
69	3.4	100	1	10	50	35	15	—	μ_{C_1}
70	3.17	300	5	4	4	20	16	20	μ_{C_1}
71	3.20	100	1	10	20	13	7	2	μ_{R_2}
72	3.15	150	4	5	2	10	5	8	μ_{C_1}
73	3.6	30	1	2,5	8	10	12	—	μ_{C_1}
74	3.7	200	10	10	75	25	50	100	i_1
75	3.12	100	1	10	13	7	4	—	i_1
76	3.16	50	2	1670	1	2	5	1	i_1
77	3.8	120	10	10	50	50	1000	1000	i_1
78	3.13	120	1	10	8	8	8	4	i_1
79	3.9	200	1	10	10	18	50	22	i_1
80	3.14	50	1	100	6	4	10	10	i_1
81	3.5	100	1	10	20	15	5	2	μ_{L_1}
82	3.2	150	2	5	8	10	5	2	i_2
83	3.19	100	1	10	2	2	—	—	i_3
84	3.10	120	1	10	3	0	1	1	i_2

Вариант	Рисунок	E, В	L ₁ , мГн	C ₁ , мкФ	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	Определить
					Ом				
85	3.3	100	5	50	2	8	6	—	u_{C_1}
86	3.1	50	1	1500	2	13	1	4	i
87	3.11	120	10	10	10	90	1000	1000	i_3
88	3.18	200	1	50	9	10	20	1	i_1
89	3.4	100	1	10	50	25	25	—	u_{L_1}
90	3.17	300	5	4	10	20	10	20	i_2
91	3.20	100	1	10	20	4	16	2	i_1
92	3.15	150	4	5	6	10	5	4	u_{L_1}
93	3.6	30	1	2,5	10	10	10	—	i_3
94	3.7	200	10	10	100	0	50	100	u_{R_3}
95	3.12	100	1	10	10	10	4	—	u_{L_1}
96	3.16	50	2	1670	1	2	1	5	i_2
97	3.8	120	10	10	10	90	1000	1000	i_2
98	3.13	120	1	10	12	6	8	4	i_3
99	3.9	200	1	10	10	20	50	20	i_2
100	3.14	50	1	100	2	8	10	10	i_2

2. С целью упрощения составления характеристического уравнения для избрания искомой величины левую часть рис. 3.11 (E, R_1, R_2, R_3) рекомендуется в расчетном смысле заменить эквивалентным источником с некоторой ЭДС и некоторым внутренним сопротивлением.

Задача 3.2. Дана электрическая схема (рис. 3.21 — 3.26), на входе которой действует напряжение, изменяющееся во времени по заданному закону $u_1(t)$. Требуется определить закон изменения во времени тока в одной из ветвей схемы или напряжения на заданном участке схемы. В табл. 3.2 в соответствии с номером варианта указан номер рисунка, на котором приведен график изменения во времени входного напряжения (рис. 3.27 — 3.36). Параметры цепи R, L, C заданы в буквенном виде.

Задачу требуется решить, используя интеграл Дюамеля. Искомую величину следует определить (записать ее аналитическое выражение) для всех интервалов времени. В зависимости от условий задачи полный ответ будет содержать два или три соотношения, каждое из которых справедливо лишь в определенном диапазоне времени.

В каждом ответе следует выполнить приведение подобных слагаемых относительно $e^{-b_1 t}$, $e^{-b_1(t-t_1)}$, t и выделить постоянную составляющую.

Примечание. На рис. 3.31, 3.32, 3.36 входное напряжение дано с двумя индексами. Первый индекс (индекс 1) указывает на входное напряжение, второй (1 или 2) — на интервал времени, о котором идет речь. Так, например, u_{11} — входное напряжение для первого интервала времени, u_{12} — входное напряжение для второго интервала времени.

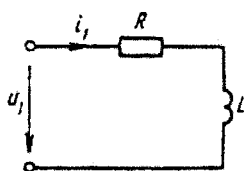


Рис. 3.21

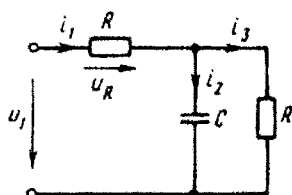


Рис. 3.22

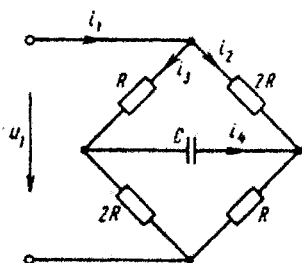


Рис. 3.23

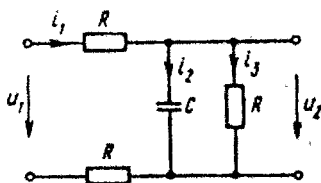


Рис. 3.24

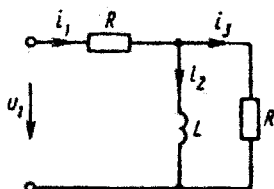


Рис. 3.25

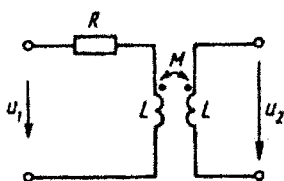


Рис. 3.26

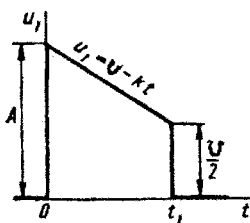


Рис. 3.27

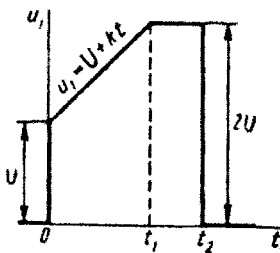


Рис. 3.28

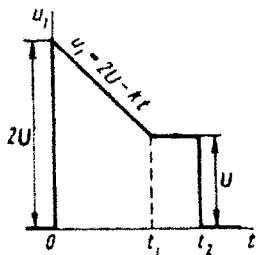


Рис. 3.29

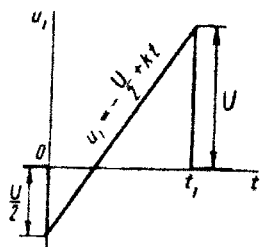


Рис. 3.30

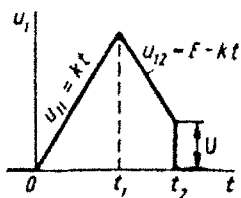


Рис. 3.31

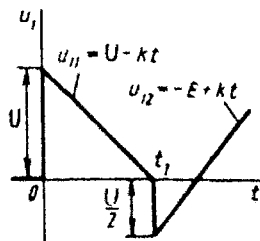


Рис. 3.32

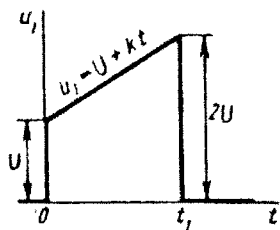


Рис. 3.33

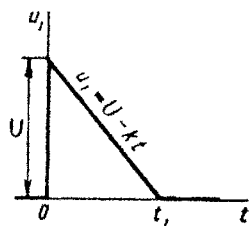


Рис. 3.34

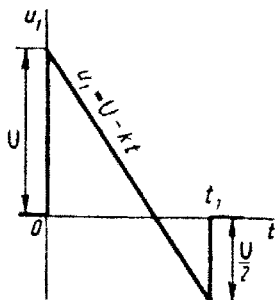


Рис. 3.35

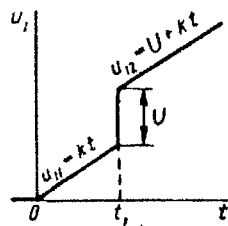


Рис. 3.36

Таблица 3.2

Вариант	Рисунок с изображением схемы	Рисунок с графикам $u_i(t)$	Определить	Вариант	Рисунок с изображением схемы	Рисунок с графикам $u_i(t)$	Определить	Вариант	Рисунок с изображением схемы	Рисунок с графикам $u_i(t)$	Определить	Вариант	Рисунок с изображением схемы	Рисунок с графикам $u_i(t)$	Определить
1	3.23	3.31	i_4	26	3.22	3.36	i_2	51	3.24	3.31	i_3	76	3.24	3.28	i_2
2	3.22	3.35	u_R	27	3.24	3.36	i_1	52	3.22	3.34	i_3	77	3.23	3.34	u_C
3	3.24	3.31	u_2	28	3.25	3.36	i_1	53	3.25	3.36	i_3	78	3.26	3.31	u_2
4	3.23	3.35	i_1	29	3.25	3.33	i_2	54	3.22	3.33	u_C	79	3.23	3.27	i_2
5	3.21	3.31	i_1	30	3.21	3.33	u_L	55	3.25	3.32	u_L	80	3.23	3.27	i_3
6	3.22	3.35	i_2	31	3.24	3.34	i_3	56	3.24	3.32	i_2	81	3.23	3.28	i_4
7	3.24	3.35	i_1	32	3.22	3.33	i_3	57	3.23	3.27	u_C	82	3.22	3.30	u_R
8	3.25	3.35	i_1	33	3.25	3.35	i_3	58	3.26	3.27	u_2	83	3.24	3.30	u_2
9	3.25	3.36	i_2	34	3.22	3.31	u_C	59	3.23	3.36	i_2	84	3.23	3.30	i_1
10	3.21	3.30	u_L	35	3.25	3.31	u_L	60	3.23	3.34	i_3	85	3.21	3.28	i_1
11	3.24	3.33	i_3	36	3.24	3.31	i_2	61	3.23	3.27	i_4	86	3.22	3.29	i_2
12	3.22	3.36	i_3	37	3.23	3.35	u_C	62	3.22	3.27	u_R	87	3.24	3.32	i_1
13	3.25	3.33	i_3	38	3.26	3.34	u_2	63	3.24	3.27	u_2	88	3.25	3.31	i_1
14	3.22	3.35	u_C	39	3.23	3.32	i_2	64	3.23	3.29	i_1	89	3.25	3.32	i_2
15	3.25	3.30	u_L	40	3.23	3.33	i_3	65	3.21	3.27	i_1	90	3.21	3.29	u_L
16	3.24	3.30	i_2	41	3.23	3.34	i_4	66	3.22	3.28	i_2	91	3.24	3.30	i_3
17	3.23	3.31	u_C	42	3.22	3.34	u_R	67	3.24	3.31	i_1	92	3.22	3.35	i_3
18	3.26	3.33	u_2	43	3.24	3.35	u_2	68	3.25	3.27	i_1	93	3.25	3.30	i_3
19	3.23	3.31	i_2	44	3.23	3.33	i_1	69	3.25	3.30	i_2	94	3.22	3.30	u_C
20	3.23	3.30	i_3	45	3.21	3.36	i_1	70	3.21	3.28	u_L	95	3.25	3.29	u_L
21	3.23	3.32	i_4	46	3.22	3.33	i_2	71	3.24	3.27	i_3	96	3.24	3.29	i_2
22	3.22	3.36	u_R	47	3.24	3.33	i_1	72	3.22	3.27	i_3	97	3.23	3.30	u_C
23	3.24	3.32	u_2	48	3.25	3.33	i_1	73	3.25	3.27	i_3	98	3.26	3.36	u_2
24	3.23	3.36	i_1	49	3.25	3.34	i_2	74	3.22	3.27	u_C	99	3.23	3.34	i_2
25	3.21	3.30	i_1	50	3.21	3.35	u_L	75	3.25	3.28	u_L	100	3.23	3.28	i_3

Задача 3.3. В схемах рис. 3.1 — 3.20 принять величины $L_2 = L_1$, $C_2 = C_1$ и рассмотреть переходный процесс в схеме с тремя реактивными элементами.

Используя метод пространства состояний, составить уравне-

ния переменных состояния в послекоммутационной схеме для определения напряжений на емкостях u_C и токов в индуктивностях i_L в общем виде и в числах. Составить матрицу-столбец начальных значений u_C и i_L .

По указанию кафедры решить полученную систему на ЭВМ.

Задача 3.4. Для каждого варианта в табл. 3.3 дан номер рисунка (рис. 3.37 — 3.47), на котором качественно изображен импульс напряжения $u(t)$, а также записано аналитическое выражение импульса.

Требуется:

1. Получить аналитическое выражение для модуля и аргумента спектра этой функции $U(j\omega) = |U(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$.

2. Полученное выражение $|U(j\omega)|$ представить в функции безразмерной величины ω/α .

3. Построить зависимость $|U(j\omega)|$ в функции ω/α (для вариантов, связанных с рис. 3.38 и 3.41, полученное выражение не будет содержать α , для этих вариантов кривую следует строить в функции ω). При построении графика $|U(j\omega)|$ ограничиться значениями ω/α , при которых ордината кривой достигает 0,1 — 0,2 от ее максимального значения.

Указания: 1. Для определения спектра функции $U(j\omega)$ можно воспользоваться преобразованием Фурье, но проще получить результат, записав изображение заданной функции $u(t)$ по Лапласу, используя табличные соотношения между $f(t)$ и $F(p)$, приведенные в учебниках, а затем заменить p на $j\omega$.

2. Функцию $|U(j\omega)| = f(\omega/\alpha)$ желательно построить также в относительных единицах и по оси ординат. С этой целью в левую и правую части $|U(j\omega)|$ следует поделить для одних вариантов на U_0 , для других — на U_0/α или U_0/α^2 .

Рассмотрим на конкретном примере решение задачи 3.4, приведение модуля спектра функции к относительным единицам по оси абсцисс и по оси ординат.

Пусть $u(t) = U_0(k e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$. Здесь $U_0 = 5$ В; $k = 0,5$; $\alpha = 10$ с⁻¹; $\beta = 20$ с⁻¹. График этой функции качественно показан на рис. 3.37.

Решение:

$$U(p) = U_0 \left(\frac{k}{p + \alpha} - \frac{1}{p + \beta} \right);$$

$$\begin{aligned} U(j\omega) &= U_0 \left(\frac{k}{\alpha + j\omega} - \frac{1}{\beta + j\omega} \right) = U_0 \frac{k(\beta + j\omega) - (\alpha + j\omega)}{(\alpha + j\omega)(\beta + j\omega)} = \\ &= U_0 \frac{(k\beta - \alpha) + j\omega(k - 1)}{(\alpha\beta - \omega^2) + j\omega(\alpha + \beta)} = U_0 \frac{\sqrt{(k - \alpha)^2 + \omega^2(k - 1)^2}}{\sqrt{(\alpha\beta - \omega^2)^2 + \omega^2(\alpha + \beta)^2}} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}, \end{aligned}$$

где

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega(k - 1)}{k\beta - \alpha} \quad \text{и} \quad \varphi_2 = \arctg \frac{\omega(\alpha + \beta)}{\alpha\beta - \omega^2}.$$

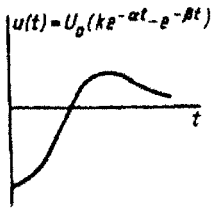


Рис. 3.37

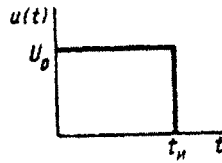


Рис. 3.38

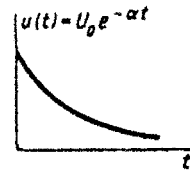


Рис. 3.39

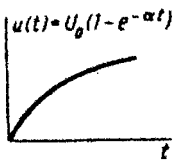


Рис. 3.40

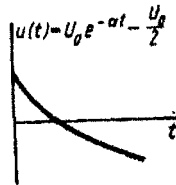


Рис. 3.41

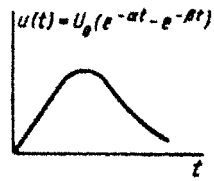


Рис. 3.42

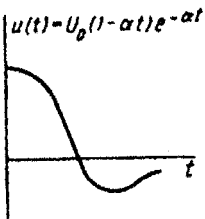


Рис. 3.43

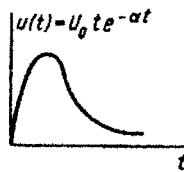


Рис. 3.44

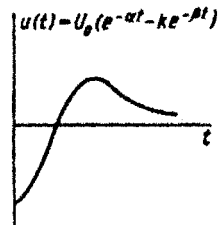


Рис. 3.45

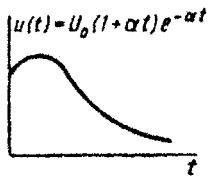


Рис. 3.46

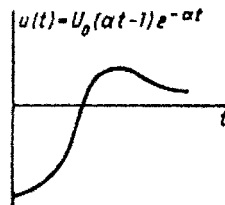
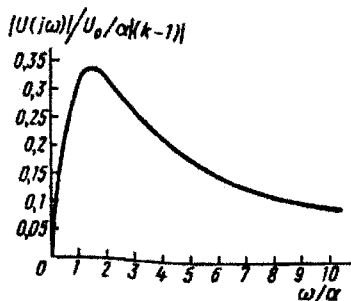


Рис. 3.47

В заданных условиях $k\beta = \alpha$. При этом

$$|U(j\omega)| = \frac{U_0\omega|(k-1)|}{\sqrt{(\alpha\beta - \omega^2)^2 + \omega^2(\alpha + \beta)^2}}$$

$$\psi(\omega) = \varphi_1 - \varphi_2 = \pm \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\omega(\alpha + \beta)}{\alpha\beta - \omega^2}$$



Для построения модуля функции в относительных единицах проведем дополнительные преобразования:

Рис. 3.48

$$\begin{aligned} |U(j\omega)| &= \frac{U_0\omega|(k-1)|}{\sqrt{\alpha^2\beta^2 - 2\alpha\beta\omega^2 + \omega^4 + \omega^2\alpha^2 + 2\alpha\beta\omega^2 + \omega^2\beta^2}} \\ &= \frac{U_0\omega|(k-1)|}{\sqrt{(\alpha^2 + \omega^2)(\beta^2 + \omega^2)}} = \frac{U_0 \frac{\omega}{\alpha} |(k-1)|}{\alpha \sqrt{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2\right] \left[\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2\right]}} \\ \frac{|U(j\omega)|}{\frac{U_0}{\alpha} |(k-1)|} &= \frac{\omega/\alpha}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2\right] \left[\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2\right]}} \end{aligned}$$

График функции см. на рис. 3.48.

Задача 3.5. В табл. 3.4 в соответствии с номером варианта приведены значения коэффициентов полиномов числителя ($a_0 \dots a_5$) и знаменателя ($b_0 \dots b_5$) дроби, соответствующей входному сопротивлению $Z(p)$ или входной проводимости $Y(p)$ некоторого двухполюсника. При этом

$$Z(p) = \frac{a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{b_4 p^4 + b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0}$$

$$Y(p) = \frac{a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}{b_4 p^4 + b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0}$$

Требуется:

1. Составить в соответствии с номером варианта выражение входного сопротивления $Z(p)$ или входной проводимости $Y(p)$ двухполюсника, используя значения коэффициентов, приведенные в табл. 3.4.

Таблица 3.3

Вариант	Рисунок	$\alpha, \text{с}^{-1}$	$\beta, \text{с}^{-1}$	k	$t_{\text{н}}, \text{с}$	$U_0, \text{В}$	Вариант	Рисунок	$\alpha, \text{с}^{-1}$	$\beta, \text{с}^{-1}$	k	$t_{\text{н}}, \text{с}$	$U_0, \text{В}$
1	3.38	—	—	—	4	30	51	3.38	—	—	—	5	20
2	3.39	30	—	—	—	100	52	3.39	80	—	—	—	225
3	3.40	30	—	—	—	15	53	3.40	20	—	—	—	40
4	3.41	30	—	—	—	10	54	3.41	40	—	—	—	2
5	3.42	40	60	—	—	90	55	3.42	20	30	—	—	60
6	3.43	75	—	—	—	150	56	3.43	200	—	—	—	400
7	3.44	4	—	—	—	64	57	3.44	9	—	—	—	324
8	3.45	14	28	2	—	70	58	3.45	24	48	2	—	120
9	3.46	60	—	—	—	120	59	3.46	160	—	—	—	320
10	3.47	30	—	—	—	150	60	3.47	80	—	—	—	400
11	3.38	—	—	—	5	50	61	3.38	—	—	—	3	10
12	3.39	40	—	—	—	125	62	3.39	90	—	—	—	250
13	3.40	30	—	—	—	20	63	3.40	30	—	—	—	45
14	3.41	10	—	—	—	15	64	3.41	30	—	—	—	7
15	3.42	20	30	—	—	50	65	3.42	40	60	—	—	80
16	3.43	100	—	—	—	200	66	3.43	225	—	—	—	450
17	3.44	5	—	—	—	100	67	3.44	10	—	—	—	400
18	3.45	16	32	2	—	80	68	3.45	26	52	2	—	130
19	3.46	80	—	—	—	160	69	3.46	180	—	—	—	360
20	3.47	40	—	—	—	200	70	3.47	90	—	—	—	450
21	3.38	—	—	—	4	40	71	3.38	—	—	—	1	40
22	3.39	50	—	—	—	150	72	3.39	100	—	—	—	275
23	3.40	20	—	—	—	25	73	3.40	20	—	—	—	50
24	3.41	30	—	—	—	20	74	3.41	10	—	—	—	3
25	3.42	50	75	—	—	60	75	3.42	50	75	—	—	100
26	3.43	125	—	—	—	250	76	3.43	250	—	—	—	500
27	3.44	6	—	—	—	144	77	3.44	11	—	—	—	484
28	3.45	18	36	2	—	90	78	3.45	28	56	2	—	140
29	3.46	100	—	—	—	200	79	3.46	200	—	—	—	400
30	3.47	50	—	—	—	250	80	3.47	100	—	—	—	500
31	3.38	—	—	—	3	50	81	3.38	—	—	—	1	10
32	3.39	60	—	—	—	175	82	3.39	10	—	—	—	50
33	3.40	10	—	—	—	30	83	3.40	10	—	—	—	5
34	3.41	40	—	—	—	6	84	3.41	10	—	—	—	5
35	3.42	40	60	—	—	70	85	3.42	20	30	—	—	100
36	3.43	150	—	—	—	300	86	3.43	25	—	—	—	50
37	3.44	7	—	—	—	196	87	3.44	2	—	—	—	16
38	3.45	20	40	2	—	100	88	3.45	10	20	2	—	50
39	3.46	120	—	—	—	240	89	3.46	20	—	—	—	40
40	3.47	60	—	—	—	300	90	3.47	10	—	—	—	50
41	3.38	—	—	—	2	30	91	3.38	—	—	—	2	20
42	3.39	70	—	—	—	200	92	3.39	20	—	—	—	75
43	3.40	10	—	—	—	35	93	3.40	20	—	—	—	10
44	3.41	20	—	—	—	8	94	3.41	20	—	—	—	4
45	3.42	30	45	—	—	40	95	3.42	30	45	—	—	80
46	3.43	175	—	—	—	350	96	3.43	50	—	—	—	100
47	3.44	8	—	—	—	256	97	3.44	3	—	—	—	36
48	3.45	22	44	2	—	110	98	3.45	12	24	2	—	60
49	3.46	140	—	—	—	280	99	3.46	40	—	—	—	80
50	3.47	70	—	—	—	350	100	3.47	20	—	—	—	100

2. Установить, соответствует ли данная функция физически реализуемому двухполоснику. С этой целью достаточно убедиться в том, что при любой частоте $\operatorname{Re}Z(j\omega) \geq 0$ или соответственно $\operatorname{Re}Y(j\omega) \geq 0$.

3. Если функция соответствует физически осуществимому двухполоснику, реализовать его лестничной схемой. На схеме указать значения R , L и C .

Задача 3.6. По заданным в табл. 3.5 параметрам линии (R_0 ; L_0 ; G_0 ; C_0), частоте f , длине линии l , комплексным значениям напряжения \dot{U}_2 и \dot{I}_2 в конце линии, сопротивлению нагрузки Z_n требуется:

1. Рассчитать напряжение \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 в начале линии, активную P и полную S мощности в начале и конце линии, а также КПД линии.

2. Полагая, что линия п. 1 стала линией без потерь ($R_0 = G_0 = 0$), а нагрузка на конце линии стала активной и равной модулю комплексной нагрузки в п. 1, определить напряжение \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 в начале линии, а также длину электромагнитной волны λ .

3. Для линии без потерь п. 2 построить график распределения действующего значения напряжения вдоль линии в функции координаты y .

Задача 3.7. Воздушные линии без потерь ($v_\phi = 3 \cdot 10^5$ км/с) подключаются к источнику постоянного напряжения U (рис. 3.49 — 3.58). Параметры линий приведены в табл. 3.6.

Требуется определить законы изменения во времени напряжений и токов в линиях. Построить графики распределения вдоль линий напряжений и токов для момента времени, когда волна, отразившись от конца первой линии, дойдет до ее середины.

Таблица 3.4

Вариант	Составить	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
1	$Z(p)$	8	—	19	—	4	—	4	—	9	—	1
2	—»—	16	—	28	—	5	—	8	—	13	—	1
3	—»—	16	—	22	—	4	—	8	—	10	—	1
4	—»—	16	—	30	—	5	—	8	—	14	—	1
5	—»—	24	—	37	—	6	—	12	—	17	—	1
6	—»—	24	—	25	—	4	—	12	—	11	—	1
7	—»—	24	—	41	—	6	—	12	—	19	—	1
8	—»—	32	—	36	—	5	—	16	—	16	—	1
9	—»—	32	—	32	—	5	—	16	—	14	—	1

Вариант	Составить	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
10	Z(p)	48	—	42	—	6	—	24	—	18	—	1
11	Y(p)	8	—	19	—	4	—	4	—	9	—	1
12	→	16	—	28	—	5	—	8	—	13	—	1
13	→	16	—	22	—	4	—	8	—	10	—	1
14	→	16	—	30	—	5	—	8	—	14	—	1
15	→	32	—	32	—	5	—	16	—	14	—	1
16	→	32	—	36	—	5	—	16	—	16	—	1
17	→	24	—	37	—	6	—	12	—	17	—	1
18	→	24	—	25	—	4	—	12	—	11	—	1
19	→	24	—	41	—	6	—	12	—	19	—	1
20	→	48	—	42	—	6	—	24	—	18	—	1
21	Z(p)	—	3	1	7	2	1	3	—	7	—	1
22	→	—	6	2	10	3	1	6	—	10	—	1
23	→	—	6	2	8	2	1	6	—	8	—	1
24	→	—	6	2	11	3	1	6	—	11	—	1
25	→	—	9	3	13	4	1	9	—	13	—	1
26	→	—	9	3	9	2	1	9	—	9	—	1
27	→	—	9	3	15	4	1	9	—	15	—	1
28	→	—	12	4	13	3	1	12	—	13	—	1
29	→	—	12	4	11	3	1	12	—	11	—	1
30	→	—	18	6	14	4	1	18	—	14	—	1
31	Y(p)	—	3	1	7	2	1	3	—	7	—	1
32	→	—	6	2	10	3	1	6	—	10	—	1
33	→	—	6	2	8	2	1	6	—	8	—	1
34	→	—	6	2	11	3	1	6	—	11	—	1
35	→	—	12	4	11	3	1	12	—	11	—	1
36	→	—	12	4	13	3	1	12	—	13	—	1
37	→	—	9	3	13	4	1	9	—	13	—	1
38	→	—	9	3	9	2	1	9	—	9	—	1
39	→	—	9	3	15	4	1	9	—	15	—	1
40	→	—	18	6	14	4	1	18	—	14	—	1
41	Z(p)	—	4	1	10	2	2	2	—	5	—	1
42	→	—	8	2	14	3	2	4	—	7	—	1
43	→	—	8	2	12	2	2	4	—	6	—	1
44	→	—	8	2	16	3	2	4	—	8	—	1
45	→	—	12	3	18	4	2	6	—	9	—	1
46	→	—	12	3	14	2	2	6	—	7	—	1
47	→	—	12	3	22	4	2	6	—	11	—	1
48	→	—	16	4	20	3	2	8	—	10	—	1
49	→	—	16	4	16	3	2	8	—	8	—	1
50	→	—	24	6	20	4	2	12	—	10	—	1
51	Y(p)	—	4	1	10	2	2	2	—	5	—	1
52	→	—	8	2	14	3	2	4	—	7	—	1
53	→	—	8	2	12	2	2	4	—	6	—	1
54	→	—	8	2	16	3	2	4	—	8	—	1
55	→	—	16	4	16	3	2	8	—	8	—	1

Вариант	Составить	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
56	$Y(p)$	—	16	4	20	3	2	8	—	10	—	1
57	—>	—	12	3	18	4	2	6	—	9	—	1
58	—>	—	12	3	14	2	2	6	—	7	—	1
59	—>	—	12	3	22	4	2	6	—	11	—	1
60	—>	—	24	6	20	4	2	12	—	10	—	1
61	$Z(p)$	—	3	1	9	2	3	1	—	3	—	1
62	—>	—	6	2	12	3	3	2	—	4	—	1
63	—>	—	6	2	12	2	3	2	—	4	—	1
64	—>	—	6	2	15	3	3	2	—	5	—	1
65	—>	—	9	3	15	4	3	3	—	5	—	1
66	—>	—	9	3	15	2	3	3	—	5	—	1
67	—>	—	9	3	21	4	3	3	—	7	—	1
68	—>	—	12	4	21	3	3	4	—	7	—	1
69	—>	—	12	4	15	3	3	4	—	5	—	1
70	—>	—	18	6	18	4	3	6	—	6	—	1
71	$Y(p)$	—	4	1	12	2	4	1	—	3	—	1
72	—>	—	8	2	16	3	4	2	—	4	—	1
73	—>	—	8	2	16	2	4	2	—	4	—	1
74	—>	—	8	2	20	3	4	2	—	5	—	1
75	—>	—	16	4	20	3	4	4	—	5	—	1
76	—>	—	16	4	28	3	4	4	—	7	—	1
77	—>	—	12	3	20	4	4	3	—	5	—	1
78	—>	—	12	3	20	2	4	3	—	5	—	1
79	—>	—	12	3	28	4	4	3	—	7	—	1
80	—>	—	24	6	24	4	4	6	—	6	—	1
81	$Z(p)$	5	—	12	—	3	—	5	—	11	—	1
82	—>	10	—	18	—	4	—	10	—	16	—	1
83	—>	10	—	14	—	3	—	10	—	12	—	1
84	—>	10	—	19	—	4	—	10	—	17	—	1
85	—>	15	—	24	—	5	—	15	—	21	—	1
86	—>	15	—	16	—	3	—	15	—	13	—	1
87	—>	15	—	26	—	4	—	15	—	23	—	1
88	—>	20	—	23	—	4	—	20	—	19	—	1
89	—>	20	—	21	—	4	—	20	—	17	—	1
90	—>	30	—	28	—	5	—	30	—	22	—	1
91	$Y(p)$	5	—	12	—	3	—	5	—	11	—	1
92	—>	10	—	18	—	4	—	10	—	16	—	1
93	—>	10	—	14	—	3	—	10	—	12	—	1
94	—>	10	—	19	—	4	—	10	—	17	—	1
95	—>	20	—	21	—	4	—	20	—	17	—	1
96	—>	20	—	23	—	4	—	20	—	19	—	1
97	—>	15	—	24	—	5	—	15	—	21	—	1
98	—>	15	—	16	—	3	—	15	—	13	—	1
99	—>	15	—	26	—	5	—	15	—	23	—	1
100	—>	30	—	28	—	5	—	30	—	22	—	1

Таблица 3.5

Вар- ант	f , Гц	l , км	$R_{\text{Ф}}$, Ом/км	$C_{\text{Ф}}$, 10^{-9} Ф/км	$L_{\text{Ф}}$, 10^{-3} ГВ/км	$G_{\text{Ф}}$, 10^{-6} См/км	U_2 , В	I_2 , мА	$Z_{\text{в}}$, Ом
1	500	200	10	9,6	5,08	1,25	100	$64,2e^{j15^\circ}$	$1188e^{-j10^\circ 55'}$
2	500	250	5	11,8	4,16	0,75	—	$21,1e^{j10^\circ 55'}$	$1720e^{-j6^\circ 10'}$
3	10000	11,65	58	5,75	4,24	0,51	34,4	—	$1965e^{-j13^\circ 12'}$
4	2500	23,7	78,6	11,5	10	1,75	—	$10e^{j13^\circ 12'}$	—
5	1500	73	24	10,6	4,6	0,175	40	100	—
6	1500	80	10	12	4,1	1,25	—	50	300 $j20^\circ$
7	600	120	12,6	12,7	3,85	0,8	5	—	$1270e^{-j14^\circ 18'}$
8	7000	16,3	135	6,11	5,7	2,25	—	$23,9e^{j14^\circ 18'}$	$512e^{-j8^\circ 50'}$
9	1200	100	12,4	10	4,8	1,6	40	—	$355e^{-j7^\circ 50'}$
10	400	315	2,9	13	3,8	0,7	—	$18e^{j7^\circ 50'}$	$278e^{-j12^\circ 25'}$
11	600	142	11	10	6	0,65	84,7	—	$1620e^{-j8^\circ 12'}$
12	450	114	9,6	14,8	10,8	0,725	—	$12,2e^{j8^\circ 12'}$	1800e
13	8000	12,7	97,2	6,4	7,5	0,82	60	—	667
14	4330	21	102	4,2	6,4	3,3	—	$16,3e^{j15^\circ 22'}$	$800e^{-j7^\circ 45'}$
15	2000	64,8	25,2	3,6	6,7	1	31	—	690e
16	2000	42,7	16,7	19	2,66	1,5	—	13,1	800 $j16^\circ 15'$
17	1800	47,1	54	6,8	7,08	1,9	24	—	$2000e^{-j5^\circ 12'}$
18	4500	23	54	8,2	10,4	0,46	—	$20e^{j5^\circ 12'}$	$400e^{-j7^\circ 15'}$
19	1600	92,3	20,4	3,4	7,08	0,9	33,9	—	$1060e^{-j23^\circ 10'}$
20	700	105	29,2	8,2	6,08	0,675	—	$33,3e^{j23^\circ 10'}$	1800e
21	500	200	20	4,8	10,16	0,625	—	$32,1e^{j15^\circ}$	$3120e^{-j10^\circ 15'}$
22	1000	125	10	11,8	4,16	1,5	100	—	$1188e^{-j6^\circ 10'}$
23	5000	15	29	11,5	4,24	0,51	—	$10e^{j6^\circ 10'}$	$1220e^{-j13^\circ 12'}$
24	5000	11,85	157,2	11,5	10	3,5	78,6	—	$1965e^{-j13^\circ 12'}$
25	1500	73	48	5,3	9,2	0,0875	—	50	800

31	300	200	5,5	20	6	0,65	—	26,05e ^{112°35'}	1150e ^{-112°25'} 1800e ^{-10°12'} 1334 — 490e ^{-17°45'}
32	900	57	19,2	14,8	10,8	1,55	88	—	—
33	8000	12,7	194,4	3,2	15	0,41	—	45 ^{115°22'}	—
34	6500	14,9	204	2,8	8,54	2,1	25,4	24,5e ^{17°45'}	—
35	1000	91,5	12,6	7,2	6,7	1	—	22,5e	—
36	4000	21,35	33,4	19	2,66	3	42	—	800 ^{116°15'}
37	1800	47,1	108	3,4	14,16	0,95	—	6e	4000e ^{-16°15'}
38	9000	11,5	108	8,2	10,4	0,92	32	—	400e ^{-35°12'}
39	800	130	10,2	6,8	7,08	0,9	—	16e ^{17°15'}	750e ^{-17°15'}
40	700	149	14,6	8,2	3,04	0,675	42,3	—	1255e ^{-23°10'}
41	500	282	10	4,8	5,08	0,675	70,5	—	2200e ^{-15°}
42	1000	125	20	5,9	8,32	0,75	—	42,2e ^{110°55'}	2376e ^{-10°55'}
43	10000	7,5	58	11,5	4,24	1,02	48,8	—	1220e ^{-10°10'}
44	3550	23,7	78,6	8,1	7,05	1,75	—	14,2e ^{113°12'}	1965e ^{-13°12'}
45	1500	103,5	24	5,3	4,6	0,0875	—	50	560,4
46	3000	40	40	6	8,2	1,25	—	100	600,20°
47	1200	40	75,6	9,52	11,55	1,2	15	—	2540e ^{-14°18'}
48	7000	14,2	180,4	6,11	7,6	2,25	—	23,9e	590e ^{-18°50'}
49	1200	142	12,4	5	4,8	0,8	28,2	—	500e ^{-17°50'}
50	800	157,5	11,6	6,5	7,6	0,7	—	36e	556e

Продолжение табл. 3.5

Вариант	$f, \text{Гц}$	$l, \text{км}$	$R_{01}, \text{Ом/км}$	$C_{01}, 10^{-9} \text{Ф/км}$	$L_{01}, 10^{-3} \text{Гн/км}$	$G_{01}, 10^{-6} \text{См/км}$	$\tilde{U}_1, \text{В}$	$I_1, \text{мА}$	$Z_{\text{в}}, \text{Ом}$
51	600	100	11	20	6	1,3	120	—	$1150e^{-j12^\circ}$
52	900	93	14,4	7,4	8,1	0,725	—	$24,4e^{j8^\circ}$	$2205e^{-j8^\circ}$
53	8000	18	97,2	3,2	7,5	0,41	42,3	45	$800e^{-j15^\circ}$
54	3250	21	102	5,6	8,54	2,1	—	$12,25e^{j15^\circ}$	$490e^{-j7^\circ}$
55	2000	45,75	25,2	7,2	6,7	2	44	—	—
56	4000	21,35	66,8	9,5	5,32	1,5	—	26,2	1600
57	1800	66,7	54	3,4	7,08	0,95	—	—	$2820e^{-j16^\circ}$
58	9000	18,4	81	4,1	7,8	0,46	16,9	$40e^{j5^\circ}$	$500e^{-j3^\circ}$
59	1600	65	20,4	6,8	7,08	1,8	—	—	$750e^{-j7^\circ}$
60	350	210	7,3	16,4	3,04	0,675	48	$16,65e^{-j23^\circ}$	$900e^{-j31^\circ}$
61	500	400	5	4,8	2,54	0,625	50	$32,1e^{j15^\circ}$	—
62	1000	250	5	5,9	2,08	0,75	50	$42,2e^{j10^\circ}$	—
63	10000	15	29	5,75	2,12	0,51	24,4	$20e^{j8^\circ}$	—
64	5000	23,7	78,6	5,75	5	1,75	39,3	$20e^{j13^\circ}$	—
65	1500	146	12	5,3	2,3	0,0875	20	—	400
66	3000	80	10	6	2,05	1,25	—	100	300
67	1200	60	50,4	6,35	7,7	0,8	10	$3,94e^{j20^\circ}$	—
68	7000	20	90,2	6,11	3,8	2,25	10	$23,9e^{j4^\circ}$	—
69	1200	200	6,2	5	2,4	0,8	20	$56,4e^{j50^\circ}$	—
70	800	315	2,9	6,5	1,9	0,7	10	$36e^{j7^\circ}$	—
71	600	200	5,5	10	3	0,65	60	$52,1e^{j23^\circ}$	$1800e^{-j8^\circ}$
72	900	114	9,6	7,4	5,4	0,725	—	$24,4e^{j8^\circ}$	—
73	8000	25,4	48,6	3,2	3,75	0,41	30	45	—
74	6500	21	102	2,8	4,27	2,1	18	$24,5e^{j15^\circ}$	—
75	2000	91,5	12,6	3,6	3,35	1	22	$45e^{j7^\circ}$	—

76	4000	42,7	16,7	9,5	1,33	1,5	21	26,2 6e ^{°16'15"} 40e ^{°5'12"} 33,3e ^{°23'10"}	— — 750e ^{°7'15"}
81	250	400	5	9,6	5,08	0,625	—	16,05e ^{°15"}	1560e ^{°15"} 1675e ^{°10'55"} 2440e ^{°8'10"} 2770e ^{°13'12"} 400
82	1000	177	10	5,9	4,16	0,75	70,5	20e ^{°6'10"}	—
83	10000	7,5	116	5,75	8,48	0,51	—	—	—
84	5000	16,75	157,2	5,75	10	1,75	55,4	—	—
85	750	146	12	10,6	4,6	0,0875	10	—	—
86	3000	56,7	20	6	4,1	1,25	42,3	—	423
87	1200	49	75,6	6,35	11,52	0,8	—	3,94e ^{°20"}	3110e ^{°20"} 419e ^{°14'18"} 355e ^{°8'50"} 392e ^{°7'50"}
88	7000	10	180,4	12,22	7,6	4,5	20	—	—
89	600	200	6,2	10	4,8	0,8	—	28,2e ^{°8'50"}	—
90	800	223	5,8	6,5	3,8	0,7	14,1	—	—
91	600	100	22	10	12	0,65	—	52,1e ^{°12'25"}	2300e ^{°12'25"}
92	900	81	19,2	7,4	10,8	0,725	62	24,4e ^{°8'12"}	—
93	4000	25,4	48,6	6,4	7,5	0,41	—	22,5	667
94	6500	10,5	204	5,6	8,54	4,2	36	—	800e ^{°15'22"} 980e ^{°7'45"}
95	2000	45,75	50,4	3,6	13,4	1	—	4,5e ^{°7'45"}	—
96	4000	30,2	33,4	9,5	2,66	1,5	29,6	—	1130
97	900	94,2	27	6,8	7,08	0,95	—	3e ^{°6'15"}	2000e ^{°16'15"} 565e ^{°5'12"} 1500e ^{°7'15"} 900e ^{°23'10"}
98	9000	16,3	108	4,1	10,4	0,46	22,6	—	—
99	1600	65	40,8	3,4	14,16	0,9	—	32e ^{°7'15"}	—
100	700	105	14,6	16,4	3,04	1,35	60	—	—

Таблица 3.6

Номер вари- анта	Номер рису- нка	U, В	Z _{н1} , Ом	R, Ом	L _н , мГн	C _н , мкФ	l ₁ , км	l ₂ , км
1	3.49	35	400	100	—	0,25	30	—
2	3.50	45	500	200	20	—	8	—
3	3.51	40	400	100	—	0,25	6	—
4	3.52	30	500	200	4	—	9	—
5	3.53	5	400	600	—	7	10	8
6	3.54	5	400	600	10	—	12	8
7	3.55	10	400	400	7	—	10	10
8	3.56	10	400	200	—	0,08	9	10
9	3.57	20	600	300	—	0,2	15	20
10	3.58	15	400	600	8	—	9	6
11	3.49	30	500	150	—	0,3	40	—
12	3.50	35	400	100	10	—	6	—
13	3.51	30	450	50	—	0,3	8	—
14	3.52	25	480	250	5	—	10	—
15	3.53	6	420	580	—	6,5	10	10
16	3.54	6	420	580	—	12	13	10
17	3.55	12	420	580	300	—	9	10
18	3.56	9	590	410	150	0,1	9	8
19	3.57	18	580	420	320	0,18	14	10
20	3.58	14	420	580	120	—	8	7
21	3.49	25	450	50	—	0,35	35	—
22	3.50	38	450	250	12	—	5	—
23	3.51	20	420	200	—	0,35	15	—
24	3.52	20	460	220	4,5	—	9,5	—
25	3.53	7	440	560	—	8	12	15
26	3.54	8	440	560	—	—	12,5	12

Номер вари- анта	Номер рису- нка	U, В	Z _{н1} , Ом	R, Ом	L _н , мГн	C _н , мкФ	l ₁ , км	l ₂ , км
27	3.55	14	440	350	6	—	7	5
28	3.56	8	580	120	—	0,2	18	15
29	3.57	16	560	330	—	0,16	12	12
30	3.58	12	440	140	8,5	—	10	8
31	3.49	40	425	75	—	0,4	45	—
32	3.50	50	430	200	15	—	7	—
33	3.51	25	440	150	—	0,4	14	—
34	3.52	15	450	100	4	—	15	—
35	3.53	8	450	—	—	8,5	15	10
36	3.54	10	450	—	—	—	11,5	8
37	3.55	15	450	300	10,5	—	12	12
38	3.56	7	570	430	6,5	—	12	10
39	3.57	15	550	340	—	0,15	16	15
40	3.58	10	450	150	9	—	11	10
41	3.49	20	520	25	—	0,35	50	—
42	3.50	30	400	100	30	—	18	—
43	3.51	15	500	300	—	0,45	20	—
44	3.52	10	440	150	5	—	14	—
45	3.53	9	460	540	—	9	14	12
46	3.54	12	460	540	—	—	11	—
47	3.55	13	460	540	5	—	11	—
48	3.56	6	560	440	—	0,18	16	12
49	3.57	14	540	350	—	0,22	18	20
50	3.58	8	460	540	170	—	12	9
51	3.49	25	400	100	—	0,3	25	—
52	3.50	42	550	150	22	—	11	—

Номер вари- анта	Номер рисун- ка	U, В	Z ₀ , Ом	R, Ом	L, мГн	C, мкФ	I ₁ , мА	I ₂ , мА	Номер вари- анта	Номер рисун- ка	U, В	Z ₀ , Ом	R, Ом	L, мГн	C, мкФ	I ₁ , мА	I ₂ , мА
53	3.51	10	400	100	—	0,5	12	—	77	3.55	9	490	200	4,2	—	7,5	8
54	3.52	5	400	170	4,5	—	13	—	78	3.56	12	530	170	—	0,2	20	15
55	3.53	10	470	530	—	8,8	15	10	79	3.57	8	500	400	—	0,27	25	16
56	3.54	14	480	520	12,5	—	14	12	80	3.58	7	540	110	9,5	—	12	9
57	3.55	11	470	530	4,5	—	8	5	81	3.49	25	450	—	175	0,45	60	—
58	3.56	5	550	450	—	0,25	20	15	82	3.50	60	400	—	100	25	15	—
59	3.57	12	530	470	360	0,24	20	20	83	3.51	50	600	200	—	0,2	9	—
60	3.58	6	480	520	160	—	12,5	11	84	3.52	28	550	240	3	—	5	—
61	3.49	15	475	25	—	0,25	30	—	85	3.53	13	510	—	—	9,2	16	10
62	3.50	25	525	250	16	—	6,5	—	86	3.54	18	540	—	8,5	—	9	10
63	3.51	35	520	150	—	0,4	13	—	87	3.55	8	500	180	3,5	8	8	8
64	3.52	35	520	180	4	—	9,5	—	88	3.56	13	520	160	—	0,25	24	20
65	3.53	11	480	520	—	10	18	15	89	3.57	6	480	420	—	0,28	28	20
66	3.54	15	500	500	9,5	—	10	6	90	3.58	9	560	90	9	—	11	8
67	3.55	10	480	520	4	—	6,5	6	91	3.49	20	500	150	—	0,25	50	—
68	3.56	11	540	460	150	0,22	18	10	92	3.50	55	600	150	18	—	7,5	—
69	3.57	10	520	480	380	0,25	22	15	93	3.51	55	650	300	—	0,5	3	—
70	3.58	5	520	480	130	10,5	13	10	94	3.52	32	560	180	3,5	—	8,5	—
71	3.49	10	400	200	—	0,4	55	—	95	3.53	14	520	—	—	9,8	15	12
72	3.50	40	570	150	14	—	5,5	—	96	3.54	20	550	—	8	—	8	12
73	3.51	45	550	200	—	0,3	12,5	—	97	3.55	6	510	210	4	—	15	10
74	3.52	40	540	220	5	—	11	—	98	3.56	14	500	180	—	0,23	21	26
75	3.53	12	490	510	—	9,5	20	20	99	3.57	5	460	440	—	0,3	30	20
76	3.54	16	520	480	9	—	9,5	8	100	3.58	11	580	80	8	—	8,5	6

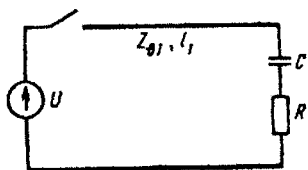


Рис. 3.49

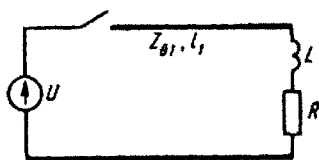


Рис. 3.50

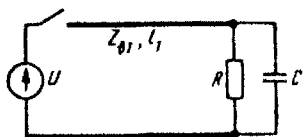


Рис. 3.51

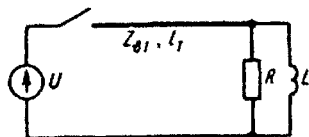


Рис. 3.52

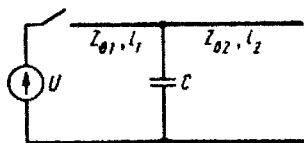


Рис. 3.53

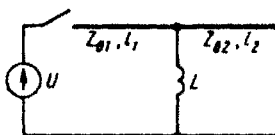


Рис. 3.54

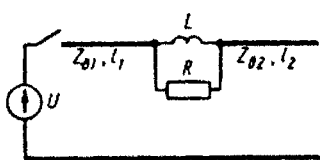


Рис. 3.55

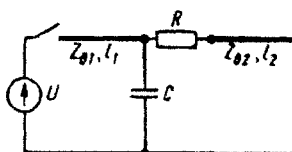


Рис. 3.56

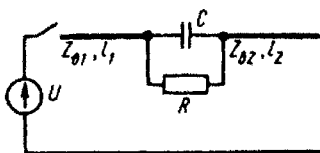


Рис. 3.57

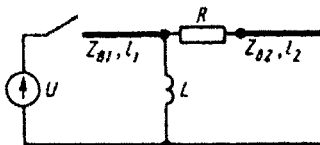


Рис. 3.58

Задание 4

НЕЛИНЕЙНЫЕ МАГНИТНЫЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Четвертое задание состоит из пяти задач: 4.1 — на расчет нелинейной магнитной цепи; 4.2 — на расчет нелинейной электрической цепи по мгновенным значениям; 4.3 — на расчет нелинейной электрической цепи по первым гармоникам; 4.4 — на метод малого параметра; 4.5 — на расчет переходных процессов в цепи с двумя нелинейными элементами.

Задача 4.1. По данным, помещенным в табл. 4.1, выполнить следующее:

1. Рассчитать магнитную цепь методом двух узлов и определить величины, указанные в крайнем справа столбце этой таблицы.

2. Для принятых в п. 1 положительных направлений магнитных потоков и заданного направления МДС составить систему уравнений по законам Кирхгофа.

Схематические изображения магнитопроводов с размещением намагничивающих катушек, способа их намотки на сердечник и положительных направлений токов в них приведены на рис. 4.1 — 4.20.

Указания: 1. В табл. 4.1 приняты следующие обозначения: l — длина средней магнитной линии одной ветви магнитной цепи; l_g — длина воздушного зазора (его положение в магнитной цепи дано на схемах магнитопроводов); S — сечение участков магнитопровода; w — число витков катушек; I — постоянный ток в катушке.

Обозначения величин даются с индексами, которые указывают, к какой ветви магнитной цепи относится та или иная величина; индекс 1 — к левой магнитной ветви, 2 — к средней ветви, 3 — к правой ветви.

2. Магнитные свойства стали, из которой изготовлены магнитопроводы, определяются кривой намагничивания, которая дана в следующей таблице:

$H, \text{ А/м}$	20	40	60	80	120	200	400	600	800	1200
$B, \text{ Тл}$	0,22	0,75	0,93	1,02	1,14	1,28	1,47	1,53	1,57	1,6

Задача 4.2. Рассчитать периодический процесс в нелинейной электрической цепи по характеристикам для мгновенных значений и построить графики изменения требуемых величин во времени.

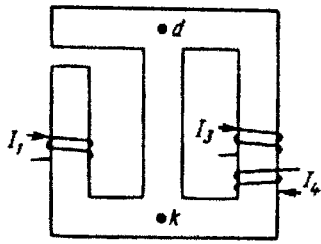


Рис. 4.1

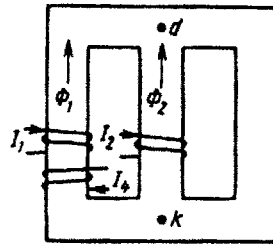


Рис. 4.2

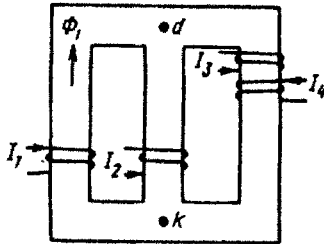


Рис. 4.3

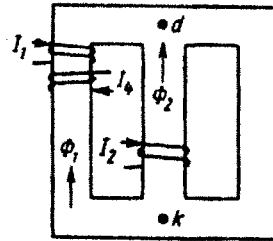


Рис. 4.4

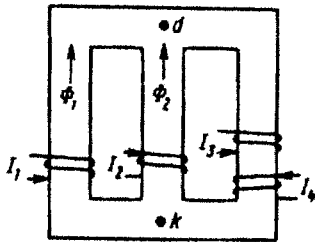


Рис. 4.5

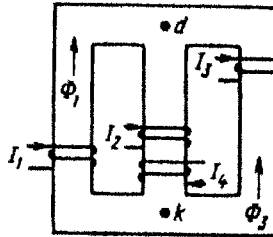


Рис. 4.6

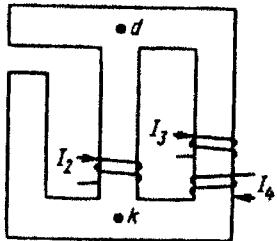


Рис. 4.7

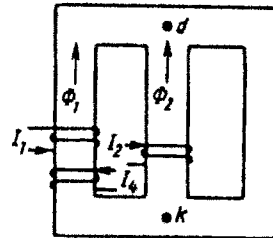


Рис. 4.8

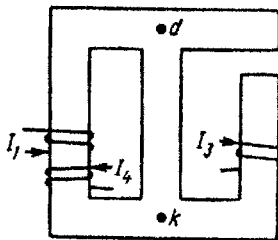


Рис. 4.9

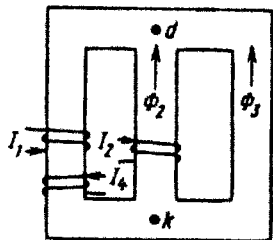


Рис. 4.10

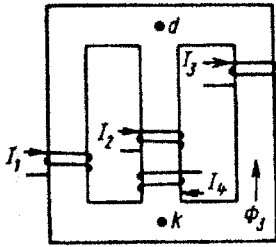


Рис. 4.11

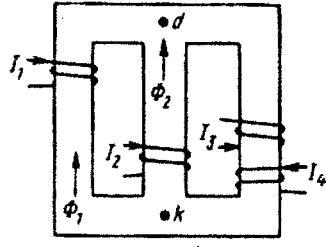


Рис. 4.12

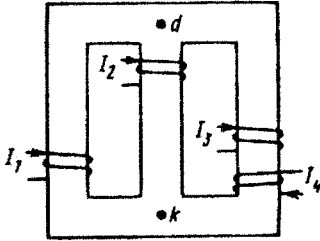


Рис. 4.13

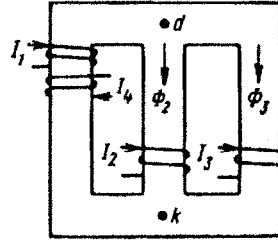


Рис. 4.14

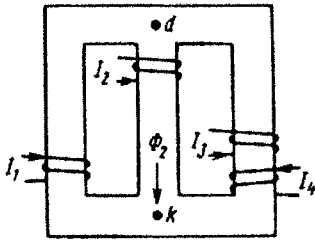


Рис. 4.15

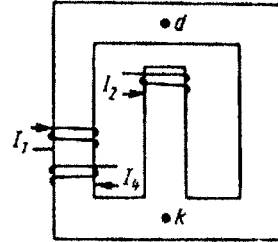


Рис. 4.16

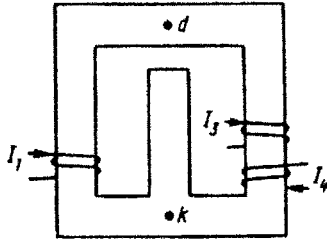


Рис. 4.17

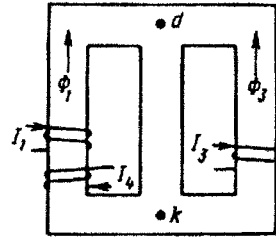


Рис. 4.18

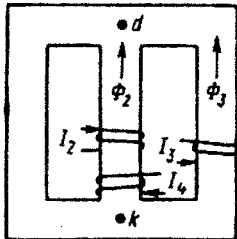


Рис. 4.19

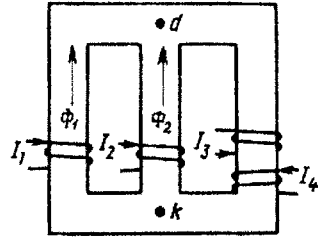


Рис. 4.20

Таблица 4.1

Вариант	Рисунок	Дано												Дополнительные условия $\Phi \cdot 10^{-3}$, ВБ	Определить			
		I_{11} , см	S_{11} , см ²	w_1	I_{11} , А	l_{11} , см	S_{21} , см ²	w_2	I_{21} , А	l_{21} , см	S_{31} , см ²	w_3	I_{31} , А			w_4	I_{41} , А	I_{51} , мм
1	4.1	25	4	505	0,9	14	6,15	—	—	25	3,9	625	0,2	625	0,2	0,5	—	Φ_3, Φ_2
2	4.2	90	6	360	0,3	30	4	200	—	90	9,7	—	—	360	0,2	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	I_2, Φ_3
3	4.5	25	4,15	150	0,2	8	4	300	—	35	5,95	70	0,525	30	0,525	—	$\Phi_2 = 0$	Φ_1, I_2
4	4.6	40	8	210	0,5	22,5	14	100	0,1	30	10	975	—	50	0,4	—	$\Phi_3 - \Phi_1 = 20$	I_3, Φ_3
5	4.9	40	15	400	0,5	20	10,3	—	—	40	15	800	0,25	100	1	1	—	Φ_1, Φ_3
6	4.10	35	40	100	1	10	13,7	—	0,3	30	14,2	—	—	25	2	—	$\Phi_2 = \Phi_3$	w_2, Φ_2
7	4.13	35	4,3	215	1	10	4,8	—	0,1	20	4,4	600	0,1	200	0,2	—	$\Phi_2 = 0$	w_2, Φ_1
8	4.14	16	7,8	105	0,3	5,5	4,9	300	0,07	23	4,2	150	—	50	0,6	—	$\Phi_2 - \Phi_3 = 20$	I_3, Φ_3
9	4.17	65	71	520	0,5	22	84	—	—	62	62	360	0,5	50	1	1,25	—	Φ_2, Φ_1
10	4.18	48	24,9	300	1	30	51,5	—	—	52	51,5	300	—	200	0,25	—	$\Phi_1 = \Phi_3$	I_3, Φ_2
11	4.3	13	2,05	100	—	3	0,94	1000	0,02	11	1,18	100	0,15	46	0,1	—	$\Phi_1 = 25$	I_1, Φ_3
12	4.4	45	3,1	100	0,3	14	5,3	390	—	35	7,8	—	—	200	0,15	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_2
13	4.7	19,5	7,7	—	—	10	2,1	200	0,5	24,2	1,8	500	0,2	125	0,4	0,1	—	Φ_2, Φ_1
14	4.8	18	4,9	100	0,25	10	5	—	0,2	25	9,5	—	—	100	0,25	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	w_2, Φ_1
15	4.11	26	7,9	145	1	11	13,6	52	0,5	39	7,2	2000	—	50	0,5	—	$\Phi_3 = 98$	I_3, Φ_2
16	4.12	35	4,1	19	1	6	6,3	275	—	25	9,6	200	0,2	200	0,2	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_3
17	4.15	20	7,7	107	0,59	9	4,9	—	0,1	15	2,6	10	0,7	20	0,35	—	$\Phi_2 = 70$	Φ_3, w_2
18	4.16	100	104	125	2	28	182	125	2,8	95	200	—	—	100	0,5	0,48	—	Φ_3, Φ_1
19	4.19	40	11,8	—	—	13	11	60	2,2	50	9,3	520	—	80	1,1	—	$\Phi_2 = \Phi_3$	I_3, Φ_2
20	4.20	34	9,5	175	0,1	12	8	—	0,2	28	15,6	40	2,5	14	1,25	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 30$	Φ_3, w_2

22	4.2	90	6	100	1,2	30	4	—	1,1	85	9,7	—	100	0,6	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	Φ_1, Φ_2
23	4.5	15	3,8	60	0,5	6	2	300	—	20	4,8	100	300	0,075	—	$\Phi_2 = 0$	I_2, Φ_1
24	4.6	37,5	7,8	200	0,525	13	12,8	100	0,2	37,5	10,5	975	40	0,25	—	$\Phi_3 - \Phi_1 = 20$	I_3, Φ_2
25	4.9	35	14,6	600	0,3	18	10,2	—	—	40	15	1000	240	0,5	1	—	Φ_1, Φ_3
26	4.10	30	38	500	0,25	17	14,7	—	0,3	45	15,4	—	50	0,5	—	$\Phi_2 = \Phi_3$	w_2, Φ_3
27	4.13	25	4	1075	0,2	10	4,8	—	0,1	29	4,8	1000	250	0,2	—	$\Phi_2 = 0$	w_2, Φ_3
28	4.14	20	8,2	515	0,1	7	5,2	105	0,2	17	3,6	150	200	0,05	—	$\Phi_2 - \Phi_3 = 20$	I_3, Φ_1
29	4.17	58	58	200	1,3	19	84	—	—	55	55	375	100	0,8	1,25	—	Φ_2, Φ_1
30	4.18	45	24,7	500	0,5	27	50,4	—	—	48	47,5	300	100	1	—	$\Phi_1 = \Phi_3$	I_3, Φ_1
31	4.3	10	1,92	100	—	4,5	1,015	200	0,1	14	1,26	68	60	0,1	—	$\Phi_1 = 25$	I_1, Φ_2
32	4.4	38	2,97	300	0,15	11	4,9	390	—	43	8,25	—	50	0,3	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_3
33	4.7	29,8	8,2	—	—	13	2,2	1000	0,1	25	1,82	100	50	1,5	0,1	—	Φ_3, Φ_2
34	4.8	32	6	75	0,4	10	5	200	—	20	9,0	—	100	0,2	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	I_2, Φ_2
35	4.11	32	8,1	725	0,2	12,5	14,1	100	0,3	33	6,9	2000	140	0,15	—	$\Phi_3 = 98$	I_3, Φ_1
36	4.12	30	4	38	0,5	10	7	275	—	30	10	300	200	0,1	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_2
37	4.15	30	8,4	89	0,73	12	5,2	—	0,1	26	3	20	30	0,2	—	$\Phi_2 = 70$	Φ_1, w_2
38	4.16	110	105	400	0,5	27	177	175	2	100	240	—	100	1	0,46	—	Φ_2, Φ_1
39	4.19	48	12,1	—	—	16	12,9	120	1	43	8,8	520	200	0,5	—	$\Phi_2 = \Phi_3$	I_3, Φ_1
40	4.20	26	8,6	125	0,14	13	8,1	—	0,2	22	14,7	20	25	0,94	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 30$	Φ_1, w_2
41	4.1	40	4,1	455	1	10	6	—	—	40	4,15	125	125	1	0,5	—	Φ_1, Φ_3
42	4.2	85	5,9	150	1	25	3,9	—	1,1	95	9,9	—	60	0,5	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	w_2, Φ_3
43	4.5	30	4,3	200	0,15	10	8	300	—	20	4,8	100	50	0,35	—	$\Phi_2 = 0$	I_2, Φ_1
44	4.6	40	8	420	0,25	15	13	125	0,2	30	10	975	50	0,1	—	$\Phi_3 - \Phi_1 = 20$	I_3, Φ_1
45	4.9	48	15,6	1000	0,2	20	10,3	—	—	40	15	800	250	0,4	1	—	Φ_2, Φ_3

Продолжение табл. 4.1

Вариант	Рисунки	Дано											Дополнительные условия $\Phi \cdot 10^{-3}$, ВБ	Определить				
		l_1 , см	S_1 , см ²	w_1	I_1 , А	l_2 , см	S_2 , см ²	w_2	I_2 , А	l_3 , см	S_3 , см ²	w_3			I_3 , А	w_4	I_4 , А	l_5 , мм
46	4.10	38	41	250	0,3	12	13,8	—	0,3	50	15,8	—	—	125	0,6	—	$\Phi_2 = \Phi_3$ $\Phi_2 = 0$	w_2, Φ_1 w_2, Φ_2
47	4.13	18	3,8	860	0,25	10	4,8	—	0,1	23	4,5	70	1	60	0,5	—	$\Phi_2 - \Phi_3 = 20$	I_3, Φ_2 Φ_2, Φ_3
48	4.14	18	8	205	0,2	6	5	—	0,1	20	4	150	—	410	0,05	—	—	I_3, Φ_2 Φ_2, Φ_3
49	4.17	63	66,5	650	0,4	21	84	—	—	65	65	100	1,15	50	2,3	1,25	—	Φ_2, Φ_3 I_3, Φ_2
50	4.18	52	25,2	600	0,35	29	51	—	—	55	55,3	300	—	200	0,7	—	$\Phi_1 = \Phi_3$	I_3, Φ_2
51	4.3	14	2,07	100	—	5	1,03	100	0,2	10	1,14	300	0,05	46	0,1	—	$\Phi_1 = 25$	I_1, Φ_2
52	4.4	42	3,07	400	0,1	13	5,14	390	—	37	7,9	—	—	100	0,2	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_3
53	4.7	42,5	9	—	—	20	2,4	50	2	40,5	2	100	1	250	0,2	0,1	—	Φ_3, Φ_1
54	4.8	20	5	200	0,125	10	5	—	0,2	30	10	—	—	100	0,25	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	w_2, Φ_1
55	4.11	34	8,3	290	0,5	13	14,2	155	0,2	31	6,8	2000	—	200	0,1	—	$\Phi_3 = 98$	I_3, Φ_2
56	4.12	32	4,06	76	0,25	14	8,3	275	—	35	10,4	500	0,1	150	0,2	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_3
57	4.15	22	7,8	635	0,1	15	5,5	—	0,1	28	3,1	22	0,5	12	0,25	—	$\Phi_2 = 70$	Φ_2, w_2
58	4.16	90	100	100	2	30	188	700	0,5	90	100	—	—	100	1	0,5	—	Φ_1, Φ_2
59	4.19	50	12,1	—	—	17	14	340	0,5	40	8,6	520	—	200	0,25	—	$\Phi_2 = \Phi_3$	I_3, Φ_2
60	4.20	25	8,5	250	0,07	14	8,2	—	0,2	23	14,9	68	1,2	90	0,4	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 30$	Φ_2, w_2
61	4.1	20	4	413	1,1	12	6,06	—	—	38	4,05	200	1,0	50	1	0,5	—	Φ_1, Φ_2
62	4.2	80	5,7	200	0,5	25	3,9	200	—	80	9,5	—	—	40	2	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	I_2, Φ_1
63	4.5	20	4	100	0,3	10	8	300	—	30	5,6	150	0,21	50	0,42	—	$\Phi_2 = 0$	I_2, Φ_3
64	4.6	33,5	7,6	500	0,21	12	12	400	0,05	45	11,3	975	—	20	0,5	—	$\Phi_3 - \Phi_1 = 20$	I_3, Φ_1
65	4.9	45	15,4	200	1	22	10,4	—	—	40	15	400	0,5	200	0,5	1	—	Φ_1, Φ_2

66	4.10	45	44	100	0,5	15	14,2	—	0,3	35	13,7	—	100	1	—	$\Phi_2 = \Phi_3$	w_2, Φ_1
67	4.13	20	3,9	215	1,0	10	4,8	—	0,1	26	4,6	400	200	0,1	—	$\Phi_2 = 0$	w_2, Φ_3
68	4.14	17	7,9	400	0,1	5	4,8	420	0,05	26	4,4	150	43	0,5	—	$\Phi_2 - \Phi_3 = 20$	I_3, Φ_2
69	4.17	60	60	400	0,65	20	84	—	—	60	60	300	50	1,15	1,25	—	Φ_1, Φ_2
70	4.18	50	25	400	0,7	28	51	—	—	50	50	300	200	0,35	—	$\Phi_1 = \Phi_3$	I_3, Φ_1
71	4.3	12	2	100	—	4	1	500	0,04	12	1,2	150	92	0,05	—	$\Phi_1 = 25$	I_1, Φ_3
72	4.4	40	3	200	0,2	12	5	390	—	40	8	—	200	0,1	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_2
73	4.7	20	8	—	—	7	2	500	0,2	20	1,78	400	50	0,6	0,1	—	Φ_2, Φ_3
74	4.8	25	5,3	80	0,5	10	5	—	0,2	32	10,2	—	40	0,25	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	w_2, Φ_1
75	4.11	30	8	1450	0,1	12	14	104	0,25	35	7	2000	50	0,5	—	$\Phi_3 = 98$	I_3, Φ_3
76	4.12	25	3,8	76	0,25	12	7,6	275	—	32	10,1	100	120	0,25	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_1
77	4.15	15	7,2	135	0,47	8	4,8	—	0,1	20	2,9	40	60	0,1	—	$\Phi_2 = 70$	Φ_1, w_2
78	4.16	85	100	2000	0,1	33	200	500	0,7	85	100	—	500	0,2	0,52	—	Φ_1, Φ_2
79	4.19	45	12	—	—	15	12	350	0,4	45	9	520	400	0,2	—	$\Phi_2 = \Phi_3$	I_3, Φ_3
80	4.20	30	9	350	0,05	10	7,8	—	0,2	25	15	675	250	0,2	—	$\Phi_2 - \Phi_1 = 30$	w_2, Φ_1
81	4.1	30	4	300	1,52	10	6	—	—	30	4	50	50	2,5	0,5	—	Φ_2, Φ_1
82	4.2	100	6,15	300	0,3	33	4,2	200	—	100	10	—	300	0,3	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	I_2, Φ_3
83	4.5	30	4,3	300	0,1	12	6	300	—	20	4,8	100	50	0,21	—	$\Phi_2 = 0$	Φ_3, I_2
84	4.6	30	7,3	105	1	11,5	12,3	50	0,3	22,5	10	975	100	0,15	—	$\Phi_3 - \Phi_1 = 20$	I_3, Φ_1
85	4.9	32	14,4	300	0,75	25	10,5	—	—	40	15	200	50	1,5	1	—	Φ_2, Φ_3
86	4.10	40	42	300	0,4	13	14	—	0,3	40	15	—	60	0,5	—	$\Phi_2 = \Phi_3$	w_2, Φ_3
87	4.13	30	4,2	430	0,5	10	4,8	—	0,1	32	4,9	100	50	1	—	$\Phi_2 = 0$	w_2, Φ_1
88	4.14	19	8,1	300	0,15	6,5	5,1	210	0,1	15	3,2	150	165	0,1	—	$\Phi_2 - \Phi_3 = 20$	I_3, Φ_1
89	4.17	55	55	260	1,0	18	84	—	—	57	57	200	60	0,5	1,25	—	Φ_2, Φ_3
90	4.18	55	25,3	500	0,5	25	50	—	—	47	45,5	300	100	1	—	$\Phi_1 = \Phi_3$	I_3, Φ_3

Продолжение табл. 4.1

Вариант	Рисунок	Дано												Дополнительные условия $\Phi \cdot 10^{-3}$, Вб	Определить			
		l_1 , см	$S_{1,2}$, см ²	w_1	I_1 , А	l_2 , см	$S_{2,3}$, см ²	w_2	I_2 , А	l_3 , см	$S_{3,4}$, см ²	w_3	I_3 , А			w_4	I_4 , А	l_5 , мм
91	4.3	11	1,95	100	—	3,5	0,965	400	0,05	13	1,25	55	0,3	20	0,155	—	$\Phi_1 = 25$	I_1, Φ_2
92	4.4	35	2,9	140	0,25	10	4,75	390	—	45	8,33	—	—	50	0,5	—	$\Phi_2 = \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_1
93	4.7	13,5	7,5	—	—	4,32	1,9	100	1	19,8	1,75	200	0,5	200	0,25	0,1	—	Φ_3, Φ_1
94	4.8	30	5,6	150	0,2	10	5	200	—	18	8,9	—	—	200	0,1	—	$\Phi_1 = \Phi_2$	I_2, Φ_3
95	4.11	28	7,95	290	0,5	11,5	13,8	26	1	37	7,1	2000	—	50	0,5	—	$\Phi_3 = 98$	I_3, Φ_2
96	4.12	28	3,9	38	0,5	8	6,8	275	—	28	9,9	220	0,25	200	0,125	—	$\Phi_2 = \Phi_1 = 20$	I_2, Φ_2
97	4.15	25	8	635	0,1	10	5	—	0,1	25	3	50	0,2	40	0,1	—	$\Phi_2 = 70$	Φ_3, w_2
98	4.16	70	97	550	0,4	35	220	250	1,4	70	92	—	—	200	0,4	0,57	—	Φ_2, Φ_3
99	4.19	43	11,9	—	—	14	11,5	100	1,1	48	9,1	520	—	200	0,55	—	$\Phi_2 = \Phi_3$	I_3, Φ_1
100	4.20	32	9,3	270	0,065	9	7,7	—	0,2	30	15,5	108	0,7	120	0,35	—	$\Phi_2 = \Phi_1 = 30$	Φ_2, w_2

Номер задачи, которая должна быть решена студентом в соответствии с его вариантом, указан в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Номер варианта	Номер задачи	Номер варианта	Номер задачи	Номер варианта	Номер задачи	Номер варианта	Номер задачи
1	1а	26	66	51	11в	76	16г
2	2а	27	76	52	12в	77	17г
3	3а	28	86	53	13в	78	18г
4	4а	29	96	54	14в	79	19г
5	5а	30	106	55	15в	80	20г
6	6а	31	116	56	16в	81	1д
7	7а	32	126	57	17в	82	2д
8	8а	33	136	58	18в	83	3д
9	9а	34	146	59	19в	84	4д
10	10а	35	156	60	20в	85	5д
11	11а	36	166	61	1г	86	6д
12	12а	37	176	62	2г	87	7д
13	13а	38	186	63	3г	88	8д
14	14а	39	196	64	4г	89	9д
15	15а	40	206	65	5г	90	10д
16	16а	41	1в	66	6г	91	11д
17	17а	42	2в	67	7г	92	12д
18	18а	43	3в	68	8г	93	13д
19	19а	44	4в	69	9г	94	14д
20	20а	45	5в	70	10г	95	15д
21	16	46	6в	71	11г	96	16д
22	26	47	7в	72	12г	97	17д
23	36	48	8в	73	13г	98	18д
24	46	49	9в	74	14г	99	19д
25	56	50	10в	75	15г	100	20д

1. Схема, представленная на рис. 4.22, состоит из источника синусоидального тока $j(t) = I_m \sin \omega t$, линейного конденсатора емкостью C , резистора сопротивлением R и конденсатора C_n с нелинейной кулон-вольтной характеристикой, приведенной на рис. 4.21, d , $q_m = 10^{-5}$ Кл.

Рассчитать и построить зависимости u_{ab} , i_R , i_C , q , u_{ac} , u_{cb} в функции ωt . Значения I_m , R , X_C и ω приведены ниже:

Вариант	а	б	в	г	д
I_m , А	0,01	0,02	0,08	0,06	0,04
ω , рад/с	250	500	2000	1500	1000
$R = X_C$, Ом	1000	500	125	167	250

2, 3, 4. Схемы рис. 4.23; 4.24; 4.25 (соответственно к задачам 2, 3, 4) имеют резисторы сопротивлениями R_1 , R_2 , два идеальных диода, вольт-амперные характеристики которых изображены на рис. 4.21, а, два источника синусоидальной ЭДС: $e_1(t) = E_m \sin \omega t$ и $e_2(t) = nE_m \sin \omega t$ (где n — численный коэффициент) и источник

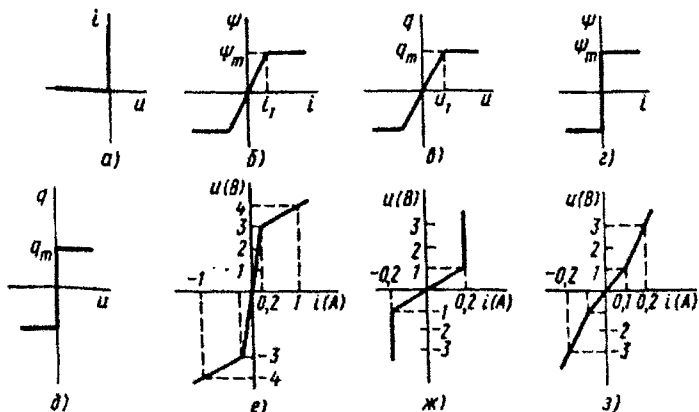


Рис. 4.21

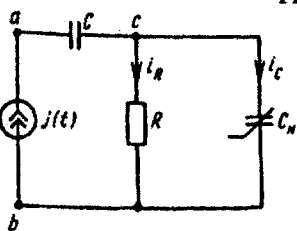


Рис. 4.22

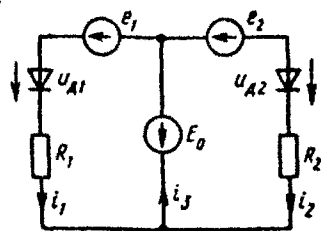


Рис. 4.23

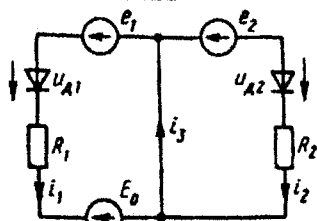


Рис. 4.24

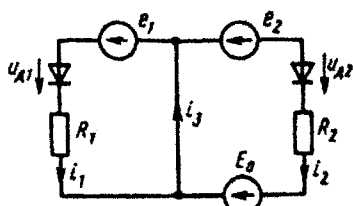


Рис. 4.25

постоянной ЭДС E_0 . Значения E_m , E_0 , R_1 , R_2 и n даны для пяти вариантов задачи.

Построить графики величин, указанных в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
E_m , В	20	30	10	20	10
n	1,5	1,4	1,4	1,4	1,5
E_0 , В	10	15	5	10	5
R_1 , Ом	100	150	50	100	50
R_2 , Ом	200	300	100	200	100
Построить графики в функции времени	$u_{Д_2}, i_3$	$u_{Д_1}, i_2$	$u_{Д_2}, i_1$	i_1, i_2	$u_{Д_1}, i_3$

5. В три плеча мостовой схемы, приведенной на рис. 4.26, включены линейные сопротивления Z_2, Z_3, Z_4 , а в одно плечо — идеальный диод с характеристикой, изображенной на рис. 4.21, а. К зажимам c и d схемы присоединен источник синусоидальной ЭДС $e(t) = 100 \sin \omega t$.

Построить кривую напряжения между точками a и b во времени. Определить среднее за период значение этого напряжения. Значения Z приведены в таблице:

Вариант	$Z_2, \text{ Ом}$	$Z_3, \text{ Ом}$	$Z_4, \text{ Ом}$	Вариант	$Z_2, \text{ Ом}$	$Z_3, \text{ Ом}$	$Z_4, \text{ Ом}$
а	7	3	$4j$	г	12	$-6j$	8
б	9	$-3j$	4	д	5	$3j$	4
в	10	4	$-3j$				

6. Схема, представленная на рис. 4.27, состоит из источника синусоидального тока $j(t) = I_m \sin \omega t$, резистора сопротивлением $R = 20 \text{ Ом}$ и индуктивной катушки L_n , имеющей нелинейную вольт-амперную характеристику, изображенную на рис. 4.21, б, $I_m = 10^{-2} \text{ Вб}$ (где ψ — потокосцепление, i — ток).

Рассчитать и построить в функции ωt зависимости u_{ab}, u_L, u_R . Значения I_m, i_1, ω приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
$I_m, \text{ А}$	2	4	1,5	3	1
$i_1, \text{ А}$	1	2	0,75	1,5	0,5
$\omega, \text{ с}^{-1}$	$2 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^3$	10^3

7. Схема, показанная на рис. 4.28, состоит из источника синусоидальной ЭДС $e(t) = E_m \sin \omega t$, резистора сопротивлением $R = 71 \text{ Ом}$ и конденсатора C_n с нелинейной кулон-вольтной характеристикой, изображенной на рис. 4.21, в (q — заряд, u — напряжение), $q_m = 10^{-4} \text{ Кл}$.

Рассчитать и построить зависимости $i_C, i_R, i_{\text{вх}}, q$ в функции ωt . Значения u_1, E_m, ω приведены в таблице:

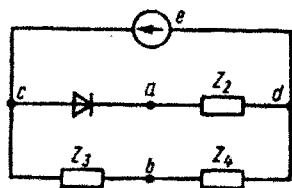


Рис. 4.26

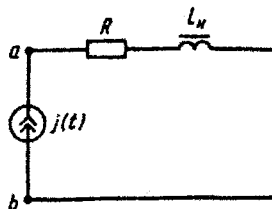


Рис. 4.27

Вариант	а	б	в	г	д
u_1 , В	14,2	10,6	17,7	21,3	7,1
E_m , В	20	15	25	30	10
ω , рад/с	2000	1500	2500	3000	1000

8. Схема, представленная на рис. 4.29, состоит из источника синусоидального тока $j(t) = I_m \sin 2000t$, резистора сопротивлением R , катушки индуктивностью L и катушки L_n с нелинейной вебер-амперной характеристикой, приведенной на рис. 4.21, ε ($\psi_m = 10^{-2}$ Вб).

Рассчитать и построить зависимости u_{cb} , ψ , u_{ac} , u_{ab} , i_3 , i_2 в функции ωt . В таблице приведены значения I_m , X_L , R :

Вариант	а	б	в	г	д
I_m , А	0,8	1	0,4	1,25	0,5
$X_L = R$, Ом	125	100	250	80	200

9. Схема, приведенная на рис. 4.30, состоит из источника синусоидального тока $j(t) = I_m \sin 2000t$, линейного конденсатора емкостью C , резистора сопротивлением R и индуктивной катушки L_n с нелинейной вебер-амперной характеристикой, показанной на рис. 4.21, ε ($\psi_m = 1,25 \cdot 10^{-2}$ Вб).

Рассчитать и построить зависимости ψ , i_R , i_L , u_{ac} , u_{cb} , u_{ab} в функции ωt . Значения I_m , R , X_C приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
I_m , А	0,4	0,5	0,8	1	1,25
$R = X_C$, Ом	250	200	125	100	80

10. Схема, изображенная на рис. 4.31, состоит из источника синусоидального тока $j(t) = I_m \sin \omega t$, катушки индуктивностью L , резистора сопротивлением R и конденсатора C_n с нелинейной

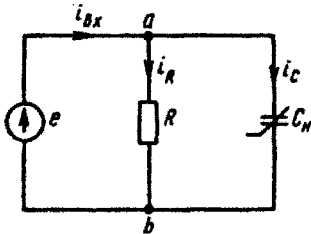


Рис. 4.28

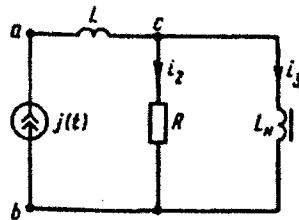


Рис. 4.29

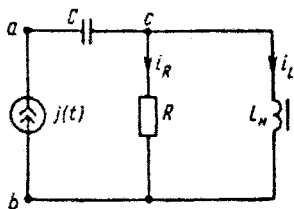


Рис. 4.30

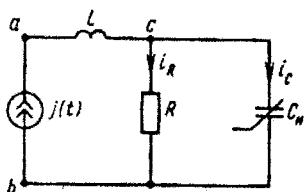


Рис. 4.31

кулон-вольтовой характеристикой, которая приведена на рис. 4.21, δ ($q_m = 10^{-5}$ Кл).

Рассчитать и построить зависимости u_{ab} , i_R , i_C , q , u_{cb} , u_{ac} в функции ωt . Значения I_m , ω , R , X_L приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
I_m , А	0,01	0,02	0,08	0,06	0,04
ω , рад/с	250	500	2000	1500	1000
$R = X_L$, Ом	1000	500	125	167	250

11. На рис. 4.32 изображена электрическая цепь, состоящая из резистора сопротивлением $R = 20$ Ом, катушки с индуктивным сопротивлением $X_L = 10$ Ом и катушки, для которой на рис. 4.21, б дана зависимость потокосцепления ψ от тока i ($\psi_m = 10^{-2}$ Вб). Цепь питается от источника тока синусоидальной формы $j(t) = I_m \sin \omega t$.

Построить зависимости $u_{L_n}(\omega t)$, $u_{ab}(\omega t)$, $\psi(\omega t)$. Значения ω , I_m , i_1 приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
ω , рад/с	1000	2000	750	1500	500
I_m , А	2	4	1,5	3	1
i_1 , А	1	2	0,75	1,5	0,5

12. Схема, представленная на рис. 4.33, состоит из резисторов сопротивлениями R_1 , R_2 , R_3 и индуктивной катушки L_n с нелинейной вебер-амперной характеристикой, изображенной на рис. 4.21, в ($\psi_m = 10^{-2}$ Вб). Схема питается от источника синусоидального тока $j(t) = I_m \sin 1000t$.

Построить зависимости i_2 , i_L , u_{cd} , u_{ab} , ψ в функции ωt . Значения R_1 , R_2 , R_3 , I_m приведены в таблице:

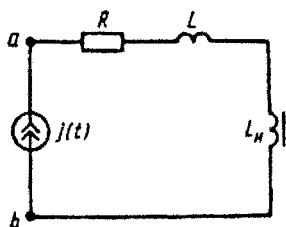


Рис. 4.32

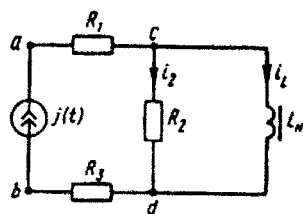


Рис. 4.33

Вариант	а	б	в	г	д
R_1 , Ом	30	25	20	30	20
R_2 , Ом	102	98	101	100	100
R_3 , Ом	20	25	30	20	30
I_m , А	0,49	0,51	0,495	0,505	0,5

13. Схема, приведенная на рис. 4.34, состоит из резисторов сопротивлением R_1 , R_2 , R_3 и конденсатора C_n с нелинейной кулон-вольтной характеристикой, которая изображена на рис. 4.21, д ($q_m = 10^{-5}$ Кл).

Схема питается от источника синусоидального тока $j(t) = I_m \sin \omega t$.

Построить зависимости i_c , i_2 , u_{cd} , u_{ab} , q в функции ωt . Значения R_1 , R_2 , R_3 , ω , I_m приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
R_1 , Ом	60	30	70	45	40
R_2 , Ом	100	90	90	100	100
R_3 , Ом	40	70	30	55	60
I_m , мА	45	55	52	47	50
ω , рад/с	900	1100	1050	950	1000

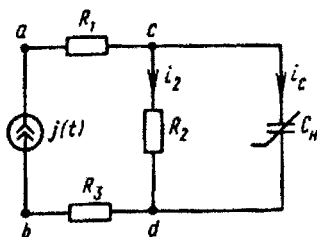


Рис. 4.34

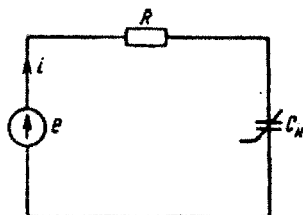


Рис. 4.35

14. К источнику синусоидальной ЭДС $e(t) = E_m \sin \omega t$ (рис. 4.35) присоединены резистор сопротивлением $R = 1000$ Ом и конденсатор C_n , кулон-вольтная характеристика которого приведена на рис. 4.21, d ($q_m = 10^{-5}$ Кл).

Построить в функции ωt графики изменения тока i , напряжения на емкости u_C и заряда q . Значения E_m и ω приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
E_m , В	60	90	120	150	30
ω , рад/с	2000	3000	4000	5000	1000

15. К источнику синусоидальной ЭДС $e(t) = E_m \sin 1000t$ присоединены резистор R_n и индуктивная катушка L_n (рис. 4.36), характеристики для мгновенных значений которых изображены соответственно на рис. 4.21, e , z , где $\psi_m = 2 \cdot 10^{-3}$ Вб.

Построить зависимости тока i , потокосцепления ψ , напряжений на резисторе u_R и на индуктивной катушке u_{L_n} в функции ωt . Значения E_m приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
E_m , В	3,6	3,7	3,8	3,9	3,5

16. Схема, изображенная на рис. 4.37, состоит из источника синусоидальной ЭДС $e(t) = E_m \sin \omega t$, катушки L_n с нелинейной вольт-амперной характеристикой, которая дана на рис. 4.21, e ($\psi_m = 0,01$ Вб), и двух резисторов сопротивлениями $R_1 = R_2 = 100$ Ом.

Построить зависимости ψ , i_L , i_2 , i_1 в функции ωt . Значения E_m и ω приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
E_m , В	240	235	225	245	230
ω , рад/с	5200	5100	4900	5300	5000

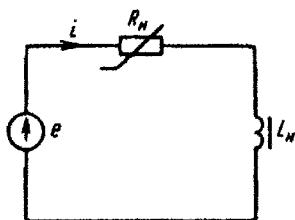


Рис. 4.36

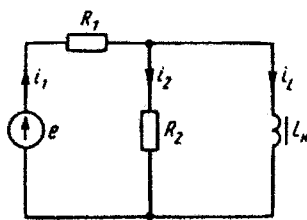


Рис. 4.37

17. Схема, представленная на рис. 4.38, состоит из источника синусоидальной ЭДС $e(t) = E_m \sin 500t$; двух резисторов сопротивлениями $R_1 = R_2 = 1000$ Ом и конденсатора C_n с нелинейной кулон-вольтной характеристикой, которая изображена на рис. 4.2, $d(q_m = 10^{-4}$ Кл).

Построить зависимости заряда q , напряжения на конденсаторе u_{cb} и токов i_1 и i_c в функции ωt . Значения E_m приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
E_m , В	100	110	120	130	90

18. Схема, приведенная на рис. 4.39, образована источником синусоидальной ЭДС $e(t) = E_m \sin 1000t$, резистором R_n , нелинейная вольт-амперная характеристика которого дана на рис. 4.21, $ж$, резистором сопротивлением R и индуктивной катушкой L_n , для которой на рис. 4.21, $з$ приведена зависимость потокосцепления ψ от тока i ($\psi_m = 2 \cdot 10^{-3}$ Вб).

Построить зависимость ψ , i , i_1 , i_2 в функции ωt . Значения E_m и R даны в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
E_m , В	3,6	3,7	3,8	3,9	3,5
R , Ом	14	15	15	16	14

19. Схема, изображенная на рис. 4.40, образована источником синусоидальной ЭДС, $e(t) = 10 \sin \omega t$, резистором сопротивлением R и индуктивной катушкой L_n , нелинейная вебер-амперная характеристика которой дана на рис. 4.21, $з$ ($\psi_m = 0,01$ Вб).

Построить зависимости i , ψ , u_L в функции ωt . Значения ω и R приведены в таблице:

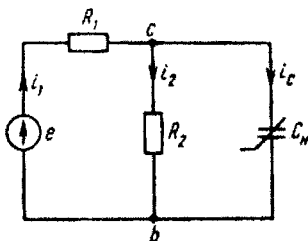


Рис. 4.38

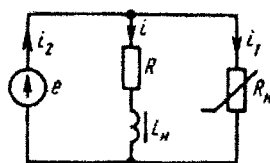


Рис. 4.39

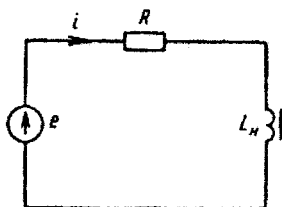


Рис. 4.40

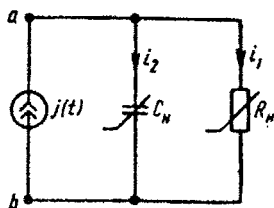


Рис. 4.41

Вариант	а	б	в	г	д
ω , рад/с	475	500	525	550	450
R , Ом	120	110	115	90	100

20. К источнику синусоидального тока $j(t) = I_m \sin \omega t$ (рис. 4.41) отключены резистор R_n с нелинейной вольт-амперной характеристикой, приведенной на рис. 4.21, з, и конденсатор C_n , нелинейная кулон-вольтная характеристика которого приведена на рис. 4.21, д ($q_m = 10^{-5}$ Кл).

Построить зависимости токов i_1 , i_2 , заряда q и напряжения u_{ab} функции ωt . Значения I_m и ω приведены в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
I_m , А	0,16	0,17	0,18	0,19	0,15
ω , рад/с	11000	12000	13000	14000	10000

Задача 4.3. Произвести расчет нелинейных электрических цепей, используя вольт-амперные характеристики по первым гармоникам токов и напряжений, и построить их векторные диаграммы, считая, что источник питания на входе схемы имеет переменную частоту.

Номер задачи, которая должна быть решена студентом в соответствии с его вариантом, указан в табл. 4.3.

1. Схема, изображенная на рис. 4.43, состоит из индуктивной катушки с нелинейной вольт-амперной характеристикой, линейного конденсатора, имеющего емкостное сопротивление по первой гармонике $X_C = 100$ Ом, и резистора $R_3 = 90$ Ом. ВАХ индуктивной катушки по первой гармонике для действующих значений дана на рис. 4.42, а (кривая а).

Таблица 4.3

Номер варианта	Номер задачи	Номер варианта	Номер задачи	Номер варианта	Номер задачи	Номер варианта	Номер задачи
1	1а	26	66	51	11в	76	16г
2	2а	27	76	52	12в	77	17г
3	3а	28	86	53	13в	78	18г
4	4а	29	96	54	14в	79	19г
5	5а	30	106	55	15в	80	20г
6	6а	31	116	56	16в	81	1д
7	7а	32	126	57	17в	82	2д
8	8а	33	136	58	18в	83	3д
9	9а	34	146	59	19в	84	4д
10	10а	35	156	60	20в	85	5д
11	11а	36	166	61	1г	86	6д
12	12а	37	176	62	2г	87	7д
13	13а	38	186	63	3г	88	8д
14	14а	39	196	64	4г	89	9д
15	15а	40	206	65	5г	90	10д
16	16а	41	1в	66	6г	91	11д
17	17а	42	2в	67	7г	92	12д
18	18а	43	3в	68	8г	93	13д
19	19а	44	4в	69	9г	94	14д
20	20а	45	5в	70	10г	95	15д
21	16	46	6в	71	11г	96	16д
22	26	47	7в	72	12г	97	17д
23	36	48	8в	73	13г	98	18д
24	46	49	9в	74	14г	99	19д
25	56	50	10в	75	15г	100	20д

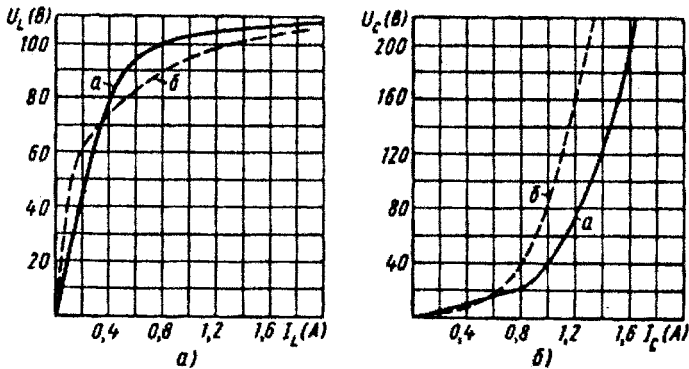


Рис. 4.42

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм для первой гармоники и найти зависимость, указанную в таблице:

2. Схема, приведенная на рис. 4.44, состоит из катушки с нелинейной вольт-амперной характеристикой конденсатора, имеющего емкостное сопротивление по первой гармонике $X_C = 90$ Ом, и резистора $R_2 = 100$ Ом. В вольт-амперной характеристике катушки по первой гармонике для действующего значения тока изображена на рис. 4.42, а (кривая а).

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм для первой гармоники и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г
Построить	$U_{ab}(I_2)$	$U_{ab}(U_1)$	$U_{ab}(U_3)$	$U_{ab}(I_3)$

3. Схема, представленная на рис. 4.45, состоит из катушки с нелинейной вольт-амперной характеристикой конденсатора емкостью по первой гармонике $X_C = 100$ Ом и индуктивно-емкостного элемента, вольт-амперная характеристика которого по первой гармонике изображена на рис. 4.42, а (кривая а).

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм для первой гармоники и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г
Построить	$U_{ab}(I_2)$	$U_{ab}(I_3)$	$U_{ab}(U_1)$	$U_{ab}(U_3)$

4. Схема, показанная на рис. 4.46, образована линейными элементами: конденсатором (емкостное сопротивление по первой гармонике $X_C = 120$ Ом), резисторами $R_3 = 60$ Ом и $R_2 = 100$ Ом и катушкой, вольт-амперная характеристика которой по первой гармонике изображена на рис. 4.42, а (кривая а).

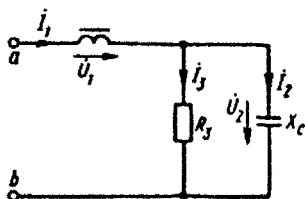


Рис. 4.43

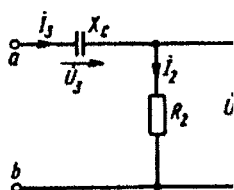


Рис. 4.44

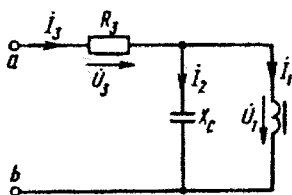


Рис. 4.45

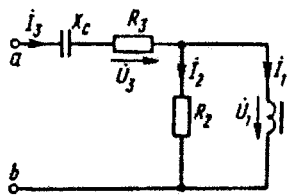


Рис. 4.46

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм для всей схемы по первой гармонике и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$U_{ab}(I_1)$	$U_{ab}(I_2)$	$U_{ab}(U_1)$	$U_{ab}(U_3)$	$U_{ab}(I_3)$

5. Схема, изображенная на рис. 4.47, состоит из двух резисторов сопротивлением $R_1 = 50$ Ом и $R_3 = 100$ Ом, индуктивной катушки, имеющей вольт-амперную характеристику по первой гармонике, изображенную на рис. 4.42, а (кривая а), и линейного конденсатора (емкостное сопротивление по первой гармонике $X_C = 120$ Ом).

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить для всей схемы несколько векторных диаграмм по первой гармонике и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$U_{ab}(I_2)$	$U_{ab}(I_3)$	$U_{ab}(U_1)$	$U_{ab}(U_2)$	$U_{ab}(I_1)$

6. Схема, приведенная на рис. 4.48, состоит из конденсатора, вольт-амперная характеристика которого по первой гармонике приведена на рис. 4.42, б (характеристика а), индуктивной катушки (сопротивление по первой гармонике $X_L = 50$ Ом) и резистора сопротивлением $R_3 = 60$ Ом.

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить для всей схемы несколько векторных диаграмм по первой гармонике и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$U_{ab}(I_2)$	$U_{ab}(I_3)$	$U_{ab}(U_1)$	$U_{ab}(U_3)$	$U_{ab}(I_1)$

7. Схема, представленная на рис. 4.49, образована индуктивной катушкой, сопротивление которой по первой гармонике

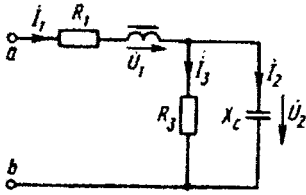


Рис. 4.47

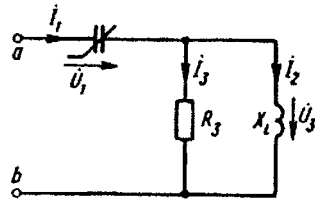


Рис. 4.48

$X_L = 60$ Ом, конденсатором, вольт-амперная характеристика которого по первой гармонике дана на рис. 4.42, б (кривая а), и резистором $R_2 = 100$ Ом.

Задавая различными значениями тока I_1 , построить для всей схемы несколько векторных диаграмм по первой гармонике и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$U_{ab}(I_2)$	$U_{ab}(I_3)$	$U_{ab}(U_1)$	$U_{ab}(U_3)$	$U_{ab}(I_1)$

8. Схема, показанная на рис. 4.50, состоит из резистора сопротивлением $R_3 = 100$ Ом, конденсатора, вольт-амперная характеристика которого по первой гармонике дана на рис. 4.42, б (кривая а), и индуктивной катушки, сопротивление которой по первой гармонике $X_L = 100$ Ом.

Задавая различными значениями тока I_1 , построить для всей схемы несколько векторных диаграмм по первой гармонике и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$U_{ab}(I_2)$	$U_{ab}(I_3)$	$U_{ab}(U_1)$	$U_{ab}(U_3)$	$U_{ab}(I_1)$

9. Схема, изображенная на рис. 4.51, содержит резистор сопротивлением $R_3 = 50$ Ом, индуктивную катушку (сопротивление

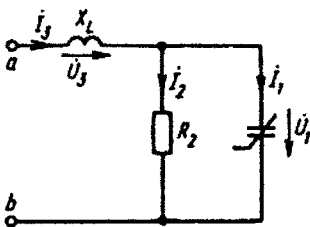


Рис. 4.49

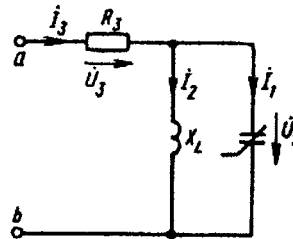


Рис. 4.50

ее по первой гармонике $X_L = 50$ Ом), конденсатор, вольт-амперная характеристика которого по первой гармонике дана на рис. 4.42, б (кривая а), и резистор сопротивлением $R_2 = 80$ Ом.

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм по первой гармонике для всей схемы и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$U_{ab}(I_2)$	$U_{ab}(I_3)$	$U_{ab}(U_1)$	$\varphi(I_1)$	$U_{ab}(I_1)$

φ — угол между вектором напряжения \dot{U}_{ab} и вектором тока \dot{I}_1 .

10. Схема, приведенная на рис. 4.52, содержит резистор сопротивлением $R_1 = 50$ Ом, конденсатор, вольт-амперная характеристика которого по первой гармонике изображена на рис. 4.42, б (кривая а), индуктивную катушку (сопротивление по первой гармонике $X_L = 100$ Ом) и резистор сопротивлением $R_3 = 75$ Ом.

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм для всей схемы по первой гармонике и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$U_{ab}(I_2)$	$U_{ab}(I_3)$	$U_{ab}(U_1)$	$\varphi(I_1)$	$U_{ab}(I_1)$

φ — угол между вектором напряжения \dot{U}_{ab} и вектором тока \dot{I}_1 .

11. Схема, представленная на рис. 4.53, содержит два резистора сопротивлениями $R_3 = R_2 = 100$ Ом, линейный конденсатор с сопротивлением по первой гармонике $X_C = 100$ Ом, индуктивную катушку, имеющую характеристику, приведенную на рис. 4.42, а (кривая а).

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм для всей схемы по первым гармоникам токов и напряжений и найти зависимость, указанную в таблице:

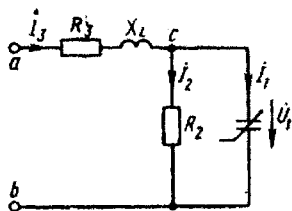


Рис. 4.51

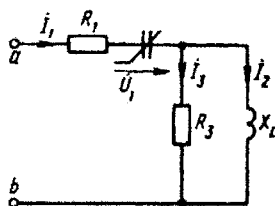


Рис. 4.52

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$I_3(U_{ab})$	$U_2(U_{ab})$	$U_1(U_{ab})$	$U_C(U_{ab})$	$I_2(U_{ab})$

12. Схема, показанная на рис. 4.54, состоит из двух резисторов сопротивлением $R_1=R_2=100$ Ом, линейного конденсатора с сопротивлением по первой гармонике $X_C=100$ Ом и индуктивной катушки, имеющей характеристику, приведенную на рис. 4.42, *a* (кривая *a*).

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм для всей схемы по первым гармоникам токов и напряжений и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$I_2(U_{ab})$	$I_1(U_{ab})$	$U_C(U_{ab})$	$U_L(U_{ab})$	$U_1(U_{ab})$

13. Схема, изображенная на рис. 4.55, состоит из трех резисторов сопротивлением $R_1=R_2=R_3=100$ Ом, линейного конденсатора (емкостное сопротивление по первой гармонике $X_C=100$ Ом) и индуктивной катушки, имеющей характеристику, приведенную на рис. 4.42, *a* (кривая *a*).

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм для всей схемы по первым гармоникам токов и напряжений и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$I_3(U_{ab})$	$U_2(U_{ab})$	$U_C(U_{ab})$	$U_{R_3}(U_{ab})$	$I_2(U_{ab})$

14. Схема, представленная на рис. 4.56, содержит два резистора сопротивлением $R_2=R_3=100$ Ом, индуктивную катушку с сопротивлением по первой гармонике $X_L=100$ Ом, конденсатор с характеристикой, приведенной на рис. 4.42, *b* (кривая *a*).

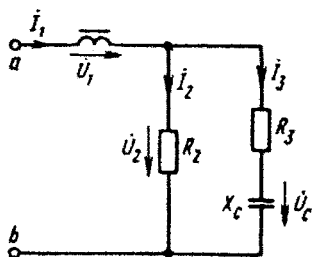


Рис. 4.53

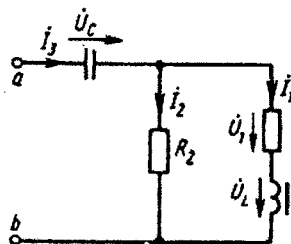


Рис. 4.54

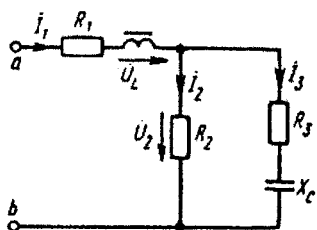


Рис. 4.55

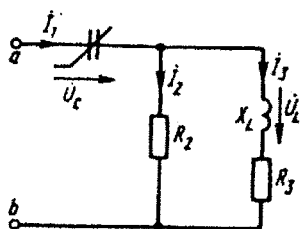


Рис. 4.56

Задаваясь различными значениями тока I_1 , построить несколько векторных диаграмм токов и напряжений и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$U_L(U_{ab})$	$I_2(U_{ab})$	$I_1(U_{ab})$	$U_C(U_{ab})$	$I_3(U_{ab})$

15. Конденсатор с нелинейной вольт-амперной характеристикой и индуктивная катушка присоединены к источнику синусоидального тока J (рис. 4.57, а). ВАХ конденсатора при указанной частоте (частота 500 Гц) изображена на рис. 4.57, б.

Кривая 15 (рис. 4.57, б) дана для варианта 15, кривая 35 — для варианта 35 и т. д.

Пренебрегая высшими гармониками и потерями, выполнить следующее:

1. Построить график зависимости тока J от значений индуктивности L , при которых в схеме будет происходить триггерный эффект при плавном увеличении тока J .

2. Определить область значений индуктивности L , при которых триггерный эффект получить невозможно.

3. Построить в масштабе две векторные диаграммы для заданного тока J и одной и той же индуктивности L , причем одну

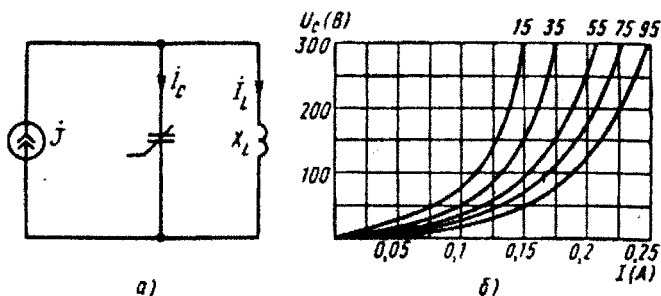


Рис. 4.57

из них для режима до «скачка» напряжения, а другую — после «скачка».

Значения тока, соответствующие векторным диаграммам, даны в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
J, A	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09

16. Индуктивная катушка с нелинейной вольт-амперной характеристикой и линейный конденсатор емкостью C присоединены к источнику синусоидального тока J (рис. 4.58, а). ВАХ индуктивной катушки при указанной частоте (частота 50 Гц) изображена на рис. 4.58, б.

Кривая 1б (рис. 4.58, б) дана для варианта 16, кривая 3б — для варианта 3б и т. д.

Пренебрегая высшими гармониками и потерями, выполнить следующее:

1. Построить график зависимости тока J от значений емкости C , при которых в схеме будет происходить триггерный эффект при плавном увеличении тока J .

2. Определить области значений емкости C , при которых триггерный эффект получить невозможно.

3. Построить в масштабе две векторные диаграммы для заданного тока J и одной и той же емкости C , причем одну из них для режима до «скачка» напряжения, а другую — после «скачка».

Значения тока, при котором строится векторная диаграмма, даны в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
J, A	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3

17. Индуктивная катушка, имеющая нелинейную вольт-амперную характеристику, линейный конденсатор емкостью C и ре-

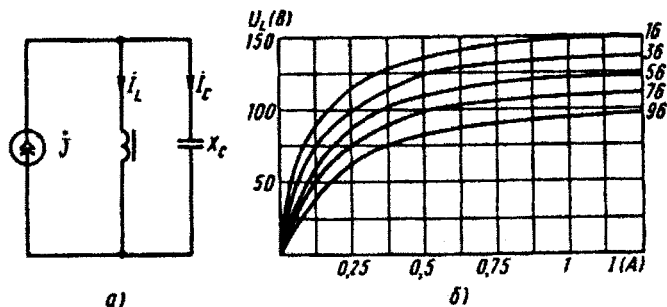


Рис. 4.58

резистор сопротивлением R присоединены к источнику синусоидального напряжения (рис. 4.59). ВАХ индуктивной катушки по первой гармонике для указанной частоты (частота 50 Гц) изображена на рис. 4.42, *а* (характеристика *б*).

Пренебрегая потерями в сердечнике индуктивной катушки и высшими гармониками, найти параметры схемы C и R , чтобы триггерный скачок на увеличение тока происходил при напряжении U_1 , а на уменьшение тока — при напряжении U_2 .

Построить в масштабе векторные диаграммы токов и напряжений до «скачка» и после «скачка» тока для некоторого произвольного напряжения, находящегося в интервале между U_1 и U_2 . Значения U_1 и U_2 даны в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
U_1 , В	32	38	40	45	26
U_2 , В	18	22	24	26	14

Указания. Рекомендуется решать задачу в такой последовательности.

Сначала, зная напряжение U_1 , найти значение емкости C , полагая, что на величину входного напряжения при малых токах напряжение на резисторе оказывает малое влияние. Затем на отдельном рисунке построить вспомогательную кривую:

$$U_R = f(I) = \sqrt{U_2^2 - (U_L - U_C)^2}.$$

Здесь U_R — напряжение на резисторе; U_L — на индуктивной катушке; U_C — на конденсаторе.

Если на вспомогательном рисунке провести из начала координат прямую, касательную к построенной кривой $U_R = f(I)$, то угол наклона касательной к оси абсцисс дает величину R . Далее, если требуется, производится уточнение величин C и R .

18. Конденсатор с нелинейной вольт-амперной характеристикой, катушка индуктивностью L и резистор сопротивлением R присоединены к источнику синусоидального напряжения (рис. 4.60). ВАХ конденсатора по первой гармонике для указанной частоты (частота 500 Гц) изображена на рис. 4.42, *б* (характеристика *б*).

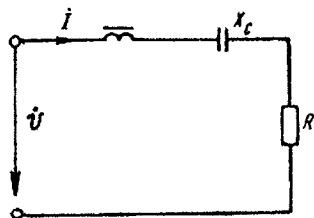


Рис. 4.59

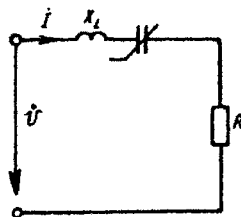


Рис. 4.60

Пренебрегая потерями в конденсаторе и высшими гармониками, найти такие параметры схемы L и R , чтобы триггерный скачок на увеличение тока происходил при напряжении U_1 , на уменьшение тока — при напряжении U_2 .

Построить в масштабе векторные диаграммы токов и напряжений для одного и того же напряжения на входе схемы, находящегося в интервале между U_1 и U_2 , причем одна диаграмма должна быть для режима до «скачка» на увеличение тока, а другая — после «скачка».

Значения U_1 и U_2 даны в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
U_1 , В	23	28	38	45	17
U_2 , В	9	17	19	20	8

Указание. См. указания к задаче 17.

19. Схема, представленная на рис. 4.61, содержит резисторы сопротивлением $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ Ом, индуктивную катушку с сопротивлением по первой гармонике $X_L = 100$ Ом и конденсатор с характеристикой, приведенной на рис. 4.42, б (кривая а).

Задаваясь различными значениями тока, построить несколько векторных диаграмм токов и напряжений и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$I_2(U_{ab})$	$I_3(U_{ab})$	$U_2(U_{ab})$	$U_C(U_{ab})$	$I_1(U_{ab})$

20. Схема, приведенная на рис. 4.62, содержит два резистора сопротивлением $R_2 = R_3 = 100$ Ом, индуктивную катушку с сопротивлением по первой гармонике $X_L = 100$ Ом, конденсатор, характеристика которого дана на рис. 4.42, б (кривая а).

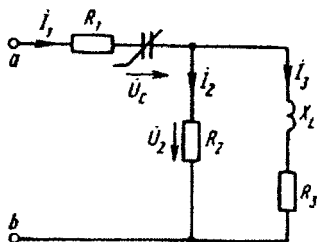


Рис. 4.61

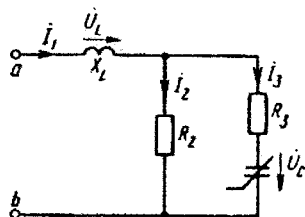


Рис. 4.62

Задаваясь различными значениями тока, построить несколько векторных диаграмм токов и напряжений и найти зависимость, указанную в таблице:

Вариант	а	б	в	г	д
Построить	$I_2(U_{ab})$	$U_C(U_{ab})$	$U_L(U_{ab})$	$I_1(U_{ab})$	$I_3(U_{ab})$

Задача 4.4. На рис. 4.64 — 4.73 представлены схемы нелинейных электрических цепей, в которых действуют источники постоянной ЭДС (тока); ВАХ нелинейной индуктивности и КВХ нелинейной емкости имеют вид:

$$i_L(\psi) = a\psi + b\psi^2 \text{ (А), где } a = 10^2 \text{ (1/Ом} \cdot \text{с), } b = 10^3 \text{ (1/Ом} \cdot \text{В} \cdot \text{с}^2);$$

$$u_C(q) = aq + bq^2 \text{ (В), где } a = 10^5 \text{ (Ом/с), } b = 10^9 \text{ (Ом/А} \cdot \text{с}^2).$$

Параметры цепей указаны в табл. 4.4. Методом малого параметра определить после коммутации закон изменения во времени потокосцепления или заряда. Решение получить в виде суммы нулевого и первого приближения.

Рассмотрим на конкретной схеме (рис. 4.63, а) пример решения задачи 4.4 о переходном процессе в нелинейной цепи.

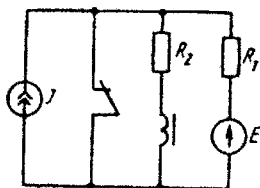
Пусть $E=2$ В, $J=1$ А, $R_1=1$ Ом; $R_2=0,5$ Ом, $i_L(\psi) = a\psi + b\psi^2$ (А), $a = 10^2$ (1/Ом·с), $b = 10^3$ (1/Ом·В·с²). Определить $\psi(t)$.

Решение. После коммутации

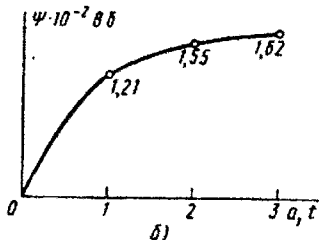
$$E = i_{R_1}R_1 + i_L R_2 + u_L;$$

$$i_{R_1} = i_L - J;$$

$$u_L = \frac{d\psi}{dt}; \quad i_L = i_L(\psi)$$



а)



б)

Рис. 4.63

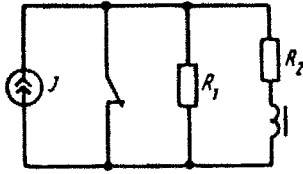


Рис. 4.64

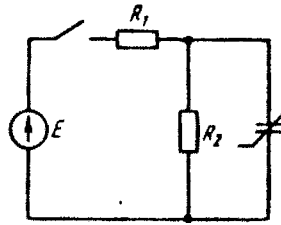


Рис. 4.65

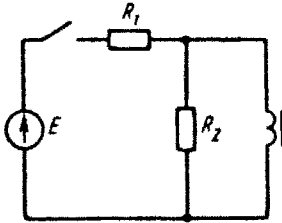


Рис. 4.66

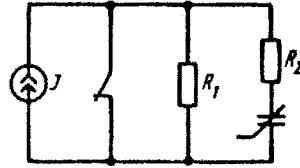


Рис. 4.67

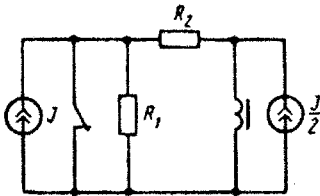


Рис. 4.68

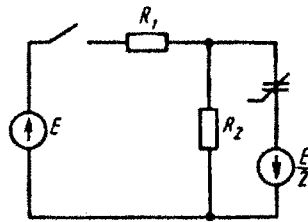


Рис. 4.69

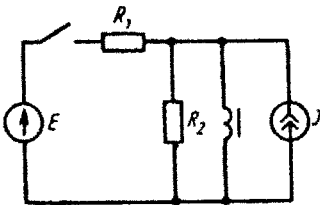


Рис. 4.70

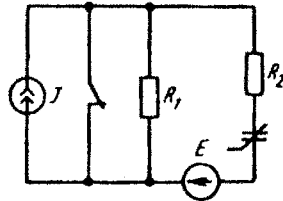


Рис. 4.71

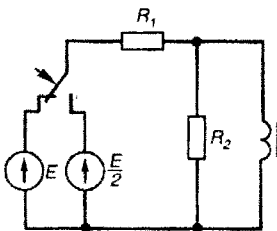


Рис. 4.72

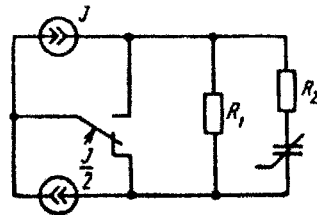


Рис. 4.73

Таблица 4.4

Ва- ри- ант	Рв- су- нок	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	J, А	Е, В	Оп- ре- де- лить	Ва- ри- ант	Рв- су- нок	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	J, А	Е, В	Оп- ре- де- лить
1	4.64	1	1	2	—	ψ	44	4.67	8	12	0,25	—	q
2	4.65	1	1	—	2	q	45	4.68	5	5	2	—	ψ
3	4.66	1	1	—	2	ψ	46	4.69	5	5	—	2	q
4	4.67	50	50	0,04	—	q	47	4.70	50	50	1	50	ψ
5	4.68	1	1	2	—	ψ	48	4.71	10	10	0,1	1	q
6	4.69	1	1	—	2	q	49	4.72	5	5	—	10	ψ
7	4.70	10	10	1	10	ψ	50	4.73	8	8	0,25	—	q
8	4.71	1	1	1	1	q	51	4.64	1	6	7	—	ψ
9	4.72	1	1	—	2	ψ	52	4.65	6	1	—	7	q
10	4.73	1	1	2	—	q	53	4.66	6	2	—	12	ψ
11	4.64	1	2	3	—	ψ	54	4.67	5	5	0,4	—	q
12	4.65	2	1	—	3	q	55	4.68	6	6	2	—	ψ
13	4.66	2	2	—	4	ψ	56	4.69	6	6	—	2	q
14	4.67	40	10	0,05	—	q	57	4.70	60	60	1	60	ψ
15	4.68	2	2	2	—	ψ	58	4.71	20	20	0,05	1	q
16	4.69	2	2	—	2	q	59	4.72	6	2	—	12	ψ
17	4.70	20	20	1	20	ψ	60	4.73	10	10	0,2	—	q
18	4.71	2	2	0,5	1	q	61	4.64	1	7	8	—	ψ
19	4.72	2	2	—	4	ψ	62	4.65	7	1	—	8	q
20	4.73	2	2	1	—	q	63	4.66	7	3	—	14	ψ
21	4.64	1	3	4	—	ψ	64	4.67	4	6	0,5	—	q
22	4.65	3	1	—	4	q	65	4.68	7	7	2	—	ψ
23	4.66	3	1	—	6	ψ	66	4.69	7	7	—	2	q
24	4.67	20	20	0,1	—	q	67	4.70	70	70	1	70	ψ
25	4.68	3	3	2	—	ψ	68	4.71	25	25	0,04	1	q
26	4.69	3	3	—	2	q	69	4.72	7	3	—	14	ψ
27	4.70	30	30	1	30	ψ	70	4.73	12,5	12,5	0,16	—	q
28	4.71	4	4	0,25	1	q	71	4.64	1	8	9	—	ψ
29	4.72	3	1	—	6	ψ	72	4.65	8	1	—	9	q
30	4.73	4	4	0,5	—	q	73	4.66	8	2	—	16	ψ
31	4.64	1	4	5	—	ψ	74	4.67	2,5	5	0,8	—	q
32	4.65	4	1	—	5	q	75	4.68	8	8	2	—	ψ
33	4.66	4	1	—	8	ψ	76	4.69	8	8	—	2	q
34	4.67	10	10	0,2	—	q	77	4.70	80	80	1	80	ψ
35	4.68	4	4	2	—	ψ	78	4.71	40	40	0,025	1	q
36	4.69	4	4	—	2	q	79	4.72	8	2	—	16	ψ
37	4.70	40	40	1	40	ψ	80	4.73	20	20	0,1	—	q
38	4.71	8	8	0,125	1	q	81	4.64	1	9	10	—	ψ
39	4.72	4	1	—	8	ψ	82	4.65	9	1	—	10	q
40	4.73	5	5	0,4	—	q	83	4.66	9	1	—	18	ψ
41	4.64	1	5	6	—	ψ	84	4.67	2	3	1	—	q
42	4.65	5	1	—	6	q	85	4.68	9	9	2	—	ψ
43	4.66	5	5	—	10	ψ							

Ва- ри- ант	Ря- су- нок	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	J, А	E, В	Оп- ре- де- лать	Ва- ри- ант	Ря- су- нок	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	J, А	E, В	Оп- ре- де- лать
86	4.69	9	9	—	2	q	94	4.67	1	4	2	—	q
87	4.70	90	90	1	90	ψ	95	4.68	10	10	2	—	ψ
88	4.71	50	50	0,02	1	q	96	4.69	10	10	—	2	q
89	4.72	9	1	—	18	ψ	97	4.70	100	100	1	100	ψ
90	4.73	25	25	0,08	—	q	98	4.71	100	100	0,01	1	q
91	4.64	1	10	11	—	ψ	99	4.72	10	10	—	20	ψ
92	4.65	10	1	—	11	q	100	4.73	40	40	0,05	—	q
93	4.66	10	10	—	20	ψ							

или

$$E + JR_1 = \frac{d\psi}{dt} + (R_1 + R_2)a\psi + (R_1 + R_2)b\psi^2. \quad (4.1)$$

Представим (4.1) в виде

$$\frac{d\psi}{dt} + a_1\psi = E_3 - \mu b_1\psi^2, \quad (4.2)$$

где $a_1 = (R_1 + R_2)a$; $b_1 = (R_1 + R_2)b$; $E_3 = E + JR_1$; $\mu = 1$ (начальное условие $\psi(0) = 0$).

Решением (4.2) является

$$\psi = \psi_0 + \mu\psi_1 + \dots \quad (4.3)$$

Подставим (4.3) в (4.2):

$$\frac{d\psi_0}{dt} + a_1\psi_0 = E_3; \quad (4.4)$$

$$\frac{d\psi_1}{dt} + a_1\psi_1 = -b_1\psi_0^2. \quad (4.5)$$

Решение (4.4), (4.5) операторным методом:

$$\psi_0(p) = \frac{E_3}{p(p + a_1)}; \quad \psi_0(t) = \frac{E_3}{a_1} (1 - e^{-a_1 t});$$

$$\psi_0^2(t) = \left(\frac{E_3}{a_1}\right)^2 (1 - 2e^{-a_1 t} + e^{-2a_1 t});$$

$$\psi_1(p) = -b_1 \left(\frac{E_3}{a_1}\right)^2 \left[\frac{1}{p(p + a_1)} - \frac{2}{(p + a_1)^2} + \frac{1}{(p + a_1)(p + 2a_1)} \right];$$

$$\psi_1(t) = -\frac{b_1}{a_1} \left(\frac{E_3}{a_1}\right)^2 (1 - 2a_1 t e^{-a_1 t} - e^{-2a_1 t});$$

$$\psi(t) = \frac{E_0}{a_1} (1 - e^{-a_1 t}) - \frac{b_1}{a_1} \left(\frac{E_0}{a_1} \right)^2 (1 - 2a_1 t e^{-a_1 t} - e^{-2a_1 t}) =$$

$$= 0,02 [(1 - e^{-a_1 t}) - 0,04 (1 - 2a_1 t e^{-a_1 t} - e^{-2a_1 t})].$$

График $\psi(t)$ показан на рис. 4.63, б.

Задача 4.5. Считать, что в схемах задачи 3.1 (рис. 3.1 — 3.20) вместо линейных реактивных элементов C_1 и L_1 включены соответственно конденсатор с нелинейной кулон-вольтной характеристикой $u_C = a_1 \operatorname{sh} b_1 q$ и катушка индуктивности с нелинейной вебер-амперной характеристикой $i_L = a_2 \operatorname{sh} b_2 \psi$. Параметры a_1, b_1, a_2, b_2 для каждой схемы приведены в табл. 4.5. Элементы C_2 и L_2 отсутствуют.

Таблица 4.5

Рисунок	$a_1, В$	$b_1, 1/Кл$	$a_2, А$	$b_2, 1/Вб$	Рисунок	$a_1, В$	$b_1, 1/Кл$	$a_2, А$	$b_2, 1/Вб$
4.1	10	70	2	500	4.11	20	$5 \cdot 10^3$	0,025	$4 \cdot 10^3$
4.2	50	$4 \cdot 10^3$	2,5	200	4.12	5	$2 \cdot 10^4$	2,5	400
4.3	8	$2,5 \cdot 10^3$	3	70	4.13	10	10^4	1,6	625
4.4	20	$5 \cdot 10^3$	0,5	$2 \cdot 10^3$	4.14	10	10^3	0,4	$2,5 \cdot 10^3$
4.5	25	$4 \cdot 10^3$	2	500	4.15	50	$4 \cdot 10^3$	2,5	100
4.6	4	10^5	0,4	$2,5 \cdot 10^3$	4.16	10	60	1	500
4.7	50	$2 \cdot 10^3$	0,5	200	4.17	50	$5 \cdot 10^3$	2,5	80
4.8	40	$2,5 \cdot 10^3$	0,02	$5 \cdot 10^3$	4.18	25	800	2,5	400
4.9	40	$2,5 \cdot 10^3$	1	10^3	4.19	12,5	$8 \cdot 10^3$	4	250
4.10	4	$25 \cdot 10^3$	10	100	4.20	25	$4 \cdot 10^3$	1	10^3

Начертить схему с нелинейными элементами.

Методом пространства состояний рассчитать зависимости $u_C(t)$ и $i_L(t)$, построить их графики. Задача носит факультативный характер.

Указания. Для решения задачи следует записать уравнения состояния цепи в виде

$$C_{\text{эф}} \frac{du_C}{dt} = f(u_C, i_L, E) \quad (4.6)$$

и

$$L_{\text{эф}} \frac{di_L}{dt} = f(u_C, i_L, E). \quad (4.7)$$

Составить программу для решения уравнений.

Задание 5

НЕИЗМЕННЫЕ ВО ВРЕМЕНИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ

Задание состоит из трех групп задач: группа 5.1 — на электрическое поле, неизменное во времени; группа 5.2 — на магнитное поле, неизменное во времени; группа 5.3 — на расчет электрического поля путем составления интегрального уравнения и приближенного решения его.

Номера задач, которые должны быть решены студентом, указаны в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Вариант	Номера задач			Вариант	Номера задач			Вариант	Номера задач			Вариант	Номера задач		
	5.1	5.2	5.3		5.1	5.2	5.3		5.1	5.2	5.3		5.1	5.2	5.3
1	1а	3б	39а	26	11б	8в	44в	51	24в	33г	39е	76	30г	28д	44з
2	2а	29б	40а	27	12б	22в	45в	52	18в	20г	40е	77	35г	36д	45з
3	4а	31б	41а	28	17б	21в	46в	53	26в	8г	41е	78	37г	32д	46з
4	13а	6б	42а	29	5б	23в	47в	54	27в	38г	42е	79	7г	9д	47з
5	19а	9б	43а	30	10б	25в	48в	55	16в	21г	43е	80	2г	29д	48з
6	11а	8б	44а	31	24б	33в	39г	56	30в	28г	44е	81	1д	3а	39и
7	12а	22б	45а	32	18б	20в	40г	57	35в	36г	45е	82	2д	29а	40и
8	17а	21б	46а	33	26б	8в	41г	58	37в	32г	46е	83	4д	31а	41и
9	5а	23б	47а	34	27б	38в	42г	59	7в	9г	47е	84	13д	6а	42и
10	10а	25б	48а	35	16б	21в	43г	60	2в	29г	48е	85	19д	9а	43и
11	24а	33б	39б	36	30б	28в	44г	61	1в	3д	39ж	86	11д	8а	44и
12	18а	20б	40б	37	35б	36в	45г	62	2г	29д	40ж	87	12д	22в	45и
13	26а	8б	41б	38	37б	32в	46г	63	4г	31д	41ж	88	17д	21а	46и
14	27а	38б	42б	39	7б	9в	47г	64	13г	6д	42ж	89	5д	23а	47и
15	16а	21б	43б	40	2б	29в	48г	65	19г	9д	43ж	90	10д	25а	48и
16	30а	28б	44б	41	1в	3г	39д	66	11г	8д	44ж	91	24д	33а	39к
17	35а	36б	45б	42	2в	29г	40д	67	12г	22д	45ж	92	18д	20а	40к
18	37а	32б	46б	43	4в	31г	41д	68	17г	21д	46ж	93	26д	8а	41к
19	7а	9б	47б	44	13в	6г	42д	69	5г	23д	47ж	94	27д	38а	42к
20	2а	29б	48б	45	19в	9г	43д	70	10г	25д	48ж	95	16д	21а	43к
21	1б	3в	39в	46	11в	8г	44д	71	24г	33д	39з	96	30д	28а	44к
22	2б	29в	40в	47	12в	22г	45д	72	18г	20д	40з	97	35д	36а	45к
23	4б	31в	41в	48	17в	21г	46д	73	26г	8д	41з	98	37д	32а	46к
24	13б	6в	42в	49	5в	23г	47д	74	27г	38д	42з	99	7д	9а	47к
25	19б	9в	43в	50	10в	25г	48д	75	16г	21д	43з	100	2д	29а	48к

Различные варианты группы задач 5.3 представлены в виде двух подгрупп. Первая подгруппа — на расчет электрического поля в диэлектрике (задачи 39 — 43), вторая — на расчет электрического поля в проводящей среде (задачи 44 — 48). К каждой из этих подгрупп задач приведен алгоритм решения и поясняющие примеры соответственно на с. 138 — 140, 141 — 145.

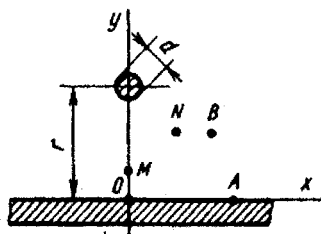


Рис. 5.1

1. Параллельно бесконечно протяженному плоскому листу из проводящего материала на расстоянии $r=4$ см от его поверхности расположен прямой бесконечно длинный провод круглого сечения диаметром $d=2$ мм. Между листом и проводом с помощью источника постоянной ЭДС, присоединенного положительным полюсом к листу, а отрицательным к проводу, поддерживается разность потенциалов 400 В. Среда,

окружающая провод,— воздух. Расположение проводящего листа, провода и осей координат для этой задачи показано на рис. 5.1.

Требуется:

1) качественно начертить картину электрического поля в плоскости, перпендикулярной оси провода;

2) рассчитать емкость между плоскостью и проводом на единицу длины провода;

3) вариант а — найти плотность поверхностного заряда на листе в точке А ($x_A=4$ см, $y_A=0$), полагая потенциал листа равным нулю, определить потенциал точки В ($x_B=3$ см, $y_B=2$ см).

вариант б — найти вектор напряженности электрического поля в точке В ($x_B=3$ см, $y_B=2$ см); определить, в какой точке плотность поверхностных зарядов на листе будет максимальной; найти плотность зарядов в этой точке;

вариант в — найти разность потенциалов точек М ($x_M=0$, $y_M=1$ см) и N ($x_N=2$ см, $y_N=2$ см), найти вектор напряженности электрического поля в точке М;

вариант г — определить зависимость поверхностной плотности зарядов на листе от координаты x и построить эту кривую;

вариант д — найти разность потенциалов точек М и В; определить вектор напряженности электрического поля в точке N ($x_N=2$ см, $y_N=2$ см).

Расчеты во всех вариантах вести, полагая, что электрическая ось провода совпадает с его геометрической осью.

2. Объемные заряды с неизменной плотностью $\rho = 10^{-8}$ Кл/см³ расположены в пространстве, ограниченном двумя коаксиальными цилиндрическими поверхностями. Радиус внутренней цилиндрической поверхности $r_1=1$ см, внешней — $r_2=4$

Диэлектрическая проницаемость вещества между двумя цилиндрическими поверхностями $\epsilon_{r_1} = 4$, в остальной части пространства $\epsilon_{r_2} = 1$.

Требуется:

1) определить потенциал электрического поля во всем пространстве как функцию расстояния до оси цилиндров.

При составлении выражений для потенциала считать, что потенциал внешней цилиндрической поверхности равен нулю.

2) вариант а — найти напряженность электрического поля в тех точках, где она имеет максимальное значение;

вариант б — найти значение криволинейного интеграла

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}; \text{ координаты точек } A \text{ и } B: R_A = 2 \text{ см}, \alpha_A = 45^\circ, R_B = 6 \text{ см}, \\ \alpha_B = 180^\circ;$$

вариант в — найти плотность поверхностных связанных зарядов на границе $r_2 = 4$ см;

вариант г — построить зависимость модуля вектора электрического смещения \vec{D} как функцию расстояния до оси цилиндров;

вариант д — найти разность потенциалов между цилиндрическими поверхностями, окружающими заряд.

3. Однородное магнитное поле с напряженностью $H_0 = 100$ А/м, существующее в воздухе и направленное вдоль оси x (рис. 5.2), возмущено введением длинного круглого ферромагнитного цилиндра. Ось цилиндра расположена перпендикулярно плоскости рисунка. Вещество цилиндра имеет магнитную проницаемость $\mu_r = 100$. Радиус цилиндра $a = 10$ см.

Требуется:

1) определить магнитный скалярный потенциал возмущенного поля во всех точках пространства как функцию координат r и α , полагая, что потенциал плоскости $y = 0$ равен нулю;

2) вариант а — определить вектор напряженности магнитного поля в точке A ($x_A = 12$ см, $y_A = 0$),

вариант б — определить вектор магнитной индукции в точке B ($x_B = 0$, $y_B = 12$ см);

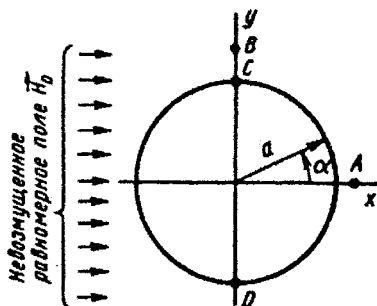


Рис. 5.2

вариант в — найти магнитный поток через сечение цилиндра CD на единицу длины;

вариант г — построить эквипотенциальную линию, проходящую через точку A ($x_A = 12$ см, $y_A = 0$);

вариант д — построить кривую зависимости скалярного магнитного потенциала от координаты α на поверхности цилиндра.

4. Внутри полого круглого медного цилиндра размещен провод эллиптического сечения. Продольные оси цилиндра и провода параллельны. Взаимное расположение цилиндра и провода, а также все необходимые размеры указаны на рис. 5.3, где изображен разрез обоих тел плоскостью, перпендикулярной их осям. Среда, заполняющая пространство между проводом и цилиндром, имеет диэлектрическую проницаемость $\epsilon_r = 5$.

Требуется:

1) графически построить картину электрического поля, возникающего в этой среде, и рассчитать по картине поля емкость между цилиндром и проводом на единицу их длины.

При решении задачи полагать, что длины провода и цилиндра достаточно велики и краевым эффектом можно пренебречь. При построении картины поля цилиндр и провод изобразить в натуральную величину;

2) *вариант а* — найти максимальное значение напряженности поля E_{\max} , если между цилиндром и проводом поддерживается разность потенциалов 1000 В;

вариант б — найти напряжение между точками A и B , если напряжение между проводом и цилиндром 500 В; ($x_A = 80$ мм, $y_A = 0$) ($x_B = 0$, $y_B = 40$ мм);

вариант в — найти минимальную напряженность поля E_{\min} , если напряжение между проводом и цилиндром 1000 В;

вариант г — определить максимальную плотность распределенных свободных зарядов по поверхности внутреннего провода, если напряжение между цилиндром и проводом 1000 В;

вариант д — определить энергию электрического поля на единицу длины и максимальную объемную плотность энергии, если напряжение между цилиндром и проводом 1000 В.

5. Проводящий шар радиусом $a = 0,1$ м находится в воздухе. Начало декартовой системы координат совмещено с центром шара. В точке с координатами $x_1 = 0,15$ м, $y_1 = 0$ находится точечный заряд $q = 10^{-12}$ Кл. Определить напряженность электрического поля \vec{E} и потенциал φ в точке с заданными координатами x и y .

Вариант а — предварительно незаряженный шар помещен в поле точечного заряда и заземлен (заряд шара определить самим); координаты точки: $x = 0,1$ м, $y = 0,1$ м;

вариант б — шар не заземлен и имеет суммарный заряд $Q = 10^{-12}$ Кл; координаты точки: $x = 0,1$ м, $y = 0,1$ м;

вариант в — шар не заземлен и имеет заряд $Q = -10^{-12}$ Кл; координаты точки: $x = -0,1$ м, $y = 0,1$ м;

вариант г — предварительно незаряженный шар помещен в поле точечного заряда и заземлен (заряд шара определить самим); координаты точки: $x = -0,1$ м; $y = -0,1$ м;

вариант д — шар не заземлен, суммарный заряд шара $Q = 2 \cdot 10^{-12}$ Кл; координаты точки: $x = 0,1$ м, $y = -0,1$ м.

Указание. Если шар не заземлен, то заряд шара состоит из двух зарядов: заряда-изображения q_1 и заряда в центре шара q_2 . При этом $q_1 + q_2 = Q$, где Q — заданный заряд шара.

6. По прямоугольной и весьма длинной стальной шине, изображенной на рис. 5.4, в направлении оси y проходит постоянный ток $I = 100$ А, $h = 5$ см, $2a = 0,4$ см. Учитывая, что ширина шины во много раз больше ее толщины $2a$, можно считать, что как внутри шины, так и вблизи ее магнитное поле зависит только от координаты x . Магнитная проницаемость стальной шины $\mu_r = 600$, магнитная проницаемость окружающей среды равна $\mu_r = 1$.

Требуется:

1) на основе указанного допущения определить векторный магнитный потенциал как функцию координаты x для трех областей: внутри шины, вне шины при $x > +a$ и вне шины при $x < -a$;

2) построить график зависимости модуля векторного потенциала от координаты x в интервале от $x = -1$ см до $x = +1$ см.

Указание. При определении векторного потенциала считать, что в точках плоскости $x = 0$ векторный потенциал равен нулю;

3) *вариант а* — найти индукцию в функции координаты x во всех трех областях пространства, исходя из соотношения $\vec{B} = \text{rot } A$;

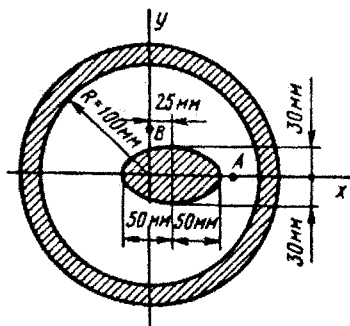


Рис. 5.3

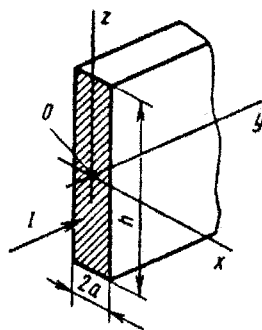


Рис. 5.4

вариант б — найти магнитный поток, пронизывающий прямоугольную площадку, находящуюся в плоскости xoy и образованную двумя парами параллельных прямых, проходящих через точки $x=0,1$ см, $y=0$; $x=0,5$ см, $y=0$; $x=0,1$ см, $y=10$ см; $x=0,5$ см, $y=10$ см;

вариант в — найти энергию магнитного поля внутри шины на единицу его длины. Для определения энергии использовать выражение

$$W = \int_V \frac{HB}{2} dV \quad (dV \text{ — элемент объема шины});$$

вариант г — определять зависимость модуля вектора Пойнтинга от расстояния x внутри шины, т. е. $P=f(x)$, если проводимость стали $\gamma = 1 \cdot 10^7$ (См/м);

вариант д — найти магнитный поток внутри шины на единицу ее длины.

7. Два тонких параллельных провода расположены над проводящей поверхностью. Провода несут заряды, линейные плотности которых $\tau_1 = +10^{-8}$ Кл/м и $\tau_2 = -0,6 \cdot 10^{-8}$ Кл/м. Взаимное расположение проводов и необходимые размеры указаны на рис. 5.5. Провода одинакового сечения, их диаметр $D=10$ мм. Среда, окружающая провода — воздух.

Требуется:

1) построить график распределения плотности поверхностных зарядов от координаты x в интервале от $x=-40$ см до $x=+60$ см;

2) *вариант а* — найти частичную емкость между проводами;

вариант б — найти потенциал в точке А ($x_A=40$ см, $y_A=10$ см), полагая, что потенциал проводящей поверхности равен нулю;

вариант в — найти силу, действующую на единицу длины второго провода;

вариант г — определить разность потенциалов между проводами;

вариант д — найти энергию электрического поля, образованного проводами, на единицу их длины.

8. По длинной уединенной медной трубе, сечение которой с указанием размеров дано на рис. 5.6, течет постоянный ток $I=1000$ А. Магнитная проницаемость среды как внутри трубы, так и вне ее $\mu_r=1$. Удельная проводимость меди $\gamma=5,7 \cdot 10^7$ См/м.

Требуется:

1) определить векторный магнитный потенциал как функцию расстояния от оси трубы для трех областей: $r \leq R_1$, $R_1 \leq r \leq R_2$, $r \geq R_2$. Принять, что векторный потенциал в точках, лежащих на внешней стороне трубы, равен нулю;

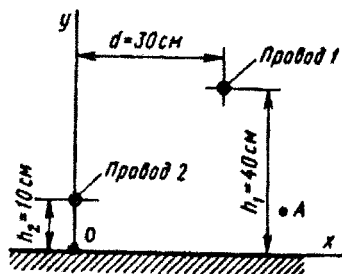


Рис. 5.5

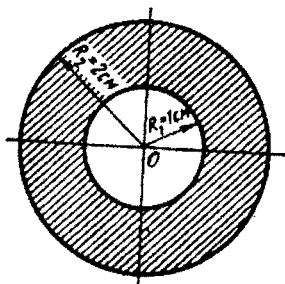


Рис. 5.6

2) вариант а — рассчитать магнитный поток, замыкающийся внутри стенки трубы, на единице ее длины;

вариант б — определить значение магнитной индукции во всех трех областях и построить график зависимости индукции от расстояния до оси трубы;

вариант в — найти значение напряженности магнитного поля во всех трех областях и построить график зависимости напряженности магнитного поля во всех трех областях от расстояния до оси трубы;

вариант г — вычислить вектор Пойнтинга в точке, соответствующей $r_3 = 1,5$ см;

вариант д — определить энергию магнитного поля, сосредоточенную в стенках трубы, на единицу длины.

9. По длинному стальному уединенному цилиндру в направлении оси z (рис. 5.7) протекает постоянный ток $I = 220$ А. Радиус цилиндра $r_0 = 1$ см. Относительная магнитная проницаемость стали, из которой изготовлен цилиндр, $\mu_1 = 800$, а окружающей среды $\mu_2 = 1$.

Требуется:

1) определить векторный магнитный потенциал внутри и вне цилиндра как функцию расстояния r от его оси. При решении задачи принять, что векторный потенциал точек на оси z равен нулю;

2) вариант а — найти магнитный поток, пронизывающий прямоугольную площадку $abcd$, лежащую в плоскости $zoу$ (расположение площадки и ее размеры даны на рис. 5.7);

вариант б — вычислить магнитный поток на единицу длины, линии которого замыкаются внутри цилиндра;

вариант в — определить энергию магнитного поля внутри цилиндра на единицу его длины. Для определения энергии следу-

ет использовать выражение $W_m = \int_V \frac{HB}{2} dV$ (здесь dV — элемент объема);

вариант г — рассчитать взаимную индуктивность между цилиндром и рамкой $cdef$, лежащей в плоскости $zoу$. Сторона ef рамки находится у самой поверхности цилиндра, но изолирована от него; число витков рамки $w=1$;

вариант д — определить $B(r)$ вне и внутри провода, используя для этого выражение для $A(r)$.

10. К плоскому конденсатору с двухслойной изоляцией (рис. 5.8) приложено напряжение $U=1000$ В. Диэлектрические проницаемости и толщины слоев изоляции: $\epsilon_{r_1}=2$, $d_1=0,2$ см, $\epsilon_{r_2}=5$, $d_2=0,3$ см, площадь пластин $S=25$ см².

Требуется:

1) определить емкость конденсатора;

2) *вариант а* — построить графики зависимостей $E(x)$, $D(x)$, $\varphi(x)$, приняв $\varphi=0$ при $x=0$;

вариант б — определить поверхностную плотность связанных зарядов на границе раздела диэлектриков;

вариант в — построить график зависимости $P(x)$;

вариант г — построить совокупность силовых и эквипотенциальных линий в каждом слое, вычислить разность потенциалов между точками $A(x_A=0,1$ см, $y_A=1$ см) и $B(x_B=0,35$ см, $y_B=0$);

вариант д — построить график изменения объемной плотности энергии $w_v(x)$ и определить энергию электрического поля конденсатора.

11. Над безграничной плоской проводящей поверхностью расположены три длинных тонких прямых провода. Все три провода параллельны этой поверхности. Взаимное расположение плоскости и проводов (в разрезе) с указанием необходимых размеров дано на рис. 5.9. Среда над проводящей поверхностью имеет относительную диэлектрическую проницаемость: $\epsilon_r=1$. Провода несут электрические заряды, линейная плотность которых: $\tau_1=10^{-11}$ Кл/м, $\tau_2=-10^{-11}$ Кл/м, $\tau_3=0,5 \cdot 10^{-11}$ Кл/м (индексы 1, 2, 3 означают номера проводов). Радиусы всех трех проводов одинаковы: $R=5$ мм.

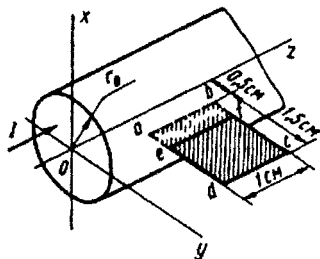


Рис. 5.7

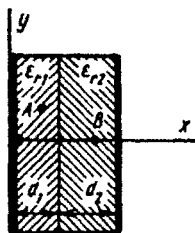


Рис. 5.8

Требуется:

1) написать выражение для потенциала поля как функцию координат x и y , полагая, что потенциал проводящей поверхности равен нулю;

2) вариант а — определить вектор напряженности электрического поля в точке A ($x_A=4$ м, $y_A=2$ м);

вариант б — найти частичную емкость C_{12} ;

вариант в — рассчитать плотность поверхностных зарядов в точке B ($x_B=1$ м, $y_B=0$);

вариант г — определить емкость между первым и вторым проводами при условии, что третий провод изолирован и его заряд $q_3=0$;

вариант д — найти разность потенциалов между проводами.

12. Две безграничные проводящие полуплоскости образуют прямой двугранный угол. Параллельно обеим полуплоскостям расположен круглый прямой провод радиусом 5 мм. Взаимное расположение полуплоскостей и провода с указанием размеров дано в разрезе на рис. 5.10. Потенциал провода $\varphi_n = -100$ В, а потенциал проводящих граней угла равен нулю. Среда, окружающая провод, имеет диэлектрическую проницаемость $\epsilon_r = 3$.

Требуется:

1) определить линейную плотность электрического заряда на проводе;

2) вариант а — найти емкость между проводящими гранями и проводом;

вариант б — найти поверхностную плотность заряда, индуцированного на горизонтальной полуплоскости, в точке A ($x_A = 10$ см; $y_A = 0$);

вариант в — найти силу, действующую на единицу длины провода;

вариант г — определить потенциал точки B ($x_B = 10$ см, $y_B = 20$ см);

вариант д — определить энергию поля, образованного зарядом провода, на единицу его длины.

13. Равномерное электрическое поле, существующее в среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_r = 4$ (направление поля показано на рис. 5.11), возмущено внесенным в поле проводящим шаром, несущим на себе заряд $Q = 5,56 \cdot 10^{-10}$ Кл. Напряженность невозмущенного электрического поля $E_0 = 10^3$ В/м. Радиус шара $a = 4$ см.

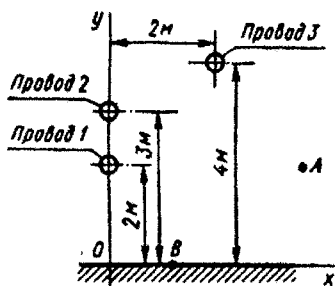


Рис. 5.9

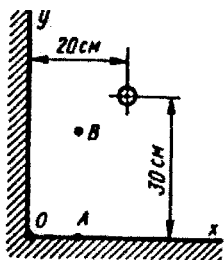


Рис. 5.10

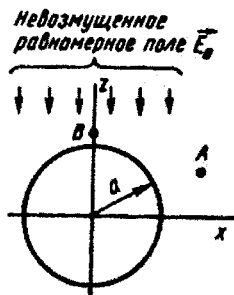


Рис. 5.11

Требуется:

1) построить полярную диаграмму плотности заряда на поверхности шара в плоскости рисунка;

2) вариант а — определить напряженности электрического поля в точке A ($x_A = 7,35$ см, $z_A = 3,2$ см) и в точке B ($x_B = 0$, $z_B = 5$ см);

вариант б — по 5 — 6 точкам построить след эквипотенциальной поверхности, проходящей через точку A ($x_A = 6,4$ см, $z_A = 3,2$ см);

вариант в — по 5 — 6 точкам построить след эквипотенциальной поверхности, проходящей через точку B ($x_B = 0$, $z_B = 5$ см);

вариант г — построить график изменения потенциала $\varphi(z)$ по 5 — 6 точкам, лежащим на оси z в интервале $0 \leq \theta \leq 180^\circ$;

вариант д — построить график изменения напряженности электрического поля $E(z)$ по 5 — 6 точкам, лежащим на оси z в интервале $0 \leq \theta \leq 180^\circ$.

Указание. В вариантах г и д точки рекомендуется взять так, чтобы одна была в центре шара, а остальные были расположены симметрично по отношению к оси x .

14. Две длинные коаксиальные стальные трубки служат прямым и обратным проводом линии постоянного тока. Ток в этой линии 100 А: по внешней трубке ток течет «от нас». Размеры трубок указаны на разрезе рис. 5.12. Магнитная проницаемость стали, из которой изготовлены трубки, $\mu_{r1} = 100$, а среды, заполняющей остальное пространство, $\mu_{r2} = 1$.

Требуется:

1) найти зависимость модуля векторного магнитного потенциала $A = f(r)$ в тех областях, где определяется магнитный поток. Считать, что векторный потенциал в точках на наружной поверхности внутренней трубки равен нулю;

2) определить на единицу длины провода:

вариант а — магнитный поток, замыкающийся по внутреннему проводу;

вариант б — магнитный поток, замыкающийся в пространстве между проводами;

вариант в — магнитный поток, замыкающийся по внешнему проводу;

вариант г — суммарный магнитный поток, замыкающийся в пространстве между проводами и по внутреннему проводу;

вариант д — суммарный магнитный поток, замыкающийся в пространстве между проводами и по внешнему проводу.

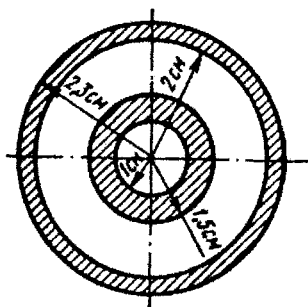


Рис. 5.12

15. В воздухе между двумя цилиндрическими поверхностями, оси которых параллельны, равномерно распределен заряд с объемной плотностью $\rho = 10^{-3}$ Кл/м³. Взаимное расположение цилиндрических поверхностей с указанием размеров дано на рис. 5.13.

Требуется:

1) определить вектор напряженности электрического поля внутри малого цилиндра;

2) определить разность потенциалов между точками, находящимися на поверхности малого цилиндра:

вариант а — точки *A* и *E*;

вариант б — точки *C* и *K*;

вариант в — точки *M* и *D*;

вариант г — точки *M* и *B*;

вариант д — точки *B* и *F*.

16. Параллельно безграничной плоскости раздела двух диэлектриков и параллельно друг другу расположены два тонких длинных провода. Провод 1 с зарядом $\tau_1 = 10^{-11}$ Кл/м и провод 2 с зарядом $\tau_2 = 3 \cdot 10^{-12}$ Кл/м. Взаимное расположение проводов и плоскости раздела диэлектриков приведено на рис. 5.14. Радиусы проводов одинаковы и равны $r_0 = 1$ мм, $h_1 = 50$ мм, $h_2 = 30$ мм, $d = 100$ мм, $\epsilon_{r_1} = 7$, $\epsilon_{r_2} = 2$.

Определить:

вариант а — разность потенциалов между проводом 1 и точкой *A* с координатами $x=0$, $y=0$;

вариант б — напряженность поля в точке *C*;

вариант в — силу, действующую на единицу длины провода 1;

вариант г — разность потенциалов между точкой *B* ($x_B = 100$, $y_B = 0$) и проводом 2;

вариант д — напряженность поля в точке *D*.

17. Равномерное электростатическое поле, существовавшее в воздухе и направленное по оси x (рис. 5.15), возмущено длинным медным цилиндром, ось которого перпендикулярна вектору

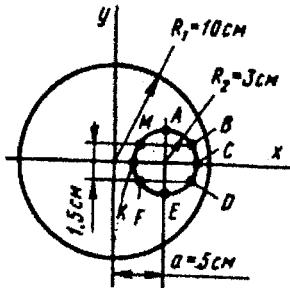


Рис. 5.13

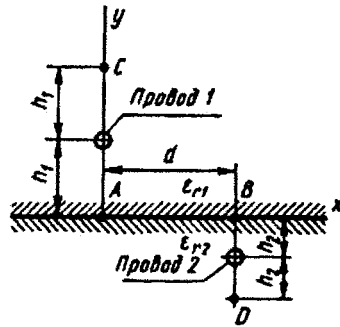


Рис. 5.14

напряженности невозмущенного поля \vec{E}_0 . Модуль вектора $E_0 = 50$ В/м. Радиус медного цилиндра $r_0 = 1$ см.

Требуется:

1) по 5 — 6 точкам во втором квадранте построить след эквипотенциальной поверхности, проходящей через точку A ($R_A = 1,3$ см, $\alpha_A = 120^\circ$);

2) вариант а — построить график зависимости поверхностной плотности зарядов на цилиндре от угла α ;

вариант б — найти заряд, индуцированный на левой половине цилиндра, на единицу его длины;

вариант в — определить значение максимальной напряженности возмущенного электростатического поля и вычислить, во сколько раз оно больше напряженности невозмущенного поля; построить кривую $E_x(x)$ для точек на оси абсцисс;

вариант г — определить разность потенциалов между точками A ($R_A = 13$ см, $\alpha_A = 120^\circ$) и B ($R_B = 2$ см, $\alpha_B = 0^\circ$);

вариант д — построить зависимость $E_x(y)$ для точек на оси ординат.

18. Коаксиальный кабель с двухслойной изоляцией сконструирован так, что максимальная и минимальная напряженности электрического поля во внутреннем изоляционном слое равны соответственно максимальной и минимальной напряженностям электрического поля во внешнем изоляционном слое. Диэлектрическая проницаемость внутреннего слоя изоляции $\epsilon_{r1} = 5$, а внешнего $\epsilon_{r2} = 2$. Радиус внутренней жилы

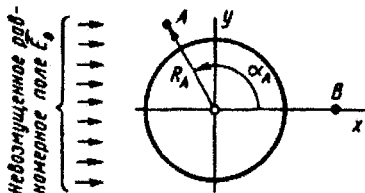


Рис. 5.15

электрического поля во внутреннем изоляционном слое равны соответственно максимальной и минимальной напряженностям электрического поля во внешнем изоляционном слое. Диэлектрическая проницаемость внутреннего слоя изоляции $\epsilon_{r1} = 5$, а внешнего $\epsilon_{r2} = 2$. Радиус внутренней жилы

кабеля $R_1 = 5$ мм. Устройство коаксиального кабеля показано на рис. 5.16.

Требуется:

1) учитывая указанную особенность электрического поля, определить внутренний радиус наружной жилы кабеля R_2 и толщины обоих слоев изоляции;

2) построить зависимость модулей напряженности электрического поля и вектора электрического смещения от расстояния r до оси кабеля, полагая, что к его жилам подведено напряжение 250 В; положительный полюс источника присоединен к внутренней жиле;

3) вариант а — построить график зависимости модуля вектора поляризации от расстояния r ;

вариант б — найти плотность поверхностных связанных зарядов на границе раздела двух изоляционных слоев;

вариант в — определить потенциал точек на границе раздела изоляционных слоев, полагая, что потенциал наружной оболочки кабеля равен нулю;

вариант г — подсчитать емкость кабеля на единицу его длины;

вариант д — определить энергию электростатического поля кабеля на единицу его длины.

19. Сферический конденсатор имеет двухслойную изоляцию. Внешний радиус внутреннего электрода $R_1 = 10$ мм, а внутренний радиус внешнего электрода $R_2 = 20$ мм. Диэлектрическая проницаемость внутреннего слоя изоляции $\epsilon_1 = 5$. Устройство сферического конденсатора пояснено в разрезе на рис. 5.16.

Требуется:

1) определить радиус R_3 сферической поверхности раздела между двумя слоями изоляции и диэлектрическую проницаемость внешнего слоя изоляции, чтобы максимальная и минимальная напряженности электрического поля во внутреннем слое изоляции были бы соответственно равны максимальной и минимальной напряженностям электрического поля во внешнем слое изоляции;

2) построить график зависимости модулей напряженности электрического поля и электрического смещения в функции радиуса от центра конденсатора, полагая, что к его электродам подведено напряжение $U = 10^3$ В; положительный полюс источника присоединен к внутреннему электроду;

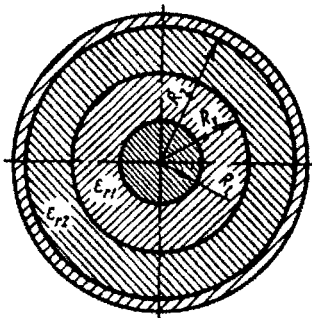


Рис. 5.16

3) вариант а — определить потенциал точек на поверхности раздела двух диэлектриков, полагая, что потенциал внутреннего электрода равен нулю;

вариант б — построить график зависимости модуля вектора поляризации в функции расстояния от центра конденсатора;

вариант в — найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе раздела двух изоляционных слоев;

вариант г — вычислить емкость конденсатора;

вариант д — рассчитать энергию поля.

20. По прямоугольной рамке со сторонами $a=4,63$ см, $b=8$ см, расположенной в воздухе, протекает ток $I=20$ А против часовой стрелки. Число витков в рамке $w=10$. Рамка расположена в плоскости $хоу$, ее центр находится в начале координат. Сторона b параллельна оси x .

Определить вектор магнитной индукции в заданной точке поля, координаты $(x; y)$ которой указаны в таблице:

Вариант	$(x; y)$, см	Вариант	$(x; y)$, см
а	(0; 0)	г	(-2; 1,16)
б	(2; 1,16)	д	(-2; -1,16)
в	(2; -1,16)		

21. По уединенной стальной шине в направлении оси y (см. рис. 5.4) проходит постоянный ток $I=100$ А. Удельная проводимость материала шины $\gamma=5 \cdot 10^6$ См/м. Магнитная проницаемость $\mu_r=600$, $h=5$ см, $2a=0,4$ см.

Требуется:

1) определить зависимость магнитной индукции $B=f(x)$ и построить ее график;

2) вариант а — найти зависимость модуля векторного потенциала $A=f(x)$ для всех областей, приняв $A=0$ при $x=0$;

вариант б — найти магнитный поток внутри шины на единицу длины;

вариант в — найти энергию магнитного поля внутри шины на единицу длины;

вариант г — определить зависимость модуля вектора Пойнтинга $P=f(x)$ для области внутри шины;

вариант д — исходя из уравнения Умова — Пойнтинга, определить величину сопротивления шины на единицу ее длины.

22. По прямому длинному медному цилиндрическому проводу диаметром 4 см (рис. 5.17) течет постоянный ток $I=628$ А.

Требуется:

1) определить зависимость векторного магнитного потенциала в функции расстояния r от оси цилиндра для точек внутри и вне провода, считая векторный потенциал на поверхности провода равным нулю;

2) вариант а — определить магнитный поток, пронизывающий рамку с размерами $a=10$ см, $b=5$ см;

вариант б — определить магнитный поток через рамку с размерами $a=10$ см, $b=5$ см, считая, что рамка сдвинута в радиальной плоскости до соприкосновения стороны a с образующей провода;

вариант в — вычислить магнитный поток, замыкающийся в самом проводе на 1 м его длины;

вариант г — определить энергию, обусловленную взаимной индуктивностью провода и рамки ($a=10$ см, $b=5$ см);

вариант д — определить взаимную индуктивность M между проводом и рамкой ($a=10$ см, $b=5$ см), считая, что второй провод находится в бесконечности и его поле можно не учитывать (рамку с числом витков $w=1$ расположить в соответствии с вариантом б).

23. В равномерное магнитное поле $H_0=100$ А/м, существующее в воздухе и направленное по оси x (рис. 5.18), помещен длинный медный провод круглого сечения диаметром 4 см, который окружен магнитным экраном. По проводу в направлении «от нас» проходит постоянный ток $I=2,1$ А. Магнитный экран выполнен в виде концентрически расположенной относительно оси провода стальной трубы, имеющей стенку толщиной 1 см и внешний диаметр 10 см. Магнитная проницаемость стали $\mu_r=100$.

Требуется:

вариант а — построить график зависимости напряженности магнитного поля $H(y)$ от расстояния до оси провода для точек, лежащих на оси y , в пределах изменения y от -4 см ($\alpha = -90^\circ$) до 4 см ($\alpha = +90^\circ$);

вариант б — найти в плоскости рис. 5.18 точки, в которых напряженность магнитного поля равна нулю;

вариант в — найти в плоскости рис. 5.18 точки, в которых напряженность магнитного поля равна нулю, если направление тока по проводу изменилось на противоположное;

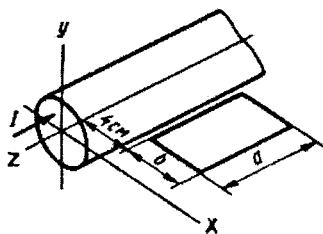


Рис. 5.17

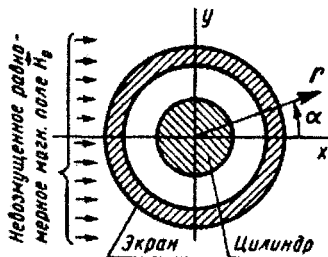


Рис. 5.18

вариант г — построить график зависимости векторного потенциала $A(y)$ от расстояния до оси провода для точек, лежащих на оси y в пределах изменения y от -4 см ($\alpha = -90^\circ$) до 4 см ($\alpha = +90^\circ$); значение векторного потенциала в начале координат принять равным нулю;

вариант д — определить магнитный поток на единицу длины между проводом и экраном в плоскости yoz .

Указание. При решении воспользоваться методом наложения.

24. Параллельно безграничной плоскости раздела двух диэлектриков и параллельно друг другу расположены два длинных провода круглого сечения. Радиусы проводов одинаковы и равны 1 мм. Взаимное расположение проводов и плоскости раздела диэлектриков с указанием необходимых размеров дано на рис. 5.19; $\epsilon_{r1} = 2$, $\epsilon_{r2} = 6$.

Определить:

вариант а — емкость между проводами на единицу их длины;

вариант б — заряды проводов на единицу длины, если линия включена на напряжение 10 кВ;

вариант в — напряжение между проводами линии, если известно, что провода линии заряжены противоположными по знаку зарядами с линейной плотностью $\tau = 28,5 \cdot 10^{-9}$ Кл/м;

вариант г — силу, действующую на единицу длины провода 1 , если провода линии заряжены противоположными по знаку зарядами с линейной плотностью $\tau = 28,5 \cdot 10^{-9}$ Кл/м;

вариант д — энергию системы из двух проводов на единицу их длины, если провода линии заряжены противоположными по знаку зарядами с линейной плотностью $\tau = 28,5 \cdot 10^{-9}$ Кл/м.

25. Коаксиальный кабель имеет двухслойную изоляцию (см. рис. 5.16). Радиус внутренней жилы кабеля $R_1 = 5$ мм, внутренний радиус внешней жилы $R_2 = 40$ мм. Диэлектрическая проницаемость внутреннего слоя изоляции $\epsilon_{r1} = 5$, внешнего слоя $\epsilon_{r2} = 2$.

Потоки вектора Пойнтинга через поперечное сечение каждого из изоляционных слоев равны друг другу.

Требуется:

- 1) определить толщины этих слоев;
- 2) полагая, что ток в жилах кабеля — I , а напряжение между внутренней и внешней жилами U , построить график зависимости модуля вектора Пойнтинга в функции от расстояния r до оси кабеля. Числовые значения I и U для пяти вариантов задачи приведены ниже:

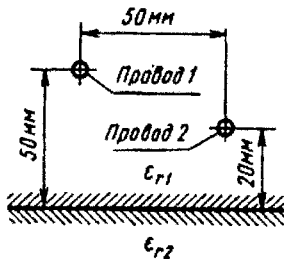


Рис. 5.19

Вариант	I, A	U, B	Вариант	I, A	U, B
а	10	1000	г	50	200
б	40	250	д	100	100
в	20	500			

26. Параллельно безграничной плоскости раздела двух диэлектриков и параллельно друг другу расположены два длинных провода круглого сечения. Радиусы проводов 1 и 2 соответственно равны: $R_1 = 2$ мм, $R_2 = 1$ мм. Взаимное расположение проводов и плоскости раздела диэлектриков приведено на рис. 5.14; $\epsilon_r = 7$, $\epsilon_r = 2$, $h_1 = 50$ мм, $h_2 = 30$ мм, $d = 100$ мм.

Определить:

вариант а — емкость между проводами на единицу их длины;

вариант б — заряды проводов на единицу их длины, если линия включена на напряжение 10^3 В;

вариант в — напряжение между проводами линии, если $\tau_1 = -\tau_2 = 38,5 \cdot 10^{-9}$ Кл/м;

вариант г — силы, действующие на единицу длины каждого провода, если $\tau_1 = -\tau_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл/м;

вариант д — плотность связанных зарядов в точке A , если $\tau_1 = -\tau_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл/м.

27. Длинный диэлектрический ($\epsilon_r = 6$) цилиндр равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho = 10^{-7}$ Кл/м³ и расположен в воздухе. Радиус цилиндра $a = 5$ см, длина $l \gg a$.

Требуется:

1) определить закон распределения потенциала электрического поля внутри и вне цилиндра в функции расстояния до его оси и построить график $\varphi(r)$, приняв $\varphi = 0$ при $r = 0$;

2) *вариант а* — рассчитать и построить график зависимости напряженности электрического поля как функцию расстояния до оси цилиндра;

вариант б — рассчитать и построить график зависимости модуля вектора смещения как функцию расстояния до оси цилиндра;

вариант в — найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе раздела сред при $r = a$;

вариант г — определить разность потенциалов между точкой A , находящейся на расстоянии $r = a/2$ от оси цилиндра, и точкой B , расположенной вне цилиндра, напряженность поля которой $E_B = E_A$;

вариант д — найти разность потенциалов между точкой на оси цилиндра и точкой на его поверхности.

28. Параллельно безграничной плоскости раздела двух различных ферромагнитных сред и параллельно друг другу расположены два длинных тонких провода. Вблизи линии находится

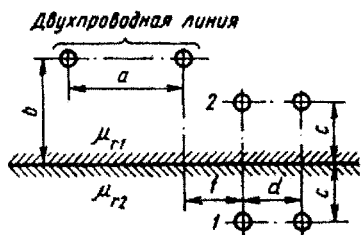


Рис. 5.20

виток, имеющий вид прямоугольной рамки. Взаимное расположение проводов линии, проводов витка и плоскости раздела ферромагнитных сред приведено на рис. 5.20. Размер витка в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка, равен 100 мм, радиус проводов $r_0 = 1$ мм, $a = 50$ мм, $b = 50$ мм, $c = f = d = 20$ мм, $\mu_{r1} = 50$, $\mu_{r2} = 200$.

Определить:

вариант а — поток, пронизывающий виток в положении 1, если в проводах линии протекает постоянный ток $I = 100$ А в различных направлениях;

вариант б — взаимную индуктивность между двухпроводной линией и витком в положении 1;

вариант в — поток, пронизывающий виток в положении 1, считая, что по обоим проводам линии протекает постоянный ток $I = 100$ А в одинаковом направлении;

вариант г — поток, пронизывающий виток в положении 2, если в проводах линии протекает постоянный ток $I = 100$ А в различных направлениях;

вариант д — взаимную индуктивность между двухпроводной линией и витком в положении 2.

29. Квадратная рамка с числом витков $w = 1$ и током $I_1 = 20$ А расположена в одной плоскости с длинным прямолинейным проводом с током $I_2 = 100$ А. Размеры указаны на рис. 5.21.

Определить:

вариант а — взаимную индуктивность M между проводом и рамкой;

вариант б — силу воздействия на рамку протекающего по проводу тока;

вариант в — величину и направление магнитной индукции B в центре рамки с учетом магнитного поля провода и рамки;

вариант г — то же, что и для варианта в, если направление тока I_2 противоположно заданному на рисунке;

вариант д — величину и направление магнитной индукции B в центре круглого витка (вписанная в квадрат окружность, показанная на рисунке пунктиром) с учетом магнитного поля провода и витка. Направление токов I_1 и I_2 показано на рис. 5.21.

30. Сферический заземлитель (электрод) радиусом R_0 находится в грунте с удельной проводимостью γ_1 . По вертикальному кабелю к заземлителю подводится ток I . Второй электрод удален бесконечно далеко, его потенциал равен нулю. Положение заземлителя приведено на рис. 5.22. Значения a и b приведены в таблице:

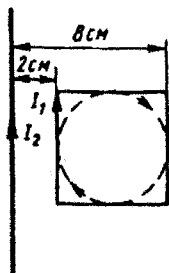


Рис. 5.21

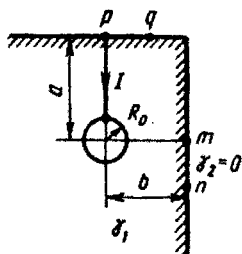


Рис. 5.22

Вариант	a , см	b , см	R_0 , см	γ , См/м	I , А
а	250	∞	20	$5 \cdot 10^{-2}$	—
б	200	∞	20	$5 \cdot 10^{-2}$	100
в	0	∞	20	$5 \cdot 10^{-2}$	—
г	∞	200	20	—	80
д	0	∞	—	$8 \cdot 10^{-2}$	100

Указание. При решении следует применять метод зеркальных изображений по аналогии с электростатикой, заменив в соответствующих формулах заряды на токи и ϵ_2 на γ . Смещением электрических центров шаров относительно геометрических пренебречь.

Требуется:

- качественно построить картину поля;
- вариант а** — рассчитать сопротивление заземлителя, равное $r_3 = \varphi_3/I$;
- вариант б** — определить напряжение между точками p и q , лежащими на горизонтальной границе раздела сред, если расстояние между ними $l_{pq} = 1$ м;
- вариант в** — найти ток короткого замыкания I , стекающий по заземлителю, при котором шаговое напряжение не превышает 15 В. Длину шага человека принять равной 0,8 м;
- вариант г** — вычислить удельную проводимость грунта, если напряжение между точками m и n , находящимися на вертикальной границе раздела сред на расстоянии $l_{mn} = 1$ м друг от друга, равно 80 В;
- вариант д** — определить радиус заземлителя R_0 , если шаговое напряжение не превышает 10 В. Длина шага человека 0,8 м.

31. Параллельно безграничной плоскости раздела двух различных ферромагнитных сред и параллельно друг другу расположены два тонких длинных изолированных провода, образующих двухпроводную линию, по которой протекает постоянный ток $I = 10$ А. Направление токов в проводах, взаимное расположение проводов линии и плоскости раздела ферромагнетиков с указанием размеров приведены на рис. 5.23; $\mu_r = 100$, $\mu_r = 300$.

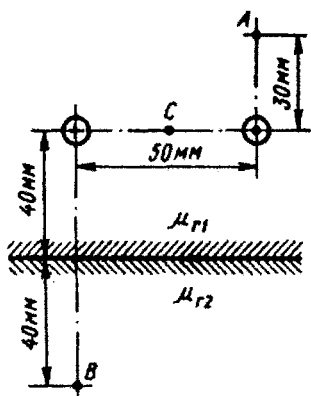


Рис. 5.23

Определить:
вариант а — разность скалярных магнитных потенциалов точек A и B , т. е. $\Phi_{MA} - \Phi_{MB}$;
вариант б — разность скалярных магнитных потенциалов точек A и B , т. е. $\Phi_{MA} - \Phi_{MB}$, если направление тока в линии, указанного на рис. 5.23, изменилось на противоположное;
вариант в — разность скалярных магнитных потенциалов точек A и B , т. е. $\Phi_{MA} - \Phi_{MB}$, если ток в линии увеличился вдвое;
вариант г — напряженность магнитного поля в точке C (посередине между проводами), токи такие, как в варианте а;

вариант д — напряженности магнитного поля в точках A и B .

Указание. Задачу 31 рекомендуется решать, используя метод наложения. При движении от точки A к точке B не следует пронизывать контур с током. При подсчете $\Phi_{MA} - \Phi_{MB}$ от каждого из проводов с током направление движения от A к B рекомендуется брать одинаковым во всех случаях (либо по часовой стрелке, либо против нее).

32. Параллельно безграничной плоскости раздела двух различных ферромагнитных сред и параллельно друг другу расположены два тонких длинных изолированных провода радиусом $r_0 = 0,4$ см, образующих двухпроводную линию, по которой течет постоянный ток $I = 50$ А. Направления токов в проводах, взаимное расположение проводов линии и плоскости раздела ферромагнетиков с указанием размеров приведены на рис. 5.24; $\mu_{r1} = 400$, $\mu_{r2} = 100$.

Определить:

вариант а — напряженность магнитного поля на оси каждого провода линии;

вариант б — силы (по величине и направлению), действующие на единицу длины каждого провода линии;

вариант в — силы (по величине и направлению), действующие на единицу длины каждого провода линии, если направление тока в линии противоположно указанному на рис. 5.24;

вариант г — индуктивность линии на единицу ее длины;

вариант д — магнитный поток между проводами линии на единицу ее длины.

33. Катушка из w витков тонкой проволоки, выполненная в виде прямоугольной рамки со сторонами a и b , находится

в воздухе в равномерном магнитном поле $H_0 = 100$ А/м и защищена экраном, выполненным в виде стальной трубы. Взаимное расположение рамки, экрана и внешнего равномерного поля представлено на рис. 5.25.

Определить:

вариант а — наименьший внешний диаметр трубы D_2 с таким расчетом, чтобы момент, действующий на рамку со стороны внешнего поля, не превышал бы $8,37 \cdot 10^{-8}$ Н·м; $\mu_r = 100$, $w = 10$, $a = 6$ см, $b = 10$ см; внутренний диаметр трубы $D_1 = 8$ см; ток, протекающий по рамке, $I = 0,1$ А;

вариант б — наименьший внутренний диаметр трубы D_1 с таким расчетом, чтобы момент, действующий на рамку со стороны внешнего поля, не превышал бы $8,37 \cdot 10^{-8}$ Н·м; $\mu_r = 100$, $w = 5$, $a = 5$ см, $b = 12$ см; внешний диаметр трубы $D_2 = 10$ см; ток, протекающий по рамке, $I = 0,2$ А;

вариант в — момент, действующий на рамку со стороны внешнего поля, если $\mu_r = 100$, $w = 500$, $a = 4$ см, $b = 15$ см; внутренний диаметр трубы $D_1 = 8$ см; толщина трубы 1 см; текущий по рамке ток равен 0,2 А;

вариант г — величину магнитной проницаемости μ_r стальной трубы, если при внутреннем диаметре трубы $D_1 = 8$ см и внешнем диаметре $D_2 = 10$ см ослабление напряженности магнитного поля внутри трубы $H_0/H = 10$; вычислить потокоцепление рамки;

вариант д — магнитную проницаемость μ_r трубы с таким расчетом, чтобы момент, действующий на рамку со стороны внешнего поля, не превышал бы $8,37 \cdot 10^{-8}$ Н·м; $w = 10$, $a = 6$ см, $b = 10$ см; внутренний диаметр трубы $D_1 = 8$ см; внешний диаметр трубы $D_2 = 10$ см; ток, протекающий по рамке, 0,1 А.

34. Плоские шины толщиной $2a = 2$ мм, высотой $h = 3$ мм расположены параллельно друг другу на расстоянии $2b = 3$ мм. Длина шин 5 м, удельная проводимость материала шин $\gamma = 5 \cdot 10^7$ См/м, магнитная проницаемость $\mu_r = 2$. В шинах протекает посто-

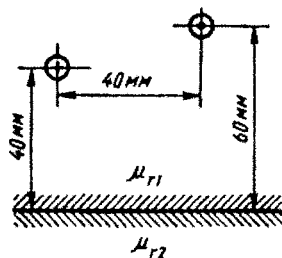


Рис. 5.24

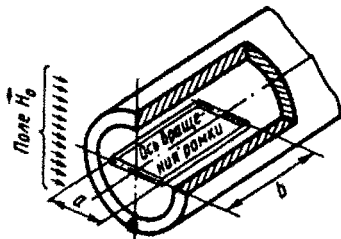


Рис. 5.25

янный ток $I = 100$ А, приложенное между ними напряжение равно 60 В. Определить векторный потенциал как функцию координаты x для трех областей: вне шины при $x \leq -a$, внутри и вне шины при $a + 2b \geq x \geq a$ (рис. 5.26), приняв при $x = 0$, $A = 0$.

Требуется:

вариант а — построить для трех областей график модуля индукции $B(x)$;

вариант б — построить график модуля напряженности $H(x)$;

вариант в — построить график модуля векторного потенциала $A(x)$;

вариант г — построить график модуля вектора Пойнтинга $\Pi(x)$;

вариант д — определить величину магнитного потока Φ , пронизывающего пространство между шинами, на единицу их длины двумя методами: рассматривая Φ как поток вектора магнитной индукции и через векторный магнитный потенциал.

35. Внутри длинной прямой трубы эллиптического сечения помещен длинный прямой провод тоже эллиптического сечения. Взаимное расположение трубы и провода с указанием необходимых размеров приведено в разрезе на рис. 5.27. Пространство между обоими проводниками заполнено диэлектриком $\epsilon_r = 5$.

Требуется:

1) построить графически (в масштабе 3:1) картину поля, полагая, что труба и провод подсоединены соответственно к положительному и отрицательному полюсам источника постоянного напряжения $U = 100$ В;

2) *вариант а* — определить разность потенциалов точек A ($x_A = 15$ мм, $y_A = 20$ мм) и B ($x_B = -15$ мм, $y_B = -16$ мм) ($\varphi_A - \varphi_B$);

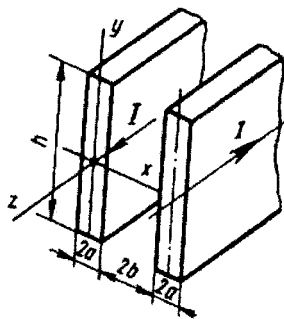


Рис. 5.26

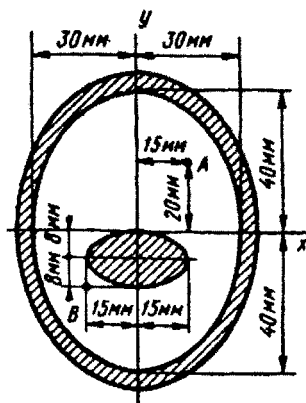


Рис. 5.27

вариант б — определить емкость между проводниками на единицу их длины;

вариант в — по картине поля определить точки, в которых будут максимальная и минимальная напряженность поля; найти значения E_{\max} и E_{\min} ;

вариант г — определить заряд трубы и провода на единицу их длины;

вариант д — определить минимальные плотности зарядов на поверхности трубы и провода.

36. Равномерное магнитное поле, существующее в среде с магнитной проницаемостью $\mu_1 = 500$ (рис. 5.28), возмущено внесенным в поле шаром, вещество которого имеет магнитную проницаемость $\mu_2 = 200$. Напряженность невозмущенного поля $H_0 = 10^3$ А/м, радиус шара $a = 4$ см.

Требуется:

1) записать выражения для скалярного магнитного потенциала возмущенного поля внутри и вне шара, как функцию координат R и θ , полагая $\varphi = 0$ при $R = 0$;

2) *вариант а* — определить напряженность магнитного поля в центре шара и в точке A ($z_A = 3$ см, $x_A = 4$ см);

вариант б — по 5 — 6 точкам построить след эквипотенциальной поверхности, проходящей через точку A ($z_A = 3$ см, $x_A = 4$ см);

вариант в — по 5 — 6 точкам построить след эквипотенциальной поверхности, проходящей через точку B ($z_B = 2,71$ см, $x_B = 0$);

вариант г — определить значение магнитного потока Φ , проходящего через шар;

вариант д — построить график $H(\theta)$ для точек внешней поверхности шара, расположенных в плоскости рисунка.

Указание к вариантам б и в — при построении эквипотенциала учесть, что кривая симметрична относительно оси x и потому все точки берем в одном квадранте.

37. Равномерное электрическое поле с напряженностью $E_0 = 10$ В/м, существующее в среде с удельной проводимостью $\gamma_1 = 2 \cdot 10^3$ См/м и направленное по оси x (рис. 5.29), возмущено внесенным в поле цилиндром с удельной проводимостью

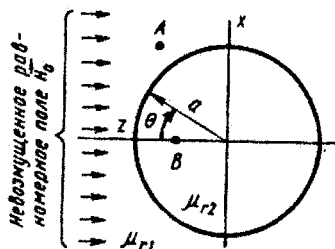


Рис. 5.28

$\gamma_2 = 5 \cdot 10^3$ См/м. Ось цилиндра перпендикулярна \vec{E}_0 , его радиус $a = 8$ см.

Требуется:

вариант а — определить напряженность поля на оси цилиндра и в точке B ($x_B = 3,15$ см, $y_B = 9,5$ см);

вариант б — по 5 — 6 точкам построить след эквипотенциальной поверхности, проходящей через точку B ($x_B = 3,15$ см, $y_B = 9,5$ см);

вариант в — по 5 — 6 точкам построить след эквипотенциальной поверхности, проходящей через точку A ($x_A = 4$ см, $y_A = 6$ см);

вариант г — найти значение тока, проходящего через цилиндр на единицу его длины;

вариант д — построить кривую зависимости плотности тока на поверхности цилиндра $\delta_{\text{пов}}$ от угла α .

Указание. При построении эквипотенциали учесть, что кривая симметрична относительно оси x и поэтому все точки берем в одном квадранте.

38. В существующее в воздухе ($\mu_r = 1$) равномерное магнитное поле (рис. 5.30) напряженностью $H_0 = 20$ А/см помещен длинный ферромагнитный цилиндр радиусом $a = 4$ см с магнитной проницаемостью $\mu_r = 10$. Ось цилиндра перпендикулярна полю. Используя аналогию между электрическим и скалярным магнитным потенциалом, составить выражения для определения скалярного магнитного потенциала в обеих средах.

Определить:

вариант а — напряженность поля H внутри ферромагнитного цилиндра в точке A ($R_A = 2$ см, $\alpha_A = 30^\circ$);

вариант б — магнитный поток через сечение цилиндра $B - C$ на длине 1 м;

вариант в — разность скалярных магнитных потенциалов между точками D и E ;

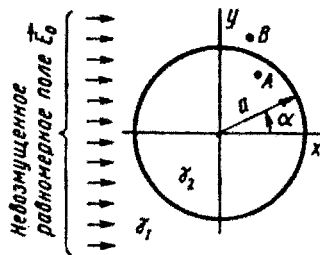


Рис. 5.29

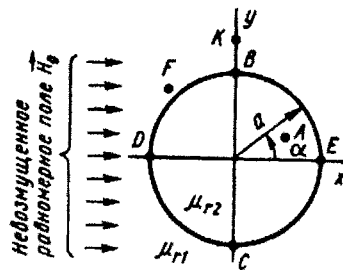


Рис. 5.30

вариант г — магнитное напряжение u_{MK} между точками F и K ($R_F=5$ см, $\alpha_F=135^\circ$, $R_K=6$ см, $\alpha_K=90^\circ$);

вариант д — напряженность H_F в точке F ($R_F=5$ см, $\alpha_F=135^\circ$).

39 — 43. В диэлектрике с известной ϵ_r в плоскости рисунка (соответственно рис. 5.31 — 5.35) находятся два одинаковых цилиндрических электрода. Длина электродов l , расстояние h , радиус сечения r_0 заданы, при этом $l \gg r_0$, $h \gg r_0$. Электрод A имеет потенциал φ_A , электрод B — потенциал $\varphi_B = -\varphi_A$.

Номера рисунков к задачам, числовые значения r_0 , l , h , ϵ_r , φ_A и величина, которую требуется определить в пункте 4, указаны в табл. 5.2.

Требуется:

1) составить интегральное уравнение, которому подчиняется линейная плотность заряда τ на электроде A и аналогичное уравнение для электрода B ;

2) для приближенного решения интегральных уравнений по п. 1 разделить каждый электрод на три участка одинаковой длины с известными τ_i . Составить систему алгебраических уравнений для определения всех τ_i . Определить коэффициенты этой системы и, решив ее, найти закон распределения линейной плотности заряда вдоль оси электрода A . Построить график зависимости $\tau = f(z)$ или $\tau = f(r)$;

3) вычислить емкость между электродами;

4) в соответствии с номером варианта определить либо потенциал точки, указанной в табл. 5.2, либо напряжение между заданными точками, учитывая, что все точки расположены в плоскости чертежа.

Таблица 5.2

Номер задачи	Рисунок	r_0 , мм	l , мм	h , мм	ϵ_r	φ_A , В	Определить в п. 4
39 а	5.31	0,5	60	10	1	100	φ_a
39 б	»	1	120	20	2	50	φ_b
39 в	»	1,5	180	30	2,5	40	φ_c
39 г	»	2	240	40	4	25	U_{ab}
39 д	»	2,5	300	50	5	20	U_{bc}
39 е	»	0,75	90	15	1	100	U_{ca}
39 ж	»	1,25	150	25	2	50	U_{Aa}
39 з	»	1,75	210	35	2,5	40	U_{Ac}
39 и	»	2,25	270	45	4	25	U_{Ba}
39 к	»	2,75	330	55	5	20	U_{Bc}
40 а	5.32	0,5	60	20	1	100	φ_a
40 б	»	1	120	40	2	50	φ_b

Номер задачи	Рисунок	r_0 , мм	l , мм	h , мм	b_r	φ_A , В	Определить в п. 4
40 в	»	1,5	180	60	2,5	40	φ_c
40 г	»	2	240	80	4	25	U_{ab}
40 д	»	2,5	300	100	5	20	U_{bc}
40 е	»	0,75	90	30	1	100	U_{ca}
40 ж	»	1,25	150	50	2	50	U_{Aa}
40 з	»	1,75	210	70	2,5	40	U_{Ac}
40 и	»	2,25	270	90	4	25	U_{Ba}
40 к	»	2,75	330	110	5	20	U_{Bc}
41 а	5.33	1	60	10	1	200	φ_a
41 б	»	2	120	20	2	100	φ_b
41 в	»	3	180	30	2,5	80	φ_c
41 г	»	4	240	40	4	50	U_{ab}
41 д	»	5	300	50	5	40	U_{bc}
41 е	»	1,5	90	15	1	200	U_{ca}
41 ж	»	2,5	150	25	2	100	U_{Aa}
41 з	»	3,5	210	35	2,5	80	U_{Ac}
41 и	»	4,5	270	45	4	50	U_{Ba}
41 к	»	5,5	330	55	5	40	U_{Bc}
42 а	5.34	2	30	20	1	100	φ_a
42 б	»	4	60	40	2	50	φ_b
42 в	»	6	90	60	2,5	40	φ_c
42 г	»	8	120	80	4	25	U_{ab}
42 д	»	10	150	100	5	20	U_{bc}
42 е	»	3	45	30	1	100	U_{ca}
42 ж	»	5	75	50	2	50	U_{Aa}
42 з	»	7	105	70	2,5	40	U_{Ac}
42 и	»	9	135	90	4	25	U_{Ba}
42 к	»	11	165	110	5	20	U_{Bc}
43 а	5.35	1	60	10	1	200	φ_a
43 б	»	2	120	20	2	100	φ_b
43 в	»	3	180	30	2,5	80	φ_c
43 г	»	4	240	40	4	50	U_{ab}
43 д	»	5	300	50	5	40	U_{bc}
43 е	»	1,5	90	15	1	200	U_{ca}
43 ж	»	2,5	150	25	2	100	U_{Aa}
43 з	»	3,5	210	35	2,5	80	U_{Ac}
43 и	»	4,5	270	45	4	50	U_{Ba}
43 к	»	5,5	330	55	5	40	U_{Bc}

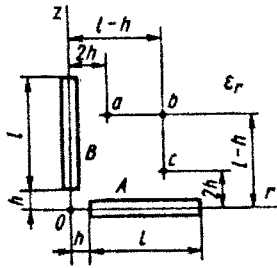


Рис. 5.31

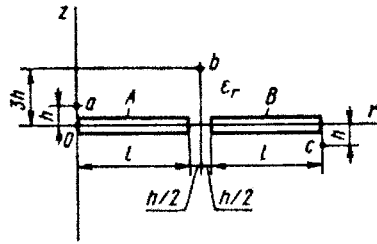


Рис. 5.32

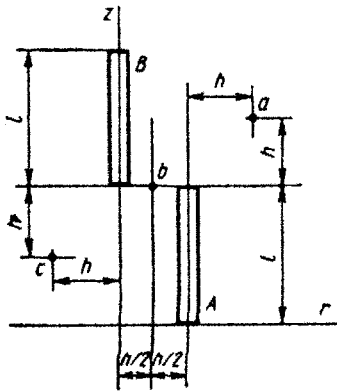


Рис. 5.33

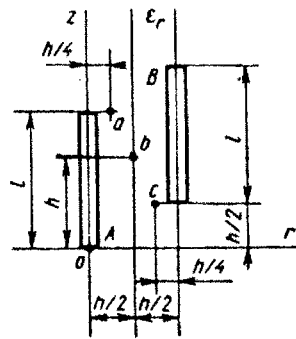


Рис. 5.34

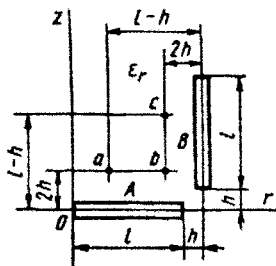


Рис. 5.35

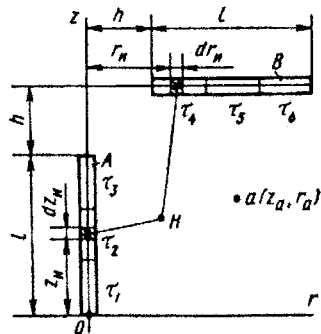


Рис. 5.36

Текст условий задачи приведен выше, чертёж к задаче представлен на рис. 5.36.

Поле заряженных электродов в плоскости рисунка зависит от координат z и r цилиндрической системы координат.

Потенциал φ_N произвольной точки наблюдения N , лежащей в плоскости zOz (рис. 5.36), равен

$$\varphi_N = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_0^l \frac{\tau(z_N) dz_N}{R_A} - \int_h^{l+h} \frac{\tau(r_N) dr_N}{R_B} \right], \quad (5.1)$$

где $R_A = \sqrt{(z_N - z_N)^2 + r_N^2}$, $R_B = \sqrt{(z_N - z_N)^2 + (r_N - r_0)^2}$; τ — линейная плотность заряда в точке истока; z_N, r_N — координаты точки истока; z_N, r_N — координаты точки наблюдения.

Помещая точку наблюдения на поверхность электрода A и учитывая, что при этом $\varphi_N = \varphi_A$, получим уравнение относительно τ

$$4\pi\epsilon_0\varphi_A = \int_0^l \frac{\tau(z_N) dz_N}{\sqrt{(z_N - z_N)^2 + r_0^2}} + \int_h^{l+h} \frac{\tau(r_N) dr_N}{\sqrt{(l+h - z_N)^2 + (r_N - r_0)^2}}. \quad (5.2)$$

Так как неизвестная τ находится под знаком интеграла, то уравнение (5.2) является интегральным (интегральное уравнение Фредгольма первого рода). Аналогичное уравнение (5.3) будет получено, если поместить точку наблюдения на поверхность электрода B и учесть, что $\varphi_N = \varphi_B = -\varphi_A$

$$-4\pi\epsilon_0\varphi_A = \int_0^l \frac{\tau(z_N) dz_N}{\sqrt{[z_N - (l+h)]^2 + r_0^2}} + \int_h^{l+h} \frac{\tau(r_N) dr_N}{\sqrt{(r_N - r_N)^2 + r_0^2}}. \quad (5.3)$$

Для решения уравнений (5.2) и (5.3) разбиваем каждый электрод на три равные части. Полагаем, что линейная плотность заряда на каждом участке τ_i неизменна и для участков электрода A равна τ_1, τ_2, τ_3 , а для участков электрода B равна τ_4, τ_5, τ_6 . В дальнейшем учтем, что $\tau_4 = -\tau_3, \tau_5 = -\tau_2, \tau_6 = -\tau_1$.

Помещая точку наблюдения поочередно на поверхность каждого участка в его середину и вынося из-под каждого интеграла неизменные τ_i , получим шесть алгебраических уравнений с шестью неизвестными плотностями заряда $\tau_1 \dots \tau_6$. Перейдя к матричной форме записи, будем иметь систему двух матричных уравнений, соответствующих уравнениям (5.2) и (5.3):

$$\begin{cases} [\alpha_{ij}][\tau_j] = [1], & i=1 \dots 6; j=1 \dots 3; \\ [x_{ij}][\tau_j] = [-1], & i=1 \dots 6; j=4 \dots 6, \end{cases} \quad (5.4)$$

где $i=1 \dots 6$ — номер истока (участка) с линейной плотностью заряда τ_i ,

$j=1 \dots 6$ — номер точки наблюдения; $\tau_j' = \frac{\tau_j}{\tau_0} = \frac{\tau_j}{4\pi\epsilon_0\varphi_A}$ — линейная плотность заря-

да в относительных единицах. Элементы матрицы $[\alpha_{ij}]$, играющие роль потенциальных коэффициентов, рассчитаем по следующим формулам:

а) при $i=j=1-3$

$$\alpha_{ij} = \int_{z_{ин}}^{z_{яв}} \frac{dz_{я}}{\sqrt{(z_{я}-z_{яв})^2 + r_0^2}} = \ln \frac{z_{яв}-z_{я} + \sqrt{(z_{яв}-z_{я})^2 + r_0^2}}{z_{яв}-z_{я} + \sqrt{(z_{ин}-z_{я})^2 + r_0^2}}; \quad (5.6)$$

б) при $i=j=4-6$

$$\alpha_{ij} = \int_{r_{ин}}^{r_{яв}} \frac{dr_{я}}{\sqrt{(r_{я}-r_{яв})^2 + r_0^2}} = \ln \frac{r_{яв}-r_{я} + \sqrt{(r_{яв}-r_{я})^2 + r_0^2}}{r_{яв}-r_{я} + \sqrt{(r_{ин}-r_{я})^2 + r_0^2}}; \quad (5.7)$$

в) при $i=4-6; j=1-3$

$$\alpha_{ij} = \int_{r_{ин}}^{r_{яв}} \frac{dr_{я}}{\sqrt{(z_{я}-z_{яв})^2 + (r_{я}-r_{яв})^2}} = \ln \frac{r_{яв}-r_{я} + \sqrt{(r_{яв}-r_{я})^2 + (z_{я}-z_{яв})^2}}{r_{ин}-r_{я} + \sqrt{(r_{ин}-r_{я})^2 + (z_{я}-z_{яв})^2}}, \quad (5.8)$$

где $r_{я} = r_0$, $z_{я} = h + l$;

г) при $i=1-3; j=4-6$

$$\alpha_{ij} = \int_{z_{ин}}^{z_{яв}} \frac{dz_{я}}{\sqrt{(z_{я}-z_{яв})^2 + r_{я}^2}} = \ln \frac{z_{яв}-z_{я} + \sqrt{(z_{яв}-z_{я})^2 + r_{я}^2}}{z_{ин}-z_{я} + \sqrt{(z_{ин}-z_{я})^2 + r_{я}^2}}, \quad (5.9)$$

где $z_{яв}$, $r_{яв}$ и $z_{ин}$, $r_{ин}$ — соответственно верхние и нижние пределы изменения координаты точки истока. Следует учесть, что собственные потенциальные коэффициенты $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \dots = \alpha_{ii}$, а взаимные потенциальные коэффициенты в общем случае невязанны, т. е. $\alpha_{ij} \neq \alpha_{ji}$.

Так как $\tau_1 = -\tau_6$, $\tau_2 = -\tau_5$, $\tau_3 = -\tau_4$, то для определения закона распределения заряда вдоль оси каждого электрода достаточно решить матричное уравнение (5.4) и учесть, что $\tau_i = 4\pi\epsilon_0\varphi_A\tau'_i$.

Емкость между электродами

$$C = \frac{Q}{\varphi_A - \varphi_B} = \frac{l}{2n\varphi_A} \sum_{i=1}^{i=3} \tau_i, \quad (5.10)$$

где Q — полный заряд электрода: $n=3$ — число участков.

Потенциал точки a (z_a, r_a)

$$\varphi_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{i=6} \tau_i \alpha_{ia}, \quad (5.11)$$

где потенциальные коэффициенты α_{ia} рассчитываются по формуле (5.8) с учетом, что $z_H = z_a$, $r_H = r_a$.

Вычисление коэффициентов α_{ij} , решение матричных уравнений и другие расчеты могут быть выполнены на ЭВМ.

44 — 48. Цилиндрическая стальная труба длиной l , диаметром $2r_0$, помещенная в слабо проводящую среду (землю), представлена на рис. 5.37 — 5.41 соответственно, проводимость земли $\gamma = 5 \cdot 10^{-4}$ См/м много меньше проводимости трубы $\gamma_{тр}$. По трубе в землю стекает ток I , который подводится к трубе по изолированному проводу.

Через h обозначно: на рис. 5.38 — расстояние конца трубы от поверхности земли ($h = l/12$); на рис. 5.39 — расстояние оси трубы от боковой поверхности ($h = l/6$); на рис. 5.40 ($h = l/12$) — расстояние оси трубы от поверхности земли.

Требуется: составить и решить систему интегральных уравнений относительно линейных плотностей токов η , определить потенциал трубы-заземлителя φ_3 , его сопротивление растекания R_3 и разность потенциалов (или потенциал) между заданными точками на поверхности земли.

В табл. 5.3 даны значения l , $2r_0$, I и указано, что требуется определить в п. 6 задания.

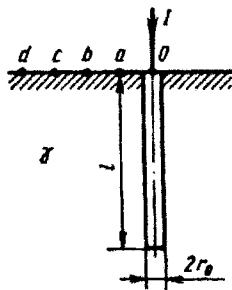


Рис. 5.37

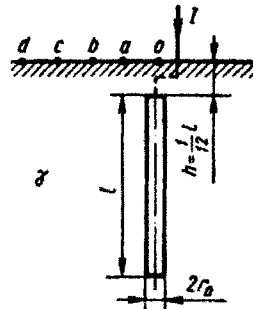


Рис. 5.38

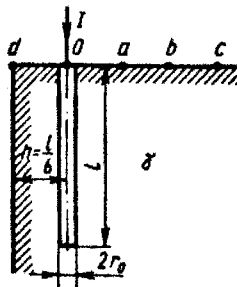


Рис. 5.39

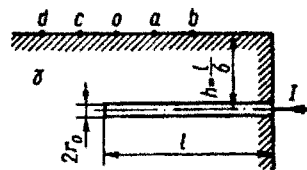


Рис. 5.40

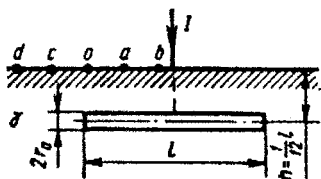


Рис. 5.41

Таблица 5.3

Номер задачи	Рисунок	$2r_0$, см	l , см	I , А	Найти	Номер задачи	Рисунок	$2r_0$, см	l , см	I , А	Найти
44а	5.37	10	250	50	φ_a	44е	5.37	20	500	100	U_{ab}
45а	5.38	10	250	50	φ_a	45е	5.38	20	500	100	U_{ob}
46а	5.39	10	250	50	φ_a	46е	5.39	20	500	100	U_{ob}
47а	5.40	10	250	50	φ_a	47е	5.40	20	500	100	U_{ao}
48а	5.41	10	500	100	φ_a	48е	5.41	20	1000	200	U_{ao}
44б	5.37	12	300	60	φ_b	44ж	5.37	22	550	110	U_{oc}
45б	5.38	12	300	60	φ_b	45ж	5.38	22	550	110	U_{ob}
46б	5.39	12	300	60	φ_b	46ж	5.39	22	550	110	U_{oc}
47б	5.40	12	300	60	φ_b	47ж	5.40	22	550	110	U_{bo}
48б	5.41	12	600	120	φ_b	48ж	5.41	22	1100	220	U_{bo}
44в	5.37	14	350	70	φ_c	44з	5.37	24	600	120	U_{od}
45в	5.38	14	350	70	φ_c	45з	5.38	24	600	120	U_{oc}
46в	5.39	14	350	70	φ_c	46з	5.39	24	600	120	U_{od}
47в	5.40	14	350	70	φ_c	47з	5.40	24	600	120	U_{oc}
48в	5.41	14	700	140	φ_c	48з	5.41	24	1200	240	C_{oc}
44г	5.37	16	400	80	φ_d	44и	5.37	26	650	130	U_{ab}
45г	5.38	16	400	80	φ_d	45и	5.38	26	650	130	U_{od}
46г	5.39	16	400	80	φ_d	46и	5.39	26	650	130	U_{ab}
47г	5.40	16	400	80	φ_d	47и	5.40	26	650	130	U_{od}
48г	5.41	16	800	160	φ_d	48и	5.41	26	1300	260	U_{od}
44д	5.37	18	450	90	U_{0a}	44к	5.37	28	700	140	U_{cd}
45д	5.38	18	450	90	φ_0	45к	5.38	28	700	140	U_{ab}
46д	5.39	18	450	90	U_{0a}	46к	5.39	28	700	140	U_{bc}
47д	5.40	18	450	90	φ_0	47к	5.40	28	700	140	U_{ba}
48д	5.41	18	900	180	φ_0	48к	5.41	28	1400	280	U_{ba}

Рекомендуемый порядок решения задач 44 — 48:

1) в соответствии с методом изображений дополнить соответствующий рисунок зеркальным изображением трубы, указав, как должен быть направлен ток в нем;

2) воспользовавшись расчетной схемой п. 1 и полагая потенциалы всех точек поверхности одинаковыми ($\gamma_{тр}$ очень велика), обозначить через η ток, стекающий в землю с поверхности

трубы единичной длины, и составить интегральное уравнение относительно η ;

3) для приближенного решения интегрального уравнения п. 2 разделить трубу и ее зеркальное изображение на три участка одинаковой длины с неизвестными η_1, η_2, η_3 на трубе и $\eta'_1, \eta'_2, \eta'_3$ на изображении трубы; составить систему алгебраических уравнений для определения всех η_i и η'_i , где $i=1, 2, 3$. Определить коэффициенты этой системы и решить систему;

4) полагая потенциал в бесконечности равным нулю, определить потенциал поверхности трубы (заземлителя) φ_3 ;

5) определить сопротивление растекания заземлителя $R_3 = \varphi_3/I$;

6) в соответствии с номером варианта определить либо потенциал точки на поверхности земли, указанной в табл. 5.3, либо напряжение между заданными точками, имея в виду, что расстояние между соседними точками равно $l/6$.

Пример решения задач типа 44 — 48

Заземлителем служат две вертикально забитые в землю стальные трубы 1 и 2 (рис. 5.42, а), связанные между собой электрически. К заземлителю изолированными проводами подведен ток $I=200$ А.

Пренебрегая падением напряжения вдоль заземлителя, найти распределение линейной плотности стекающих в землю токов η по длине каждой трубы, сопротивление растекания заземлителя и его потенциал, а также распределение потенциалов по поверхности земли в плоскости чертежа, если расстояния: $r_0=0,02l$, $d_0=l/3$, $h=l/12$, $l=500$ см. Удельная проводимость земли $\gamma=5 \cdot 10^{-4}$ См/м.

Применяя метод зеркальных изображений, получим расчетную схему заземления (рис. 5.42, б).

Поскольку $r_0/l \ll 1$, ток в каждой трубе можно считать сосредоточенным на оси проводов с неизвестной (предстоит найти) линейной плотностью $\eta(z_n)=dl/dz_n$, где z_n — координата точки истока I .

Потенциал φ_n произвольной точки H в плоскости чертежа (рис. 5.42, б) (точки наблюдения), обусловленный токами в трубах заземлителя и его изображений, с учетом симметрии относительно поверхности земли равен

$$\varphi_n = \frac{1}{4\pi\gamma} \int_{-h}^{h+l} \left(\frac{1}{R'_{1,2}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R''_2} \right) \eta(z_n) dz_n, \quad (5.12)$$

где $R'_{1,2} = \sqrt{r^2 + (r \pm z_n)^2}$; $R''_{1,2} = \sqrt{(d_0^2 - r)^2 + (z \pm z_n)^2}$.

Если точку H поместить, например, на поверхность трубы 1, то $r=r_0$; $d_0-r_0 \approx d_0$ при $r_0 \ll d_0$ и $R'_{1,2} = \sqrt{r_0^2 + (z \pm z_n)^2}$; $R''_{1,2} = \sqrt{d_0^2 + (z \pm z_n)^2}$. Потенциалы всех точек поверхности трубы 1 можно считать одинаковыми и равными φ_1 , так как удельная проводимость стали значительно больше проводимости земли.

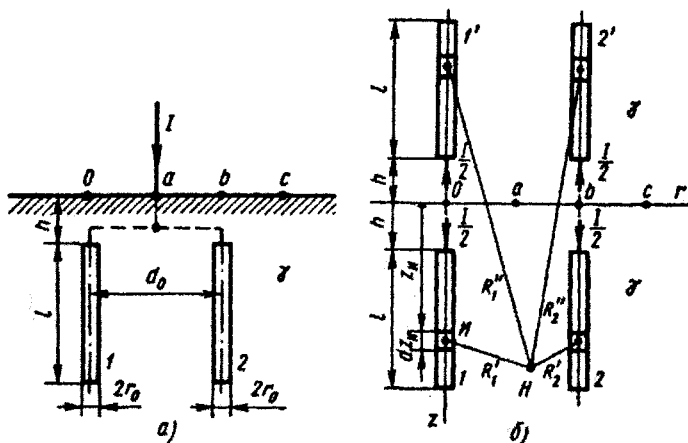


Рис. 5.42

В результате, подставляя $\varphi_H = \varphi_3$, получим интегральное уравнение 1-го рода относительно неизвестной линейной плотности токов $\eta(z_H)$ вида

$$\int_h^{h+l} \left[\frac{1}{r_0^2 + (z - z_H)^2} + \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + (z + z_H)^2}} + \frac{1}{\sqrt{d_0^2 + (z - z_H)^2}} + \frac{1}{\sqrt{d_0^2 + (z + z_H)^2}} \right] \eta(z_H) dz_H = 4\pi\gamma\varphi_3. \quad (5.13)$$

Для приближенного решения уравнения 5.13 разобьем провод 1, 2 в их изображении на n одинаковых участков длиной l/n со средней плотностью тока η_i на каждом участке, где $i = 1, 2, \dots, n$ (возьмем $n=3$). Определим последовательный потенциал φ_j каждого участка трубы 1, где $j = 1, 2, \dots, n$, полагая, что точка наблюдения H помещается на середину поверхности участка, т. е. в точки с координатами $r = r_0, z = (2j-1)\frac{l}{2n}$. В результате получим j уравнений:

$$\sum_{i=1}^k \frac{\eta_i}{H} \int_{(i-1)\frac{l}{n}+h}^{i\frac{l}{n}+h} \left\{ \frac{dz_H}{\sqrt{r_0^2 + \left[(2j-1)\frac{l}{2n} - z_H \right]^2}} + \frac{dz_H}{\sqrt{r_0^2 + \left[(2j-1)\frac{l}{2n} + z_H \right]^2}} + \frac{dz_H}{\sqrt{d_0^2 + \left[(2j-1)\frac{l}{2n} - z_H \right]^2}} + \frac{dz_H}{\sqrt{d_0^2 + \left[(2j-1)\frac{l}{2n} + z_H \right]^2}} \right\}$$

$$+ \frac{dz_n}{\sqrt{d_0^2 + \left[(2j-1) \frac{l}{2n} + z_n \right]^2}} \Bigg\} = 1, \quad (5.14)$$

где $H = 4\pi\gamma\varphi_3$.

Это система уравнений вида

$$[\alpha_{ij}] \begin{bmatrix} \eta_i \\ H \end{bmatrix} = [1], \quad (5.15)$$

где $[\alpha_{ij}] = [\alpha_{ij}^I] + [\alpha_{ij}^{II}] + [\alpha_{ij}^{III}] + [\alpha_{ij}^{IV}]$; $[\alpha_{ij}^I]$ — квадратная матрица, коэффициенты которой определяются интегралом, стоящим первым в (5.14); $[\alpha_{ij}^{II}]$ — вторым и т. д., а $[\eta_i/H]$ — матрица-столбец относительных средних линейных плотностей стекающих токов; $[1]$ — единичная матрица.

Каждый член матрицы $\alpha_{ij}^I, \alpha_{ij}^{II}$ определяется при любых $ij = 1, 2, \dots, n$ выражениями, полученными после интегрирования:

$$\alpha_{ij}^I = \ln \frac{|2j-2i+1| + \sqrt{(2j-2i+1)^2 + \left(\frac{2r_0}{l}n\right)^2}}{|2j-2i-1| + \sqrt{(2j-2i-1)^2 + \left(\frac{2r_0}{l}n\right)^2}}; \quad (5.16)$$

$$\alpha_{ij}^{II} = \ln \frac{\left| 2j-2i-1 + \frac{4h}{l}n \right| + \sqrt{\left(2j-2i-1 + \frac{4h}{l}n \right)^2 + \left(\frac{2r_0}{l}n\right)^2}}{\left| 2j-2i-3 + \frac{4h}{l}n \right| + \sqrt{\left(2j-2i-3 + \frac{4h}{l}n \right)^2 + \left(\frac{2r_0}{l}n\right)^2}}. \quad (5.17)$$

Каждый член матрицы α_{ij}^{III} и α_{ij}^{IV} определяется соответственно выражениями (5.16) и (5.17), в которые вместо r_0 входит d_0 .

При $n = 3$ для заданных геометрических размеров имеем:

$$\frac{2r_0}{l}n = 0,12; \quad \frac{4h}{l}n = 1; \quad \frac{2d_0}{l}n = 2 \text{ в}$$

$$[\alpha_{ij}] = \begin{bmatrix} 7,85; & 2,59; & 1,53 \\ 2,59; & 7,16; & 2,25 \\ 1,53; & 2,25; & 6,96 \end{bmatrix}.$$

Решив систему (5.15), находим распределение относительных линейных плотностей по каждой трубе: $\eta_{1,2,3}/H = 0,0825; 0,0784; 0,1003$.

$$\text{Ток через каждую трубу: } \frac{l}{2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\eta_i}{H} \right) \frac{l}{n} \cdot (4\pi\gamma\varphi_3).$$

Следовательно, сопротивление растекания всего заземлителя

$$R_3 = \frac{\varphi_3}{I} = \left(2 \cdot 4\pi\gamma \cdot \frac{l}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{H} \right)^{-1}.$$

При $n=3$ $\sum_{i=1}^3 \frac{\eta_i}{H} = 0,261$ и $R_3 = 1,83$ Ом; $\varphi_3 = R_3 I = 366$ В.

Распределение потенциалов $\varphi(r)$ по поверхности земли ($z=0$) в силу симметрии:

$$\varphi = \frac{2}{4\pi\gamma} \int_h^{h+l} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + z_n^2}} + \frac{1}{\sqrt{(d_0-r)^2 + z_n^2}} \right] \eta(z_n) dz_n = 2\varphi_3 \left(\sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{H} \right) \times$$

$$\times \left\{ \ln \frac{\left(i + \frac{h}{l} n \right) + \sqrt{\left(i + \frac{h}{l} n \right)^2 + \left(\frac{r}{l} n \right)^2}}{\left[(i-1) + \frac{h}{l} n \right] + \sqrt{\left[(i-1) + \frac{h}{l} n \right]^2 + \left(\frac{r}{l} n \right)^2}} + \right.$$

$$\left. + \ln \frac{\left(i + \frac{h}{l} n \right) + \sqrt{\left(i + \frac{h}{l} n \right)^2 + \left(\frac{d_0-r}{l} n \right)^2}}{\left[(i-1) + \frac{h}{l} n \right] + \sqrt{\left[(i-1) + \frac{h}{l} n \right]^2 + \left[\frac{d_0-r}{l} n \right]^2}} \right\}.$$

Результаты расчетов при $n=3$ представлены ниже:

r/l	0	1/6	2/6	3/6	4/6
φ , В	274	148	274	226	184

Задание 6

ПЕРЕМЕННОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Задание состоит из трех групп задач (6.1, 6.2, 6.3). Номера задач, которые должны быть решены студентом, указаны в табл. 6.1.

В каждом варианте охвачены задачи на изменяющееся во времени электромагнитное поле в диэлектрике или проводящей среде, на излучение, на электромагнитные волны в направляющих системах и объемных резонаторах, преломление и отражение волн на границе сред и др.

1. Двухпроводная воздушная линия (рис. 6.1) подключена к источнику постоянного напряжения $U=500$ В. Ток в линии

$I=200$ А; радиус провода $r_0=1$ см; расстояние между проводами линии $d=50$ см; удельная проводимость медного провода $\gamma=57 \cdot 10^6$ См/м.

Определить величину и направление вектора Пойнтинга в точках A, B , координаты которых указаны ниже:

Вариант	$A(x, y)$, см	$B(x, y)$, см	Вариант	$A(x, y)$, см	$B(x, y)$, см
а	24; -7	0,5; 25	г	24; 3	-0,3; 25
б	24; 7	-0,5; -25	д	-24; -3	0,3; 25
в	-24; -7	0; -25,5			

Таблица 6.1

Вариант	Номера задач			Вариант	Номера задач			Вариант	Номера задач			Вариант	Номера задач		
	6.1	6.2	6.3		6.1	6.2	6.3		6.1	6.2	6.3		6.1	6.2	6.3
1	3г	13б	22а	26	20д	1в	17б	51	13а	8г	10в	76	17б	20д	8г
2	4г	1б	5а	27	9д	17в	20б	52	5а	14г	7в	77	11б	21д	10г
3	8г	14б	7а	28	14д	7в	3б	53	1а	10г	4в	78	18б	3д	22г
4	3г	12б	8а	29	10д	16в	8б	54	16а	2г	3в	79	21б	2д	3г
5	7г	11б	2а	30	7д	18в	22б	55	12а	3г	7в	80	22б	9д	4г
6	20г	1б	17а	31	13д	8в	10б	56	17а	20г	8в	81	3в	13а	22д
7	9г	17б	20а	32	5д	14в	7б	57	11а	21г	10в	82	4в	1а	5д
8	14г	7б	3а	33	1д	10в	4б	58	18а	3г	22в	83	8в	14а	7д
9	10г	16б	8а	34	16д	2в	3б	59	21а	2г	3а	84	3в	12а	8д
10	7г	18б	22а	35	12д	3в	7мб	60	22а	9г	4в	85	7в	11а	2д
11	13г	8б	10а	36	17д	20в	8б	61	3б	13д	22г	86	20в	1а	17д
12	5г	14б	7а	37	11д	21в	10б	62	4б	1д	5г	87	9в	17а	20д
13	1г	10б	4а	38	18д	3в	22б	63	8б	14д	7г	88	14в	7а	3д
14	16г	2б	3а	39	21д	2в	3б	64	3б	12д	8г	89	10в	16а	8д
15	12г	3б	7а	40	22д	9в	4б	65	7б	11д	2г	90	7в	18а	22д
16	17г	20б	8а	41	3а	13г	22в	66	20б	1д	17г	91	13в	8а	10д
17	11г	21б	10а	42	4а	1г	5в	67	9б	17д	20г	92	5в	14а	7д
18	18г	3б	22а	43	8а	14г	7в	68	14б	7д	3г	93	1в	10а	4д
19	21г	2б	3а	44	3а	12г	8в	69	10б	16д	8г	94	16в	2а	3д
20	22г	9б	4а	45	7а	11г	2в	70	7б	18д	22г	95	12в	3а	7д
21	3д	13в	22б	46	20а	1г	17в	71	13б	8д	10г	96	17в	20а	8д
22	4д	1в	5б	47	9а	17г	20в	72	5б	14д	7г	97	11в	21а	10д
23	8д	14в	7б	48	14а	7г	3в	73	1б	10д	4г	98	18а	3а	22д
24	3д	12в	8б	49	10а	16г	8в	74	16б	2д	3г	99	21в	2а	3д
25	7д	11в	2б	50	7а	18г	22в	75	12б	3д	7г	100	22в	9а	4д

Для всех точек $z=0$. Показать на эскизе направление тока в каждом проводе (произвольно), знак заряда на каждом проводе, направления векторов напряженности электрического и магнитного полей и вектора Пойнтинга в заданных точках.

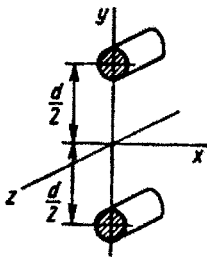


Рис. 6.1

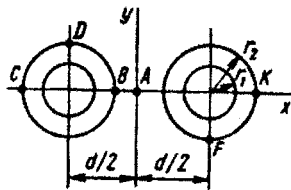


Рис. 6.2

2. По двум медным цилиндрическим полым проводникам (рис. 6.2), расположенным в воздухе, проходит постоянный ток $I = 100$ А. Геометрические размеры линии: $r_1 = 1$ см, $r_2 = 2$ см, $d = 5$ см; удельная проводимость проводов $\gamma = 5,7 \cdot 10^7$ См/м. В точке A значение вектора Пойнтинга равно $1,5 \cdot 10^2$ Вт/м². Определить тангенциальную и нормальную составляющие вектора Пойнтинга в точках, расположенных непосредственно у поверхности провода:

- вариант а — в точке B ;
- вариант б — в точке C ;
- вариант в — в точке D ;
- вариант г — в точке F ;
- вариант д — в точке K .

3. По отрезку прямолинейного провода длиной 10 см проходит переменный ток $i = 100 \sin 10^8 t$ А. Среда, окружающая провод, — воздух. Считать, что со средней точкой отрезка провода совмещено начало отсчета сферической системы координат и что ось отсчета углов совпадает с положительным направлением тока в проводе.

Требуется:

1) построить полярную диаграмму зависимости от угла θ модуля среднего за период значения вектора Пойнтинга в точках сферы радиусом R :

- вариант а — $R = 1000$ м;
- вариант б — $R = 500$ м;
- вариант в — $R = 100$ м;
- вариант г — $R = 300$ м;
- вариант д — $R = 800$ м;

2) записать выражения для мгновенных значений векторов напряженности электрического и магнитного полей в точках A и B , предварительно выяснив, в какой зоне поля находится каждая точка. Радиус R , координаты точек A и B в сферической системе координат приведены в таблице:

Вариант	$R_A, \text{ м}$	$\theta_A, \text{ град}$	$R_B, \text{ м}$	$\theta_B, \text{ град}$	Вариант	$P_A, \text{ м}$	$\theta_A, \text{ град}$	$R_B, \text{ м}$	$\theta_B, \text{ град}$
а	0,5	30	500	60	г	100	150	0,2	45
б	500	240	0,5	30	д	0,2	120	300	135
в	1	30	1000	60					

4. Пространство между двумя коаксиальными круглыми цилиндрическими проводящими поверхностями заполнено средой с удельной проводимостью $\gamma = 10^{-4}$ См/м и диэлектрической проницаемостью $\epsilon_r = 10$. Радиусы цилиндрических поверхностей $r_1 = 3$ см и $r_2 = 5$ см. В точках, удаленных от оси на расстояние $r = 4$ см, вектор плотности полного тока имеет радиальное направление, а модуль его определяется выражением $\delta_{\text{полн}} = 100 \cdot \sin 10^6 t$ А/м².

Требуется:

1) записать выражение для мгновенного значения напряжения, подведенного к проводящим поверхностям;

2) построить график зависимости от расстояния r до оси цилиндра действующего значения:

вариант а — плотности полного тока $\delta_{\text{полн}} = f(r)$;

вариант б — напряженности электрического поля $E = f(r)$;

вариант в — удельных активных потерь $p = f(r)$;

вариант г — плотности тока проводимости $\delta = f(r)$;

вариант д — плотности тока смещения $\delta_{\text{см}} = f(r)$.

5. Плоская электромагнитная волна параллельной поляризации, комплекс действующего значения напряженности электрического поля которой $\dot{E}_{1\text{н}}$, падает из среды 1 (ϵ_{r1}) на границу раздела со второй средой (ϵ_{r2}) под углом падения α к вертикали (рис. 6.3, а). Обе среды немагнитны $\mu_r = 1$. Значения: ϵ_{r1} , ϵ_{r2} , α , $\dot{E}_{1\text{н}}$ приведены ниже:

Вариант	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}	α°	$\dot{E}_{1\text{н}}$ В/м
а	2	3	15	60
б	3	2	25	50
в	1	2	15	40
г	5	2	20	30
д	4	3	40	20

Определить:

1) угол преломления ν , волновые сопротивления сред $Z_{\text{в1}}$ и $Z_{\text{в2}}$;

2) напряженность электрического и магнитного поля преломленной волны \dot{E}_2 и \dot{H}_2 ;

3) напряженность электрического поля отраженной волны \dot{E}_{10} на границе раздела сред;

4) модуль вектора Пойнтинга во второй среде на границе раздела сред;

5) выяснить, возможно ли при заданных ϵ_{r1} и ϵ_{r2} отсутствие отраженной волны при некотором угле падения α . Если возможно, определить этот угол.

6. На расстоянии R от радиостанции, излучающей мощность P_S на частоте f , находится приемная прямоугольная антенна. Сферические координаты приемной антенны относительно радиостанции: R и $\theta=90^\circ$. Плоскость рамки вертикальна, высота рамки $a=40$ см, длина b , число витков $w=2$, высота излучателя 1 м.

Требуется:

1) определить действующее значение напряжения U на выводах рамочной антенны в зависимости от угла α поворота плоскости рамки; рассмотреть различные положения плоскости рамки — от перпендикулярного ($\alpha=0$) направлению распространения волны до параллельного ($\alpha=90^\circ$);

2) построить зависимость $U=f(\alpha)$. Значения величин R , P_S , f , b приведены в таблице:

Вариант	R , км	P_S , Вт	f , Гц	b , см
а	300	$1 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^9$	5
б	430	$2 \cdot 10^3$	$3,75 \cdot 10^9$	4
в	520	$3 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^9$	6
г	380	$1,6 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^9$	3
д	670	$5 \cdot 10^3$	$3,33 \cdot 10^9$	4,5

Указания. 1. Наземная радиостанция излучает мощность в полупространство, поэтому выражение для излучаемой мощности

$$P_S = \frac{1}{2} \left(\frac{2 \pi Z_B I^2}{3 \lambda^2} \right) l^2 \text{ Вт,}$$

где l [м] — удвоенная высота реального излучателя; Z_B [Ом] — волновое сопротивление; λ [м] — длина волны; I [А] — ток в излучателе.

2. При определении напряжения в рамке воспользоваться разностью косинусов:

$$\cos \gamma - \cos \beta = -2 \sin \left(\frac{\gamma + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\gamma - \beta}{2} \right).$$

7. Пространство между двумя плоскими дискообразными электродами диаметром 7,5 см, расположенными параллельно друг

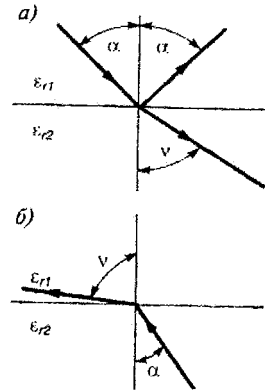


Рис. 6.3

другу на расстоянии 2 см, заполнено средой с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_r и удельной проводимостью γ . К электродам подведено напряжение $u = 10^4 \sin \omega t$ В.

Требуется:

1) определить активную проводимость между дисками, если в момент $t_1 = T/n$ плотности тока смещения и тока проводимости в среде между дисками одинаковы (T — период изменения приложенного напряжения). При решении задачи крайвым эффектом пренебречь. Значения ϵ_r , t_1 , ω приведены ниже (величина γ не задана):

Вариант	t_1 , с	ϵ_r	ω , рад/с	Вариант	t_1 , с	ϵ_r	ω , рад/с
а	$T/12$	9	314	г	$T/6$	13,5	628
б	$T/15$	6,9	314	д	$T/10$	7,9	450
в	$T/8$	10,9	450				

2) определить полный ток, проходящий через конденсатор для того же момента времени.

8. Вдоль прямоугольного волновода шириной $a = 3,6$ см и высотой $b = 1,7$ см распространяется поперечная электрическая волна типа H_{10} . Частота питающего генератора $f = 6 \cdot 10^9$ Гц.

Требуется:

1) построить объемную картину линий \vec{E} и \vec{H} в полости волновода для волны H_{10} ;

2) вариант а — определить длину волны в свободном пространстве, длину волны в волноводе и критическую длину волны; вычислить фазовую и групповую скорости волн в волноводе;

вариант б — определить все типы волн, которые могут распространяться в данном волноводе;

вариант в — определить мощность, передаваемую по волноводу волной H_{10} , если допустимая напряженность электрического поля не должна превышать $E_{\text{т.доп}} = 10^4$ В/см;

вариант г — построить график изменения волнового сопротивления волновода для волны H_{10} в функции частоты;

вариант д — построить график изменения волнового сопротивления волновода для волны H_{01} в функции частоты при заданных размерах волновода.

9. Перпендикулярно направлению распространения плоской электромагнитной волны расположена массивная металлическая стенка. Незначительная доля энергии падающей волны проникает в стенку, остальная часть энергии отражается от нее. Какое расстояние пройдет волна, проникающая внутрь стенки, за то же время, которое отраженная волна в воздухе пройдет расстояние l_B метров? Чему равна длина волны в воздухе и в металлической стенке?

Построить график зависимости действующего значения указанной в таблице величины от расстояния z (координата z направлена в глубь стенки), если на поверхности стенки $E_0 = 10^{-6} \cdot \sin \omega t$, В/м. Значения l , частоты поля f , магнитной проницаемости μ , металла и его удельной проводимости γ указаны ниже:

Вариант	Построить график	l , м	f , Гц	μ	γ , См/м
а	$E(z)$	10^4	$1 \cdot 10^4$	10^3	$4 \cdot 10^6$
б	$B(z)$	10^4	$1 \cdot 10^4$	10^3	$4 \cdot 10^6$
в	$\delta(z)$	143	$70 \cdot 10^4$	1	$57,2 \cdot 10^6$
г	$H(z)$	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^4$	400	$5 \cdot 10^6$
д	$\Pi(z)$	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^4$	400	$5 \cdot 10^6$

10. В начале сферической системы координат в направлении начала отсчета углов θ расположен прямолинейный отрезок провода длиной 10 см. По проводу проходит синусоидальный ток с частотой $f = 10^7$ Гц. В точках пространства с координатами $R = 1000$ м и $\theta = 30^\circ$ среднее за период значение вектора Пойнтинга равно 10^{-5} Вт/м².

Требуется:

1) определить действующее значение тока в проводе и полную мощность излучения;

2) построить график зависимости от угла θ при $R = 1000$ м модуля величины:

вариант а — напряженности электрического поля $E = f(\theta)$;

вариант б — напряженности магнитного поля $H = f(\theta)$;

вариант в — вектора Пойнтинга $\Pi = f(\theta)$;

вариант г — магнитной индукции $B = f(\theta)$;

вариант д — плотности тока смещения $\delta_{\text{см}} = f(\theta)$.

11. Плоская электромагнитная волна перпендикулярной поляризации, действующее значение напряженности электрического поля которой \vec{E}_{1n} , падает из первой среды (ϵ_{r1}) на границу со второй средой (ϵ_{r2}) под углом падения α (см. рис. 6.3, а). Обе среды имеют $\mu_r = 1$.

Значения ϵ_{r1} , ϵ_{r2} , α° и \vec{E}_{1n} приведены в таблице:

Вариант	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}	α°	\vec{E}_{1n} , В/м
а	3	6	20	50
б	2	5	25	60
в	1	4	30	70
г	2	6	20	40
д	6	4	40	50

Определить:

- 1) волновые сопротивления первой и второй сред и угол преломления ν ;
- 2) комплекс напряженности электрического поля отраженной \vec{E}_{10} и преломленной \vec{E}_2 волн;
- 3) модуль вектора Пойнтинга отраженной волны на границе раздела сред;
- 4) принять, что волна падает не из среды 1 в среду 2, как показано на рис. 6.3, а, а из среды 2 в среду 1 по рис. 6.3, б.

Значения ϵ , сред остались без изменений. Определить, начиная с какого значения угла падения α возникнет полное внутреннее отражение.

12. Для двухпроводной линии переменного тока в виде двух параллельных плоских шин (см. рис. 5.26) частота синусоидального тока f , удельная проводимость материала шины γ , размеры поперечного сечения каждой шины h и $2a$ и расстояние между ними $2b$ приведены в таблице:

Вариант	Материал шины	γ , См/м	f , Гц	h , см	$2a$, см	$2b$, см
а	Латунь	$30 \cdot 10^6$	8000	3	0,2	0,3
б	Медь	$56,8 \cdot 10^6$	6600	1,98	0,16	0,24
в	Алюминий	$33,3 \cdot 10^6$	5000	2,25	0,24	0,36
г	Медь	$56,8 \cdot 10^6$	11850	2,65	0,12	0,18
д	Латунь	$30 \cdot 10^6$	5800	2,5	0,24	0,35

Определить сопротивление 1 м длины этой линии при постоянном токе и сравнить с активным сопротивлением при переменном токе заданной частоты.

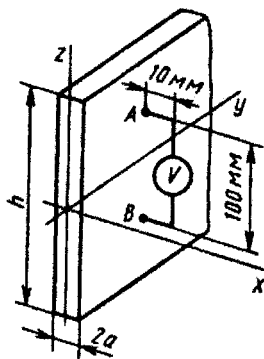


Рис. 6.4

13. По уединенной стальной полосе с размерами сечения $2a$ и h (рис. 6.4) в направлении оси y проходит переменный магнитный поток $\Phi = 1,2 \cdot 10^{-3} \sin \omega t$, Вб. Удельная проводимость стали, из которой изготовлена полоса, равна γ ; магнитная проницаемость μ_r ; среда, окружающая полосу, — воздух. К полосе в точках A ($x_A = a$, $y_A = 100$ мм, $z_A = 50$ мм) и B ($x_B = a$, $y_B = 100$ мм, $z_B = -50$ мм) тонкими проводами присоединен вольтметр.

Записать выражение для мгновенного значения напряжения на зажимах вольт-

метра. При решении полагать: 1) сопротивление вольтметра бесконечно велико; 2) сопротивление подводящих проводов от точек A и B к вольтметру очень мало; 3) вне стальной полосы в непосредственной близости от ее поверхности напряженность магнитного поля такая же, как и на ее поверхности. Числовые значения ω , μ_r , γ и размеры $2a$ и h приведены в таблице:

Вариант	ω , рад/с	μ_r	γ , См/м	$2a$, мм	h , мм
а	3140	400	$5 \cdot 10^6$	4	200
б	3140	500	$4 \cdot 10^6$	5	160
в	3920	400	$4 \cdot 10^6$	4	200
г	6280	300	$3,34 \cdot 10^6$	3	267
д	6280	200	$5 \cdot 10^6$	2	400

14. Плоская электромагнитная волна распространяется в проводящей среде, свойства которой определяются удельной проводимостью $\gamma = 2 \cdot 10^7$ См/м и магнитной проницаемостью $\mu_r = 1$. Если выбрать систему декартовых координат так, что плоскость yoz будет параллельна фронту волны, то в точках $x_1 = 0,8$ см плотность тока определяется выражением $\delta_{x1} = 10^5 \sin \cdot 10^4 \pi t$, А/м².

Требуется:

1) записать выражение для мгновенного значения величины в точках плоскости $x_2 = 0,4$ см:

вариант а — напряженности электрического поля $E = f(\omega t)$;

вариант б — напряженности магнитного поля $H = f(\omega t)$;

вариант в — вектора Пойнтинга $\Pi = f(\omega t)$;

вариант г — плотности тока $\delta = f(\omega t)$;

вариант д — определить x , при котором $\frac{\Pi(x=0)}{\Pi(x)} = 100$;

2) определить длину волны и глубину проникновения волны в проводящей среде.

15. Полый прямоугольный резонатор (рис. 6.5) заполнен воздухом и имеет размеры a , b , c по осям x , y , z соответственно. В резонаторе в зависимости от варианта может быть возбуждена одна из трех основных типов волн E_{110} , H_{101} , H_{011} . Заданы размеры a , b , c , тип волны, координаты некоторой точки в полости резонатора, максимально допустимое значение амплитуды напряженности электрического или магнитного поля в резонаторе.

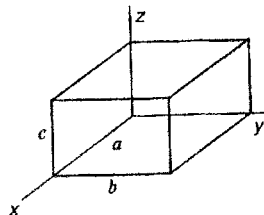


Рис. 6.5

Вариант	Размеры, см			Тип волны	Координаты точки, см			Максимально допустимые значения	
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	E_m В/м	H_m А/м
а	3	2,2	2	E_{110}	1	1,1	1	10^5	—
б	4,5	3	5	H_{101}	2	1,5	2,5	—	390
в	2	3	4	H_{011}	0,5	0,5	1	—	400
г	3	2,5	2	E_{110}	0,75	1	1	10^5	—
д	4	3	5	H_{101}	1,5	1	2	—	600
е	3	4	6	H_{011}	0,5	1	2	—	500

Требуется: Для своего варианта:

1) определить резонансную частоту $\omega_{\text{рез}}$ и соответствующую ей длину волны $\lambda_{\text{рез}}$;

2) записать комплексные выражения для ненулевых компонент напряженностей магнитного и электрического полей по осям x, y, z ;

3) определить численные значения величин п. 2 в точке с заданными координатами x, y, z ;

4) качественно построить картину силовых линий электрического и магнитного полей в полости резонатора для своего типа волны.

16. Плоская электромагнитная волна проникает из воздуха в морскую воду. Удельная проводимость морской воды γ . Фронт волны параллелен поверхности моря. На глубине 25 см напряженность магнитного поля изменяется по закону $H = 10 \sin(f \cdot 6,28 \cdot t)$ А/м.

Определить для точек на поверхности моря комплекс действующего значения указанной в таблице величины и построить график изменения ее модуля в функции расстояния от поверхности в глубь моря (z меняется от 0 до 25 см):

Вариант	$\gamma, \text{См/м}$	$f, \text{Гц}$	Определить	Построить график
а	1	$1 \cdot 10^5$	Напряженность электрического поля	$E(z)$
б	0,1	$10 \cdot 10^5$	Напряженность магнитного поля	$H(z)$
в	0,2	$5 \cdot 10^5$	Плотность тока	$\delta(z)$
г	0,5	$2 \cdot 10^5$	Вектор Пойнтинга	$P(z)$
д	0,25	$4 \cdot 10^5$	Магнитную индукцию	$B(z)$

17. По стальному проводу радиусом $a = 2$ мм проходит синусоидальный ток $I = 5$ А с частотой $f = 500$ Гц. Удельная проводимость $\gamma = 2 \cdot 10^6$ См/м, магнитная проницаемость $\mu_r = 500$.

Требуется:

вариант а — построить график зависимости среднего за период значения вектора Пойнтинга в функции от радиуса $P_{\text{cp}}(r)$ для области внутри провода;

вариант б — определить сопротивление провода на единицу его длины;

вариант в — построить зависимость действующего значения плотности тока от радиуса $\delta=f(r)$;

вариант г — определить активную мощность, выделяющуюся в поверхностном слое провода в области изменения радиуса от a до $0,5a$ на единицу длины провода;

вариант д — определить активную мощность, выделяющуюся внутри провода в области изменения радиуса от $0,5a$ до 0 на единицу длины провода.

18. По медной уединенной плоской шине с поперечными размерами $2a=4$ мм и $h=4$ см (см. рис. 5.4) в направлении оси y проходит переменный ток $i=160 \sin \omega t$ А. Удельная проводимость меди $\gamma=5,6 \cdot 10^7$ См/м.

Требуется:

1) определить частоту изменения тока, если известно, что напряженность электрического поля на поверхности в 1,5 раза больше, чем в средней плоскости шины;

2) построить график зависимости в функции от координаты x модуля величины:

вариант а — напряженности электрического поля $E=f(x)$;

вариант б — напряженности магнитного поля $H=f(x)$;

вариант в — плотности тока $\delta=f(x)$;

вариант г — вектора Пойнтинга $P=f(x)$;

вариант д — векторного потенциала A внутри и вне шины, приняв $A=0$ при $x=0$.

Указание. Определение частоты по величине модуля

$$|\text{ch } pa| = \sqrt{\frac{\text{ch } 2ka + \cos 2ka}{2}}$$

следует производить путем построения вспомогательной кривой $|\text{ch } pa|=f(2ka)$.

19. Прямолинейный отрезок тонкого провода длиной l , по которому течет синусоидальный ток, служит излучателем. Сферическая система координат выбрана так, что ее начало совпадает с серединой отрезка провода, а ось отсчета углов θ направлена вдоль оси провода. В точках сферы радиусом R , напряженность магнитного поля в зависимости от угла θ и времени определяется соотношением $H=K \sin \theta \cos(\omega t - 60^\circ)$.

Требуется:

1) записать выражение для мгновенного значения вектора Пойнтинга в точке A с координатами $R=100$ м, $\theta=70^\circ$, если частота тока в излучателе возрастает на 20%, а начальная фаза тока остается неизменной. Среда, окружающая излучатель, — воздух. Первоначальная частота тока в излучателе f ;

2) записать выражение мгновенного значения векторного потенциала в точке A для нового значения частоты. Значения f , l , R_1 и коэффициента K приведены в таблице:

Вариант	f , Гц	l , см	R_1 , м	K , А/м
а	$1 \cdot 10^8$	15	80	0,5
б	$1,05 \cdot 10^8$	20	76,2	0,734
в	$0,96 \cdot 10^8$	10	83,4	0,308
г	$1,1 \cdot 10^8$	24	73	0,96
д	$1,2 \cdot 10^8$	14	66,5	0,68

20. В начале сферической системы координат в направлении оси отсчета углов θ расположен отрезок тонкого прямолинейного провода длиной 10 см. По проводу протекает синусоидальный ток с частотой $f=10^8$ Гц. В точке A ($R_A=10$ м, $\theta_A=30^\circ$) напряженность электрического поля изменяется по закону $E_A = 20 \cos(\omega t + 40^\circ)$ В/м. Среда, окружающая излучатель, — воздух.

Требуется:

1) написать выражение для мгновенного значения тока в отрезке провода, являющегося излучателем;

2) построить зависимость указанной в таблице величины для точек меридиальной линии радиуса R в функции угла θ для вариантов:

Вариант	R , см	Построить график	Вариант	R , см	Построить график
а	10	$H(\theta)$	г	500	$E(\theta)$
б	20	$V(\theta)$	д	300	$\delta_{\text{см}}(\theta)$
в	1000	$\Pi(\theta)$			

21. Две медные плоские шины толщиной $2a=1$ мм, высотой $h=3$ см, расположенные на расстоянии $2b=3$ мм друг от друга (см. рис. 5.26), служат прямым и обратным проводниками в цепи синусоидального тока частотой $f=3000$ Гц. Действующее значение тока 20 А.

Требуется:

1) определить активную мощность, расходуемую на нагрев шин, если длина шин 5 м, а удельная проводимость меди $\gamma=5,6 \cdot 10^7$ См/м;

2) построить для правой шины график зависимости от координаты x действующего значения величины:

вариант а — напряженности электрического поля $E=f(x)$;

вариант б — плотности тока $\delta=f(x)$;

вариант в — магнитной индукции $B=f(x)$;

вариант г — вектора Пойнтинга $\Pi=f(x)$;

вариант д — напряженности магнитного поля $H=f(x)$.

22. В прямоугольном волноводе сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$ возбуждена волна типа H_{10} .

Требуется:

1) написать выражения для мгновенных значений всех составляющих напряженностей электрического и магнитного полей в волноводе и начертить картину линий \vec{E} и \vec{H} в полости волновода и картину линий $\vec{\delta}$ на его стенках;

2) *вариант а* — при частоте питающего генератора $f=10^{10}$ Гц определить критическую длину волны $\lambda_{\text{кр}}$, длину волны в волноводе λ_B ; фазовую v_ϕ и групповую $v_{\text{гр}}$ скорости распространения волны;

вариант б — построить график распределения модуля продольной составляющей вектора Пойнтинга Π_z вдоль широкой стенки волновода; принять амплитуду напряженности электрического поля $E_m=5$ кВ/см;

вариант в — вычислить предельную и допустимую ($P_{\text{гр}}=0,3P_{\text{доп}}$) мощности, пропускаемые по волноводу в режиме бегущей волны, $E_{\text{доп}}=30$ кВ/см;

вариант г — определить, в каких пределах может изменяться частота f питающего генератора, чтобы в данном волноводе распространялась лишь волна H_{10} ;

вариант д — определить амплитуду напряженностей электрического и магнитного полей в волноводе, если в режиме согласованной нагрузки по волноводу передается активная мощность $P=3$ кВт, $f=10^{10}$ Гц.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Таблица показательных и гиперболических функций

x	e^x	e^{-x}	sh x	ch x	x	e^x	e^{-x}	sh x	ch x
0	1,10	1,0	0,0	1,0	2,1	8,17	0,122	4,02	4,14
0,1	1,10	0,905	0,10	1,005	2,2	9,02	0,11	4,46	4,56
0,2	1,22	0,819	0,20	1,02	2,3	9,97	0,100	4,94	5,04
0,3	1,35	0,741	0,30	1,04	2,4	11,02	0,09	5,47	5,56
0,4	1,49	0,67	0,41	1,08	2,5	12,18	0,082	6,05	6,13
0,5	1,65	0,606	0,52	1,08	2,6	13,18	0,074	6,70	6,77
0,6	1,82	0,549	0,64	1,18	2,7	14,88	0,067	7,41	7,47
0,7	2,01	0,497	0,76	1,25	2,8	16,44	0,061	8,19	8,25
0,8	2,22	0,449	0,89	1,34	2,9	18,17	0,055	9,06	9,11
0,9	2,46	0,407	1,03	1,43	3,0	20,08	0,05	10,02	10,07
1,0	2,72	0,368	1,17	1,54	3,2	24,53	0,041	12,25	12,29
1,1	3,0	0,333	1,34	1,67	3,4	29,96	0,033	14,96	15,0
1,2	3,32	0,301	1,51	1,81	3,6	36,6	0,027	18,28	18,31
1,3	3,67	0,272	1,70	1,94	3,8	44,7	0,022	22,34	22,36
1,4	4,05	0,247	1,90	2,15	4,0	54,6	0,018	27,29	27,3
1,5	4,48	0,223	2,13	2,35	4,2	66,69	0,015	33,33	33,25
1,6	4,95	0,202	2,38	2,58	4,4	81,45	0,012	40,72	40,73
1,7	5,47	0,183	2,65	2,83	4,6	99,48	0,01	49,74	49,75
1,8	6,05	0,165	2,94	3,11	4,8	121,5	0,0082	60,75	60,76
1,9	6,68	0,15	3,27	3,42	5,0	184,4	0,0067	74,2	74,21
2,0	7,39	0,135	3,63	3,76	6,0	400	0,0025	200	200

Приложение 2. Таблица модулей и аргументов функций $J_0(qr)$ и $J_1(qr)$

$r\sqrt{\omega\gamma\mu_a}$	β_0^*	β_0^*	β_1^*	β_1^*
0	1	0	0	-45,00
2	1,015	14,22	0,501	-37,84
3	1,229	52,28	1,041	-16,73
4	3,439	138,19	3,173	53,90
5	6,231	178,93	5,812	93,55
6	11,501	219,62	10,850	133,45
7	21,548	260,29	20,50	173,51
8	40,82	300,92	29,07	213,69
9	77,96	341,52	74,97	235,95
10	149,8	382,10	144,586	294,27

* β_0 — модуль, β_0 — аргумент функции $J_0(qr)$; β_1 — модуль, β_1 — аргумент функции $J_1(qr)$; $qr = r\sqrt{\omega\gamma\mu_a\sqrt{-j}}$.

Приложение 3. Выражения градиента, дивергенция, ротора и лапласиана в различных системах координат

Операции векторного анализа	Системы координат		
	декартова (x, y, z)	цилиндрическая (r, α, z)	сферическая (R, θ, α)
$\text{grad } \varphi$	$\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$	$\vec{r}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \vec{\alpha}^0 \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} + \vec{z}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial z}$	$\vec{R}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial R} + \vec{\theta}^0 \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \vec{\alpha}^0 \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}$
$\text{div } \vec{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 A_R) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial A_\alpha}{\partial \alpha}$
$\text{rot } \vec{A}$	$\vec{i} \begin{vmatrix} \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{vmatrix} + \vec{j} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix}$	$\vec{r}^0 \begin{vmatrix} \vec{\alpha}^0 & \vec{z}^0 \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \alpha} \end{vmatrix} + \vec{r} \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \alpha} \\ A_r & r A_\alpha \end{vmatrix} + \vec{\alpha}^0 \begin{vmatrix} \vec{z}^0 & \vec{r} \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix}$	$\vec{R}^0 \begin{vmatrix} \vec{\theta}^0 & \vec{\alpha}^0 \\ \frac{\partial}{\partial R} & \frac{\partial}{\partial \theta} \end{vmatrix} + \vec{R} \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial R} & \frac{\partial}{\partial \theta} \\ A_R & R A_\theta \end{vmatrix} + \vec{\alpha}^0 \begin{vmatrix} \vec{R} & \vec{R} \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix}$
$\nabla^2 \varphi$	$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2}$