Таблица №1

№	Группа 1 Код abcdef	Группа 2 Код abcdef	Группа 3 Код abcdef	Группа 4 Код abcdef	Группа 5 Код abcdef
1	311234	322134	211234	232134	121234
2	311243	322143	211243	232143	121243
3	311324	322314	211324	232314	121324
4	311342	322341	211342	232341	121342
5	311423	322413	211423	232413	121423
6	311432	322431	211432	232431	121432
7	312134	323124	212134	233124	122134
8	312143	323142	212143	233142	122143
9	312314	323214	212314	233214	122314
10	312341	323241	212341	233241	122341
11	312413	323412	212413	233412	122413
12	312431	323421	212431	233421	122431
13	313214	324123	213214	234123	123124
14	313241	324132	213241	234213	123142
15	313124	324213	213124	234231	123214
16	313142	324231	213142	234312	123241
17	313412	324312	213412	234321	123412
18	313421	324321	213421	241234	123421
19	314123	341234	214123	241243	124123
20	314132	341243	214132	241324	124132
21	314213	341324	214213	241342	124213
22	314231	341342	214231	241423	124231
23	314312	341423	214312	241432	124312
24	314321	341432	214321	242134	124321
25	321234	343124	231234	242143	131234
26	321243	343143	231243	242314	131243
27	321324	342314	231324	242341	131324
28	321342	342341	231342	242413	131342
29	321423	342413	231423	242431	131423
30	321432	342431	231432	243124	131432

ЗАДАЧА №5

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ С ИСТОЧНИКАМИ ПОСТОЯННЫХ ЭДС

1. Исходные данные

Схема имеет три ветви: № 1, № 2, № 3

1.1. Ветвь № 1 содержит элементы R, L. Ветвь № 2 – элемент C, ветвь № 3 – элементы R, R_1. Источник постоянной ЭДС произвольного направления включен в ветвь № 1 при нечетном d, или ветвь № 3 - при четном d.

1.2. Коммутация осуществляется в зависимости от значения букв «a,c» кода по таблице 5.

Таблица 5.1

a	c	Описание коммутации
1	 1 2	Имеется ключ К, переключающий питание цепи с источника E_1= E на источник E_2 = 2E, где E_2 совпадает по направлению с E_1, E_2 противоположно по направлению E_1
1	 3 4	Параллельно элементу R_1 подсоединен ключ К ключ К - размыкающий ключ К - замыкающий
2	 1 2	Имеется замыкающий ключ в ветви № 2 в ветви № 3
2	 3 4	Параллельно элементу R в ветви № 1 подключен размыкающий ключ К, замыкающий ключ К.
3	 1 2	размыкающий ключ К шунтирует элемент C элемент R_1
3	 3 4	Имеется замыкающий ключ К в ветви № 1 в ветви № 2

1.3. Исходные данные приведены в табл.5.2

Таблица 5.2

Параметр	Буква кода - f	
	нечетная	четная
E, В	10e	10e
R, Ом	10 b	50 (a + b)
R_1, Ом	90 bf	90 bf
C, мкФ	d	d
L, мГн	1,25 d	1,25 d

2. Задание

2.1. Начертить схему согласно п.1.1 На схеме указать стрелкой направление срабатывания ключа.

2.2. Составить систему уравнений по законам Кирхгофа для определения неизвестных токов.

2.3. Определить закон изменения тока в ветви № $|c\text{-}d|$, применив классический метод расчета.

2.4. Определить закон изменения свободной составляющей тока в этой ветви, применив операторный метод расчета.

2.5. Построить осциллограмму найденного тока для интервала времени – $1/D<t<4/D$, где D – меньший по модулю корень характеристического уравнения, если корни вещественные, или действительная часть одного из корней, если корни комплексно-сопряженные. Построение осциллограммы найденного тока следует производить путем графического сложения принуждённой и свободной составляющих. По оси времени откладывать соотношение t/τ.

3. Пример формирования исходных данных для кода 323241.
abcdef

3.1. Источник постоянной ЭДС включен в ветвь № 3 (т.к. d=2-четное).

3.2. В соответствии с таблицей 5 при значении a=3, c=3 в схеме имеется замыкающий ключ в ветви 1.

3.3. ЭДС E=10e=10·4=40 В; сопротивления R= 10b = 10·2 =20 Ом, сопротивление R_1=90 bf =90·2·1=180 Ом; L=1,25d=1,25·2=2,5 мГн; C=d=2 мкФ. В соответствии с кодом задания схема представлена на рис. 5.1.

4. Методические указания

Порядок расчета переходных процессов классическим методом.

1. Запись выражения для искомой переходной функции X(t) : тока i(t) или напряжения u(t)

$$x(t)=x_{пр}+x_{св} \qquad (1)$$

2. Определение независимых начальных условий : $i_L(0)$ и $u_c(0)$

3. Определение принужденной составляющей $x_{пр}$ (в схеме после коммутации).

4. Составление характеристического уравнения Z(p)=0.

Один из способов составления характеристического уравнения – составление выражения для эквивалентного комплексного сопротивления $Z(j\omega)$ относительно зажимов любой разомкнутой ветви схемы в режиме после коммутации, в котором $j\omega$ заменено на p. Для схемы рис. 5.1.(относительно зажимов источника)

$$Z(p)=R+R_1+\frac{(R+pL)\cdot 1/pC}{R+pL+1/pC}=0 \qquad (2)$$

5. Определение корней характеристического уравнения и составление выражения для свободной составляющей.

5.1. Если $p_{1,2}$ - вещественные различные, тогда выражение для $X_{св}$:

$$x_{св}(t)=A_1e^{p_1t}+A_2e^{p_2t} \quad (3)$$

Как следует из выражения (3), неизвестными являются A_1 и A_2. Для их определения следует составить два уравнения, для чего необходимо определить $x_{св}(0)$ и $dx_{св}/dt|_0$.

5.2 Если корни комплексные сопряженные: $p_{1,2}=-\alpha\pm j\omega_{св}t$ – выражение для свободной составляющей имеет вид

$$x_{CB}(t)=Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_{CB}t+\psi) \qquad (4)$$

где неизвестные A и ψ следует определить из выражений для свободной составляющей и ее первой производной для момента времени t=0, используя уравнение системы (6) и независимые начальные условия. Тогда получаем систему уравнений

$$\begin{cases} x_{св}(0)=A\sin\Psi \\ \left.\dfrac{dx_{св}}{dt}\right|_0=-\alpha A\sin\Psi+A\omega_{св}\cos\Psi \end{cases} \qquad (5)$$

Решая систему (6), определяем A и ψ и записываем выражение для искомой неизвестной

$$x(t)=x_{пр}+Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_{св}t+\Psi)$$

6. Определение постоянных интегрирования A_1 и A_2. (в случае вещественных корней Z(p)).

Эти постоянные определяют из уравнений, составленных по законам Кирхгофа для послекоммутационной схемы при t = 0 . В общем случае число таких уравнений должно быть равно числу неизвестных токов.Уравнения по II закону Кирхгофа не следует составлять по контурам, содержащим два накопителя энергии (емкость и индуктивность).

Для схемы рис. 5.1. уравнения будут

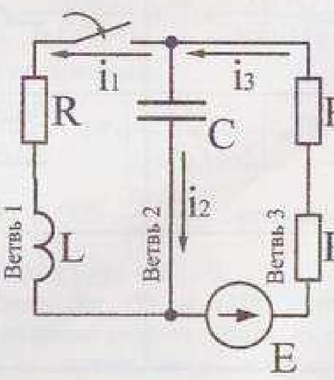


Рис 5.1

$$\begin{cases} i_3(0) = i_1(0) + i_2(0); \\ E = Ri_1(0) + 2Ri_3(0) + u_L(0) \\ E = 2Ri_3(0) + u_C(0) \end{cases} \qquad (6)$$

Используя независимые начальные условия, из системы (6) определяют необходимые зависимые начальные условия, например $i_3(0)$, $u_L(0)$ и, используя выражение (3), составляют уравнение

$$x_{CB}(0) = A_1 + A_2\text{, где } x_{CB}(0) = x(0) - x_{ПР} \qquad (7)$$

В результате дифференцирования первого и третьего уравнения системы (6), и определения производной $dX_{св}/dt|_0$ получаем второе уравнение для определения постоянных интегрирования

$$\left.\frac{dx_{CB}}{dt}\right|_0 = p_1A_1 + p_2A_2\text{, где } \left.\frac{dx_{CB}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{dx}{dt}\right|_0 \qquad (8)$$

Решая совместно систему уравнений (7) и (8), определяем постоянные интегрирования A_1 и A_2 и записываем выражение для неизвестной X(t).

$$x(t) = x_{пр} + p_1A_1e^{p_1t} + p_2A_2e^{p_2t}$$

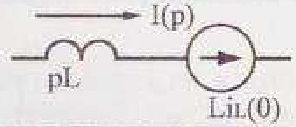
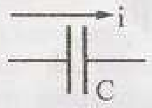
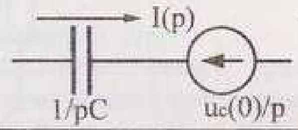
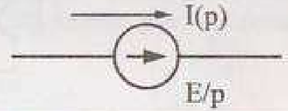
Аналогично записывается уравнение в случае комплексно-сопряженных корней Z(p).

Порядок расчета переходных процессов операторным методом.

1. Определение независимых начальных условий $i_L(0)$, $u_C(0)$.
2. Составление операторной схемы замещения для исходной схемы-оригинала (в режиме «после коммутации»).

В таблице 5.2 представлено соответствие элементов схем оригинала и изображения.

Таблица 5.2

Оригинал	Изображение
	
	
	

В таблице 5.2 $i_L(0)$ и $u_C(0)$ – независимые начальные условия. $Li_L(0)$ и $u_C(0)/P$ внутренние ЭДС. Если независимые начальные условия нулевые, т.е. $i_L(0)=0$ и $u_C(0)=0$, то соответствующие внутренние ЭДС равны нулю. Т.е. элементов $Li_L(0)$ и $u_C(0)/p$ в операторной схеме замещения не будет.

3. Расчет операторной схемы любым из известных методов расчета электрических цепей (по законам Кирхгофа, методом контурных токов, методом узловых потенциалов и т.д.) и определение изображений искомых тока или напряжения – I(p) или U(p), которые выражаются некоторой рациональной дробью вида $F_1(p)/F_2(p)$.

4. По найденным выражениям изображений переходят к оригиналам, при этом вид оригинала зависит от корней уравнения знаменателя $F_2(p)$.

Если корни уравнения $F_2(p)=0$ (для схемы с двумя накопителями энергии – два корня p_1, p_2) действительные и различные, то выражение для оригинала i(t) записывается в виде:

$$i(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} \cdot e^{p_2t} \qquad (9)$$

где $F_1(p_1)$ значение $F_1(p)$ при $p=p_1$, а $F'_2(p_1)$ – значение производной $F_2(p)$ при $p=p_1$; аналогично для $F_1(p_2)$ и $F'_2(p_2)$.

Если корни уравнения $F_2(p)=0$ комплексные сопряженные, ($p_{1,2}= -\alpha \pm j\omega_{св}t$) то выражение для оригинала будет:

$$i(t) = 2\,\mathrm{Re}\left[\frac{F_1(p_1) \cdot e^{p_1t}}{F_2'(p_1)}\right] \qquad (10)$$

где 2Re – две действительные части выражения в скобках, поэтому можно в выражение (10) подставить любой из корней p_1 или p_2.

При определении изображения I(p) дробь может быть вида $I(p) = F_1(p_1)/pF_2(p)$, тогда при действительных корнях $F_2(p)=0$ выражение для оригинала :

$$i(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \frac{F_1(p_1)}{p_1F_2'(p_1)} \cdot e^{p_1t} + \frac{F_1(p_1)}{p_2F_2'(p_2)} \cdot e^{p_2t} \qquad (11)$$

при комплексно-сопряженных корнях :

$$i(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + 2\,\mathrm{Re}\left[\frac{F_1(p_1)}{p_1F_2'(p_1)}\right] \cdot e^{p_1t} \qquad (12)$$

В выражениях (11) и (12) $\frac{F_1(0)}{F_2(0)}$ - принужденная составляющая. Здесь $F_1(0)$ и $F_2(0)$ – значения $F_1(p)$ и $F_2(p)$ при p=0.

Заметим, что выражения (9) и (10) соответствуют случаю, когда переходные ток или напряжение состоят только из свободной составляющей, а выражения (11) и (12) – случаю, когда переходные ток или напряжение содержат как свободную, так и принужденную составляющие. На рис. 5.2а.

представлена исходная схема (оригинал), на рис.5.2 б эквивалентная операторная схема замещения (изображение).

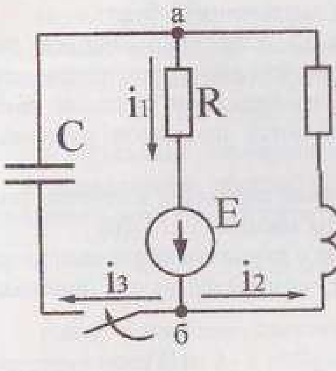


Рис. 5.2. а

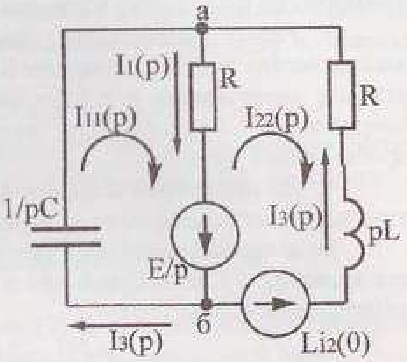


Рис. 5.2. б

Уравнения по методу контурных токов для операторной схемы замещения рис. 5.2, а. будут

$$\begin{cases} \dfrac{E}{p} = (R + \dfrac{1}{pC})I_{11}(p) - RI_{22}(p) \\ -\dfrac{E}{p} - Li_2(0) = -RI_{11}(p) + (R + R + pL)I_{22}(p) \end{cases} \qquad (13)$$

$I_{11}(p)=I_3(p)$; $I_{22}(p)=-I_2(p)$; $I_1(p)=I_{11}(p)-I_{22}(p)$

Уравнения по методу узловых потенциалов (в данном случае по методу двух узлов) для токов $I_1(p)$, $I_2(p)$, $I_3(p)$

$$I_3(p) = \frac{-U_{ab}(p)}{1/pC}; \quad I_1(p) = \frac{U_{ab}(p) + E/p}{R}; \quad I_2(p) = \frac{U_{ab}(p) + Li_2(0)}{R} + pL,$$

$$\text{где } U_{ab}(p) = \frac{\sum G(p)\cdot E(p)}{\sum G(p)} = \frac{-\dfrac{E}{pR} + \dfrac{Li_2(0)}{R+pL}}{pC + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R+pL}} \qquad (14)$$

При подстановке R, L, C, и E в уравнения помнить размерности параметров **R → Ом, L →Гн, C → Ф, E →В!**

5. Примеры расчета

Пример 1

В схеме на рис. 5.3, а дано:
E=80 В, R_1=R_2=20 Ом, L=50 мГн, C=1600 мкФ.
Определить: $u_c(t)$ после коммутации.

Решение

Классический метод

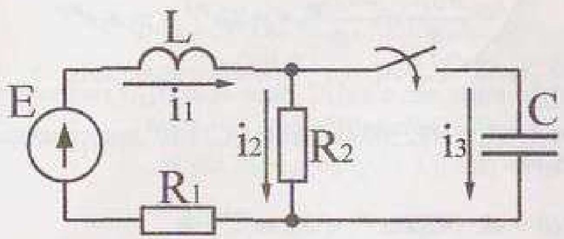


Рис. 5.3, а

1. Записываем выражение для искомой переходной функции $u_C(t)$

$$u_C = u_{Cпр} + u_{Cсв}$$

2. Определяем независимые начальные условия $i_1(0)$ и $u_C(0)$. До коммутации $i_1(0-) = i_2(0-) = E/(R_1+R_2)$=80/(20+20)=2 А, $u_C(0-)$=0. По законам коммутации $i_1(0-) = i_1(0+) = i_1(0) = 2$ А, $u_C(0) = u_C(0+) = 0$.

3. Определяем принужденную составляющую $u_{Cпр}$

$$u_{Cпр} = i_{2пр}R_2$$

В принужденном режиме ток через конденсатор не протекает, т.е. $i_{3пр}$=0, тогда

$$i_{1пр} = i_{2пр} = E/(R_1+R_2)$$
$$u_{Cпр} = 20\cdot 2 = 40 \text{ В}$$

4. Составляем характеристическое уравнение как операторное сопротивление Z(p), составленное относительно зажимов ветви, разомкнутой в месте коммутирующего ключа.

$$\underline{Z}(p) = \frac{1}{pC} + \frac{R_2(R_1 + pL)}{R_1 + R_1 + pL} = 0,$$ откуда при подстановке R, L, C получим

5. уравнение $p^2 + 432p + 25\cdot 10^3 = 0$ корни которого p_1= − 691/с; p_2= − 363 1/с (действительные различные), тогда выражение для напряжения $u_C(t)$:

$$u_C(t) = u_{Cпр} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

6. Определяем постоянные интегрирования:

Составим систему уравнений по закону Кирхгофа для послекоммутационной схемы и момента времени t=0 при выбранных на рис.5.3 а направлениях токов i_1, i_2, i_3.

1) $i_1(0) = i_2(0) + i_3(0)$
2) $E = R_1(0)i_1(0) + Ldi_1/dt|_0 + R_2 i_2(0)$
3) $U_C(0) = R_2 i_2(0)$

Из этих уравнений определяем зависимое начальное условие $du_C/dt|_0$

Как известно, $du_C/dt|_0 = i_C(0)/C$. Поскольку $u_C(0)$=0, то $i_2(0)$=0 и $i_3(0)=i_1(0)$=2 А, а $du_C/dt|_0 = 2/1600\cdot 10^{-6} = 1{,}25\cdot 10^3$ В/с.

$$U_C = U_{Cnp} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{dU_{Cnp}}{dt} + p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}$$

При t=0 $u_C(0)=u_{Cnp}+A_1+A_2$; $du_C/dt|_0=p_1A_1+p_2A_2$, т. к. u_{Cnp}=const, то $du_{Cnp}/dt=0$.

Получим $A_1+A_2=-40$; $-69A_1-363A_2=1{,}25\cdot10^3$ и постоянные интегрирования $A_1=-45{,}14$; $A_2=5{,}14$.

Итак, $\boldsymbol{u_C(t) = 40 - 45{,}14e^{-69t} + 5{,}14e^{-363t}}$ **В.**

Проверим полученное решение. При $t=0$, $u_C(0) = 40 - 45{,}14 + 5{,}14 = 0$, что удовлетворяет начальному значению напряжения на конденсаторе.

Операторный метод

Т.к. независимые начальные условия определены при решении задачи классическим методом, можно составить эквивалентную операторную схему замещения для исходной схемы представлена на рис. 5.3, б

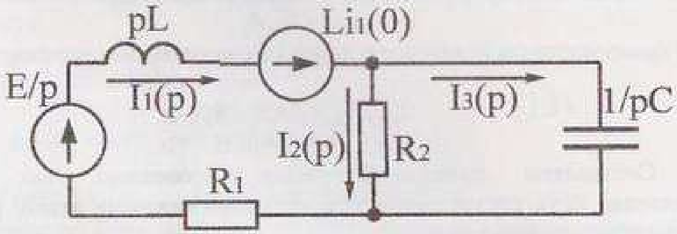


Рис 5.3, б

Определим $i_3(t)$ и $U_L(t)$.

Законы Кирхгофа в операторной форме для схемы рис.5.3, б запишутся в виде:

$$\begin{cases} I_1(p) = I_2(p) + I_3(p) \\ \dfrac{E}{p} + Li_1(0) = I_1(p)(R_1 + pL) + I_2(P)R_2 \\ I_3(P)\dfrac{1}{pC} = I_2(p)R_2 \\ UC(p) = I_3(P)\dfrac{1}{pC} \end{cases}$$

Из этой системы уравнений определяем $I_3(p)$

$$I_3(p) = \frac{(E + pLi_1(0))R_2C}{p^2LCR_2 + p(R_1R_2C + L) + R_1 + R_2} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

$$i_1(0)=E/(R_1+R_2);\ i_1(0)=2\ \text{A}.$$

Корни уравнения $F_2(p)=0$: $p^2 + 432p + 25\cdot10^3 = 0$, $p_1 = -69$ 1/с, $p_2 = -363$ 1/с.

По формуле разложения:

$$i_3(t) = \frac{F_1(p_1)\cdot e^{p_1 t}}{F_2'(p_1)} + \frac{F_1(p_2)\cdot e^{p_2 t}}{F_2'(p_2)}$$

Для определения $U_L(t)$ надо знать $U_L(p)$, а для этого $I_1(p)$:

$$I_1(p) = \frac{(E + pLi_1(0))\cdot(pR_2C + 1)}{p(pLCR_2 + p(R_1R_2C + L)) + R_1 + R_2}$$

$$U_L(p) = pLI_1(p) - Li_1(0)$$

$$U_L(p) = \frac{L(E + pLi_1(0))\cdot(pR_2C + 1) - Li_1(0)F_2(p)}{F_2(p)} = \frac{F_3(p)}{F_2(p)}$$

По формуле разложения:

$$u_L(t) = \frac{F_3(p_1)\cdot e^{p_1 t}}{F_2'(p_1)} + \frac{F_3(p_2)\cdot e^{p_2 t}}{F_2'(p_2)}$$

Для определения $i_3(t)$ и $u_L(t)$ нужно знать $F_1(p_1)$, $F_1(p_2)$, $F_3(p_1)$, $F_3(p_2)$, а также производные $F'_2(p)$, $F'_2(p_1)$, $F'_2(p_2)$;

Последовательно определим эти значения:

$F_1(p) = (E + pLi_1(0))R_2C = (80 + p0{,}1)\cdot0{,}032$

$F_1(p_1)=2{,}34$

$F_1(p_2)=1{,}4$

$F_3(p) = 0{,}05(80+p0{,}1)(p0{,}032+1) - 0{,}1F_2(p)$

$F_3(p_1) = -4{,}38$

$F_3(p_2) = -23{,}1$

$F'_2(p)=2pLCR_2+R_1R_2C+L$

$F'_2(p_1)=0{,}47$

$F'_2(p_2)= -0{,}47$

Мгновенные значения искомых тока и напряжения запишутся в виде

$\boldsymbol{i_3(t) = (2{,}34/0{,}47)e^{-69t} + (1{,}4/(-0{,}47))e^{-363t} = 4{,}96e^{-69t} - 2{,}96e^{-363t}}$ **, А.**

$\boldsymbol{u_L(t) = (-4{,}38/0{,}47)e^{-69t} + (-23{,}1/(-0{,}47))e^{-363t} = -9{,}3e^{-69t} + 49{,}3e^{-363t}}$ **,** Пример 2

В схеме рис. 5.4, а дано:

E=100 В, R=25 Ом, C=160 мкФ, L=125 мГн.

Определить: закон изменения тока $i_3(t)$ после коммутации. Построить кривую $i_3(t)$.

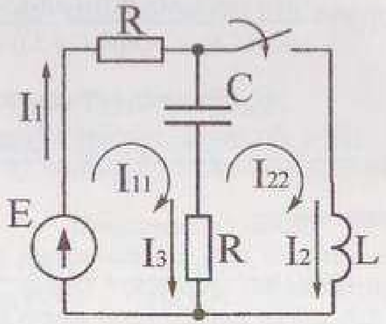


Рис. 5.4, а

Решение

Классический метод

1. Записываем выражение для искомой переходной функции $i_3(t)$

$$i_3 = i_{3пр} + i_{3св}$$

2. Определяем независимые начальные условия. До коммутации $i_1(0-) = i_2(0-) = i_3(0-) = 0$ А, $u_C(0-) = E = 80$ В. По законам коммутации $i_2(0-) = i_2(0+) = i_2(0) = 0$ А, $u_C(0-) = u_C(0) = u_C(0+) = E = 80$ В.

3. Определяем принужденную составляющую.

В принужденном режиме ток протекает по внешнему контуру через R и L; $i_{1пр} = i_{2пр} = E/R$. Ток через конденсатор не протекает $i_{3пр} = 0$.

4. Составим характеристическое уравнение через операторное сопротивление Z(p), составленное относительно разрыва в ветви 3, содержащей R и C.

$Z(p) = R + \dfrac{1}{pC} + \dfrac{RpL}{R + pL} = 0$, откуда при подстановке R, L, C получим

5. уравнение $p^2 + 225p + 2.5 \cdot 10^4 = 0$ Корни этого уравнения $p_{1,2} = -112{,}5 \pm j111{,}1$ ($\alpha = 112{,}5$, $\omega_{св} = 111{,}1$) Запишем выражение для свободной составляющей тока

$$i_{3св} = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_{св}t + \Psi).$$

6. Определяем постоянные интегрирования:

Поскольку характеристическое уравнение второго порядка, то для определения двух постоянных интегрирования надо найти начальное значение тока $i_3(0)$ и его первой производной $di_3/dt|_0$.

Составим систему уравнений по первому и второму закону Кирхгофа для времени t=0:

$$\begin{cases} i_1(0) = i_2(0) + i_3(0) \\ Ri_1(0) + u_C(0) + Ri_3(0) = E \\ RI_1(0) + u_L(0) = E \end{cases} \text{ Или } \begin{cases} i_1(0) = i_3(0) \\ Ri_1(0) + E + Ri_3(0) = E \\ Ri_1(0) + u_L(0) = E \end{cases}$$

откуда $i_3(0)=0$ и $u_L(0) = E = 100$ В.

Из этих уравнений определяем зависимые начальные условия.

Для нахождения $di_3/dt|_0$ продифференцируем два первых уравнения написанной системы, тогда

$$\left.\frac{di_1}{dt}\right|_0 = \left.\frac{di_2}{dt}\right|_0 + \left.\frac{di_3}{dt}\right|_0;\quad R\cdot\left.\frac{di_1}{dt}\right|_0 + \left.\frac{du_C}{dt}\right|_0 + R\cdot\left.\frac{di_3}{dt}\right|_0 = 0$$

В этой системе $\left.\dfrac{di_2}{dt}\right|_0 = \dfrac{U_L(0)}{L} = \dfrac{100}{125\cdot 10^{-3}} = 0.8\cdot 10^3 = 800$ А/с

Получим $\left.\dfrac{di_1}{dt}\right|_0 = 800 + \left.\dfrac{di_3}{dt}\right|_0 = 0$; $R\cdot\left.\dfrac{di_1}{dt}\right|_0 + R\cdot\left.\dfrac{di_3}{dt}\right|_0 = 0$ откуда

$$\left.\frac{di_3}{dt}\right|_0 = -400$$

Выражение для тока $i_{3св} = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_{CB} + \psi)$, производная

$$\frac{di_3}{dt} = (-\alpha A\sin(\omega_{CB} + \psi) + \omega_{св}A\cos(\omega CB + \psi))e^{-\alpha t}$$

Поскольку $i_{3пр} = const$, то $di_{3пр}/dt = 0$

При $t=0$; $i_3(0) = A\sin\Psi = 0$, $A\sin\Psi = 0$,

$di_3/dt|_0 = -\alpha A\sin\Psi + \omega_{CB}A\cos\psi$ или $-400 = -112{,}5A\sin\psi + 111{,}1A\cos\Psi$

Решая полученную систему, получим $\Psi = 0$, $A = -3{,}6$.

Закон изменения тока $\boldsymbol{i_3(t) = -3{,}6e^{-112{,}5t}\sin 111{,}1}$ А.

Построение кривой тока.

Вначале строим две огибающие $\pm 3{,}6e^{-112{,}5t} = \pm 3{,}6e^{-t/\tau}$, между которыми вписываем затухающую синусоиду с частотой $\omega_{CB} = 111{,}1$ рад/с. Период свободной составляющей $T_{CB} = 2\pi/\omega_{CB} = 6{,}28/111{,}1 = 0{,}55$ с. Длительность переходного процесса $t_{ПЕР} \approx 3\tau = 0{,}026$ с. Таким образом, ток i_3 во время переходного процесса успевает совершить только половину одного колебания. Кривая тока изображена на рис. 5.4 б.

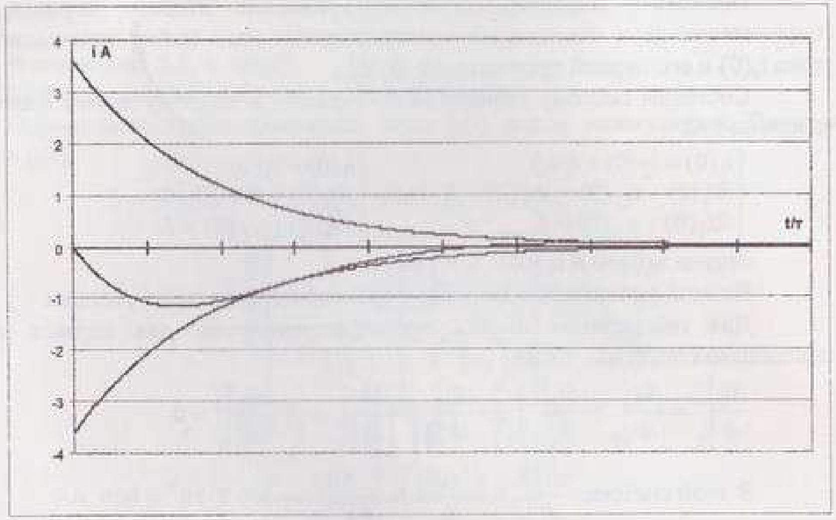


Рис 5.4, б

Операторный метод

Операторная схема замещения для исходной схемы рис.5.4 а приведена на рис. 5.4 в. Используя операторный метод, требуется определить $i_3(t)$ и $u_C(t)$.

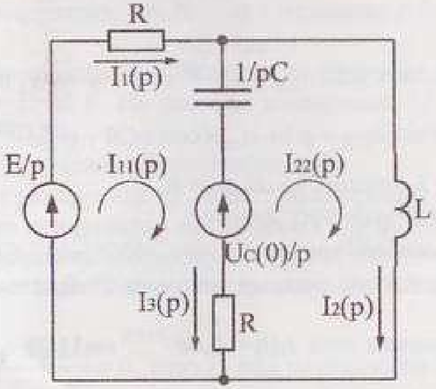


Рис. 5.4 в

Для определения операторных токов ветвей используем метод контурных токов. Направления контурных токов $I_{11}(p)$ и $I_{22}(p)$ указаны на рис.5.4 в, направления операторных токов в ветвях выбраны произвольно и указаны на рис.5.4 в

$$I_{11}(p)(2R+\frac{1}{pC})-I_{22}(p)(R+\frac{1}{pC})=\frac{E}{p}-\frac{U_C(0)}{p}=0$$

$$-I_{11}(p)(R+\frac{1}{pC})+I_{22}(p)(R+\frac{1}{pC}+pL)=\frac{U_C(0)}{p}=\frac{E}{p}$$

т.к. $U_C(0+)=U_C(0-)=E$

$$I_{11}(p)=\frac{E(pRC+1)}{p(2p^2LCR+pR^2C+pL+R)}$$

$$I_{22}(p)=\frac{E(2pRC+1)}{p(2p^2LCR+pR^2C+pL+R)}$$

$$I_1(p)=I_{11}(p);\ I_2(p)=I_{22}(p);\ I_3(p)=I_{11}(p)-I_{22}(p)$$

$$I_3(p)=-\frac{-ERC}{2p^2LCR+pR^2C+pL+R}=\frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

$$U_C(p)=\frac{I_3(p)}{pC}+\frac{Uc(0)}{p}=\frac{I_3(p)}{pC}+\frac{E}{p}=\frac{E(2pLCR+R_2C+L)}{2p^2LCR+2pRC+pL+R}=\frac{F_3(p)}{F_2(p)}$$

Как видно из приведенного выше выражения для $U_C(p)$, операторное напряжение на конденсаторе определяется суммой напряжения на операторном сопротивлении 1/pC и «внутренней ЭДС» $U_C(0)/p$.

Определение корней уравнения $F_2(p)=0$

$$F^2(p)=0\ ;\ 2p^2LCR+p(R^2C+L)+R=0$$

$$p^2 10^{-3}+p0.225+25=0\ ;\ p_{1,2}=-112.5\pm j111.1\ \text{1/c}$$

По формуле разложения:

$$i_3(t)=2\operatorname{Re}\frac{F_1(p_1)\cdot e^{p_1 t}}{F_2'(p_1)}\ ;\ U_C(t)=2\operatorname{Re}\frac{F_3(p_1)\cdot e^{p_1 t}}{F_2'(p_1)}$$

Определяем $F_2(p_1)$, $F_1(p_1)$, $F_3(p_1)$

$$F_2'(p)=4pLCR+R^2C+L=4p\cdot 0.125\cdot 16\cdot 10^{-5}\cdot 25+25^2\cdot 16\cdot 10^{-5}+0.125=$$
$$=P0.002+0.225$$

$$F_2'(p_1)=(-112.5+j111.1)\cdot 0.002+0.225=j0.222$$

$$F_1(P_1)=-ERC=-100\cdot 25\cdot 16\cdot 10^{-5}=-0.4$$

$$F_3(p_1)=E(2p_1LCR+R^2C+L)=100(2(-112.5+j111.1)\cdot 0.125\cdot 16\cdot 10^{-5}\cdot 25+$$
$$+25^2\cdot 16\cdot 10^{-5}+0.125)=11.2+j11.2$$

Мгновенное значение тока $i_3(t)$

$$i3(t)=2\operatorname{Re}\left(\frac{-0.4}{j0.222}e^{(-112.5+j111.1)t}\right)=2\operatorname{Re}(1.8e^{-112.5t}\cdot e^{j(111.1t+\pi/2)})=$$
$$=3.6e^{-112.5t}\cdot\cos(111.1t+\pi/2)=-3.6e^{-112.5t}\cdot\sin 111.1t\ \text{A}$$