**9.**Пусть  - выборка из гауссовского распределения с неизвестными математическим ожиданием а и дисперсия σ2. Является ли выборочная медиана  несмещённой и состоятельной оценкой парамтера а?

Решение:

Для оценки, является ли выборочная медиана  несмещённой и состоятельной оценкой параметра а (математического ожидания), рассмотрим следующие моменты:

1.Несмещённость:

Выборочная медиана  является несмещённой оценкой а, если .

Для гауссовского распределения медиана совпадает с математическим ожиданием, то есть .

Таким образом, выборочная медиана является несмещённой оценкой.

2.Состоятельность:

Оценка является состоятельной, если при увеличении размера выборки М она сходится по вероятности к истинному значению параметра.

Для гауссовского распределения, при увеличении М, выборочная медиана  будет сходиться к а по теореме о сходимости медианы.

Таким образом, выборочная медиана является состоятельной оценкой.

Вывод:

Выборочная медиана  является несмещённой и состоятельной оценкой параметра а.

**10.**Дана выборка х из распределения Бернулли , причём параметр p подчиняется распределению ,  с известным значением λ. Построить байесовскую оценку параметра p.

Решение:

Байесовская оценка параметра p:

Для построения байесовской оценки параметра p из распределения Бернулли  с априорным распределением  на интервале [0,θ], следуем следующим шагам:

1.Функция правдоподобия:

Пусть х – количество успехов в n испытаниях. Тогда функция правдоподобия для выборки х будет:

.

2.Априорное распределение:

Априорное распределение  является бета-распределением:

, .

3.Постериорное распределение:

Постериорное распределение  пропорционально произведению функции правдоподобия и априорного:



.

4.Форма постериорного распределения:

Это распределение имеет вид бета-распределения:

.

5.Байесовская оценка:

Байесовская оценка  - это математическое ожидание постериорного распределения:

.

Вывод:

Байесовская оценка параметра p равна:

.





