

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Кафедра «Электротехника и электрооборудование»

**Д. М. Шпрехер**

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

**Учебное пособие по курсовой работе**

**Тула**  
**Издательство ТулГУ**  
**2025**

УДК: 621.3(075.8)

Шпрехер Д.М. Теоретические основы электротехники. Учебное пособие по курсовой работе /Д.М, Шпрехер; Тульский Государственный Университет. – Тула, 2025. – 143 с.

Об авторах:

Шпрехер Д.М. – доктор технических наук, профессор, доцент кафедры Электротехника и Электрооборудование ФГБОУ ВО «ТулГУ».

В учебном пособии содержатся задания к курсовой работе по дисциплине «Теоретические основы электротехники», краткие теоретические сведения, вопросы для самоконтроля.

Учебное пособие предназначено для студентов очной и заочной форм обучения, проходящих подготовку по направлению подготовки бакалавров 13.03.02 - Электроэнергетика и электротехника.

Библиогр. 14 наим.

Печатается по решению библиотечно-издательского совета  
Тульского государственного университета

Рецензент: Минаков Е.И., д-р техн. наук, проф., проф. кафедры «Радиотехника»

© Шпрехер Д.М., 2025

ISBN

© Издательство ТулГУ, 2025

## Оглавление

Введение.....	5
Требования к оформлению курсовой работы .....	6
1. Анализ линейной электрической цепи постоянного тока .....	8
1.1. Задание №1 .....	8
1.2 Краткие теоретические положения .....	16
1.3 Пример расчёта цепи постоянного тока .....	21
1.4 Вопросы и задачи для самоконтроля .....	26
2. Анализ линейной электрической цепи переменного тока.....	28
2.1. Задание №2 .....	28
2.2 Краткие теоретические положения .....	43
2.3 Пример расчета сложной электрической цепи переменного тока.....	51
2.4 Вопросы и задачи для самоконтроля .....	55
3. Анализ трехфазных цепей при различных схемах соединения нагрузки.....	57
3.1 Задание 3 .....	57
3.2 Краткие теоретические положения .....	66
3.3 Примеры расчета трехфазных цепей переменного тока.....	71
3.4 Вопросы и задачи для самоконтроля .....	81
4. Расчет переходных процессов в линейной цепи постоянного тока.....	83
4.1. Задание №4 .....	83
4.2 Краткие теоретические положения .....	95
4.3 Примеры расчета переходных процессов в цепях постоянного тока..	102
4.4 Вопросы и задачи для самоконтроля .....	118
5. Анализ электрической цепи с несинусоидальным источником.....	120
5.1. Задание №5 .....	120
5.2 Краткие теоретические положения .....	130
5.3 Пример расчета электрической цепи с несинусоидальным источником .....	134
5.4 Вопросы и задачи для самоконтроля .....	138

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	139
Приложение 1 .....	142
Приложение 2 .....	143
Приложение 3 .....	144

## Введение

Успешное изучение дисциплины «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ), являющейся теоретической базой для изучения комплекса специальных электротехнических дисциплин, возможно только при активной самостоятельной работе студентов. Курсовая работа является важнейшим элементом самостоятельной работы по ТОЭ. Основной целью курсовой работы является создание и развитие навыков исследовательской работы, умения работать с научной литературой, делать на основе ее изучения выводы и обобщения, умения эффективно использовать вычислительную технику и современное программное обеспечение.

Курсовая работа направлена на формирование у студента следующих профессиональных компетенций:

- способность использовать методы анализа линейных электрических цепей;
- способность привлечь для решения профессиональных задач соответствующий физико-математический аппарат;
- способность и готовность использовать информационные технологии в своей предметной области;
- готовность понимать существо задач анализа объектов в технической среде.

Задание к курсовой работе включает задачи по наиболее важным для студентов направления «Электроэнергетика и электротехника» разделам ТОЭ: анализ электрических цепей постоянного и синусоидального тока, трехфазные цепи, цепи несинусоидального тока. Цель курсовой работы – освоить методы анализа типовых электрических цепей в установившемся и переходном режимах работы. По каждой теме приводятся вопросы для самоконтроля.

## **Требования к оформлению курсовой работы**

1.1 Курсовая работа выполняется на листах формата А4 (210x297 мм) в соответствии с ГОСТ 2.301 и стандартом ОГУ 02069024.101 – 2010 «Работы студенческие. Общие требования и правила оформления». Она должна содержать следующие структурные элементы:

- титульный лист;
- задание;
- содержание;
- расчетная и графическая части;
- список использованных источников.

1.2 Титульный лист является первым листом курсовой работы. Переносы слов в надписях титульного листа не допускаются. Пример оформления титульного листа курсовой работы приведен в Приложении 1.

1.3 Бланк задания следует помещать после титульного листа. Задание должно содержать исходные данные и срок выполнения курсовой работы с подписями руководителя и исполнителя. Пример оформления бланка задания приведен в Приложении 2.

### **1.4 Оформление расчетной и графической части**

1.4.1 Курсовая работа может быть выполнена либо на компьютере с применением текстового редактора MS Word 7.0 и выше, либо в рукописном виде, при этом схемы, графики и диаграммы выполняются карандашом с использованием чертежных принадлежностей по ГОСТ.

1.4.2 На каждой странице курсовой работы следует чертить рамку, ее размеры: слева - 20 мм; справа, снизу, сверху - 5 мм. Пример оформления текстовой части курсовой работы приведен в Приложении 3.

1.4.3 Страницы курсовой работы следует нумеровать арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту.

1.4.4 К оформлению пояснительной записки, выполненной на компьютере, предъявляются следующие требования:

- ориентация страниц - книжная;
- шрифт Times New Roman 14 pt с одинарным или полуторным межстрочным интервалом;
- отступ первой строки 1,25 см;
- автоматическая расстановка переносов;
- размеры шрифта для формул: обычный – 14 pt; индекс – 10 пт.

1.4.5 При выполнении расчетной и графической частей пояснительной записки необходимо выполнять следующие требования:

- полностью написать условия заданий;
- начертить электрическую схему в соответствии с ЕСКД;
- в ходе выполнения задания принятые направления токов, напряжений, обозначения узлов и элементов цепи изменять нельзя;
- выполнение задания следует кратко комментировать;
- при выполнении расчетов сначала приводится формула, затем в нее подставляются числовые значения без размерностей, затем приводится результат с указанием размерности;
- вычисления должны быть сделаны с точностью до трех значащих цифр после запятой;
- потенциальные, векторные, топографические диаграммы и графики необходимо строить в масштабе на миллиметровой бумаге;
- расчеты в Mathcad приводить либо в приложениях, либо по тексту как рисунок.

1.4.6 Если вариант задания студента имеет номер больше 50, то из этого числа необходимо отнять число кратное 50 для определения номера своего задания

# 1. Анализ линейной электрической цепи постоянного тока

## 1.1. Задание №1

1. Методом непосредственного применения законов Кирхгофа рассчитать токи во всех ветвях одной из схем рис. 1.1 – 1.24. Параметры схемы определяются по табл. 1.1 для заданного варианта.

2. Рассчитать токи в ветвях методом контурных токов. Сопоставить результаты расчета п.1 и п.2.

3. Составить баланс мощностей для заданной схемы.

4. Построить для внешнего контура схемы потенциальную диаграмму. Определить по ней токи в ветвях этого контура.

5. Определить ток в ветви с сопротивлением  $R_1$  методом эквивалентного генератора.

Таблица 1.1

№ варианта	№ рис.	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$R_5$ , Ом	$E_1$ , В	$E_2$ , В	$E_3$ , В	$J$ , А
1	1.1	40	48	60	31	82	0	30	80	6
2	1.2	88	41	20	61	38	0	42	50	7
3	1.3	56	89	42	30	50	0	50	43	1
4	1.4	73	57	90	43	40	0	60	120	2
5	1.5	21	22	58	91	44	0	100	70	3
6	1.6	20	74	23	59	88	83	0	80	4
7	1.7	45	21	75	24	60	120	0	30	5
8	1.8	92	46	22	76	25	100	0	120	6
9	1.9	61	93	47	23	77	90	0	58	7
10	1.10	26	62	94	95	24	75	0	100	1
11	1.11	25	27	63	55	48	0	44	75	2
12	1.12	49	26	28	64	96	0	85	55	3
13	1.13	97	50	27	29	65	0	35	90	4
14	1.14	78	98	60	28	30	0	70	45	5
15	1.15	31	79	99	70	29	0	47	90	6
16	1.16	30	42	80	100	80	30	0	48	7



17	1.17	80	31	43	81	64	65	0	95	1
18	1.18	51	82	32	44	82	85	0	110	2
19	1.19	66	52	82	33	45	75	0	120	3
20	1.20	83	67	53	83	34	55	0	82	4
21	1.21	35	84	68	54	90	0	49	95	5
22	1.22	84	36	85	69	55	0	30	50	6
23	1.23	70	85	37	86	91	0	35	58	7
24	1.24	21	71	86	38	87	0	60	90	1
25	1.1	30	22	72	87	39	75	0	61	2
26	1.2	52	44	71	33	59	95	0	32	1
27	1.3	77	53	21	45	80	35	0	100	2
28	1.4	20	78	54	22	46	105	0	40	3
29	1.5	43	21	79	55	23	50	0	120	4
30	1.6	21	44	22	80	56	0	110	55	5
31	1.7	57	22	45	23	81	0	60	90	6
32	1.8	82	58	23	46	24	0	40	115	1
33	1.9	25	83	42	59	47	0	75	80	2
34	1.10	48	26	40	84	60	0	120	30	3
35	1.11	61	49	43	27	85	65	0	90	4
36	1.12	86	62	50	25	28	75	0	125	5
37	1.13	29	87	63	20	24	130	0	90	6
38	1.14	43	30	88	64	21	50	0	100	7
39	1.15	22	51	31	89	65	65	0	95	1
40	1.16	66	21	52	32	90	0	35	95	2
41	1.17	91	67	24	53	33	0	100	40	3
42	1.18	34	92	68	22	54	0	45	105	4
43	1.19	71	35	93	69	55	0	110	50	5
44	1.20	43	72	36	94	70	0	55	116	6
45	1.21	71	44	74	37	40	120	0	60	7
46	1.22	95	72	45	78	38	65	0	125	1
47	1.23	39	96	73	46	79	130	0	70	2
48	1.24	47	40	97	74	80	75	0	135	3

49	1.1	50	59	41	98	75	40	80	0	4
50	1.2	76	100	20	42	99	85	110	0	5

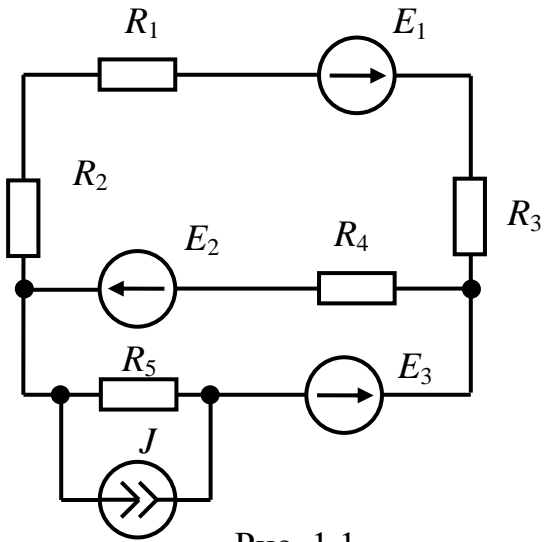


Рис. 1.1.

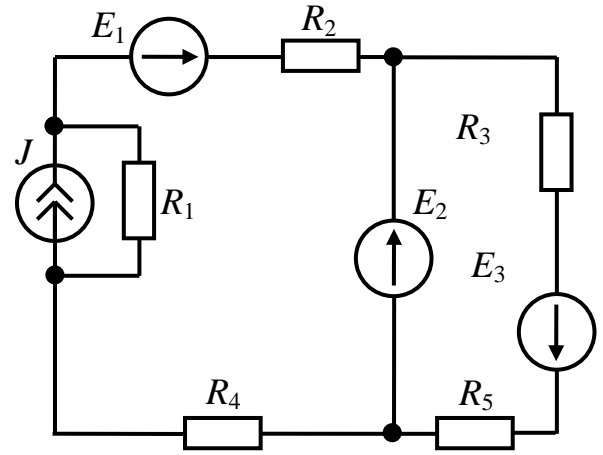


Рис. 1.2.

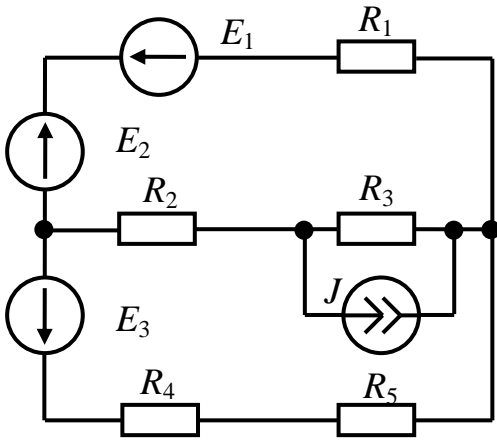


Рис. 1.3.

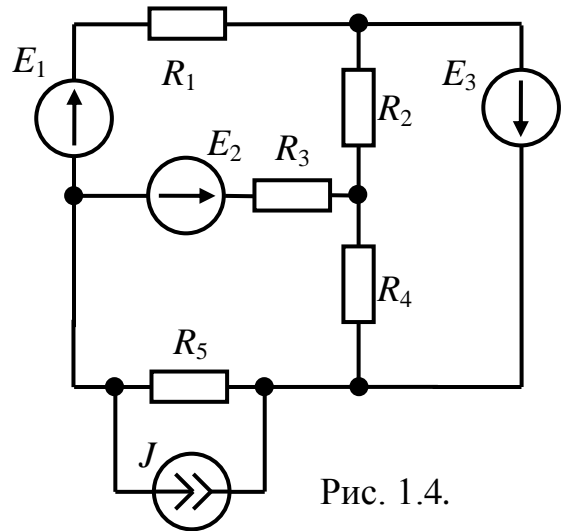


Рис. 1.4.

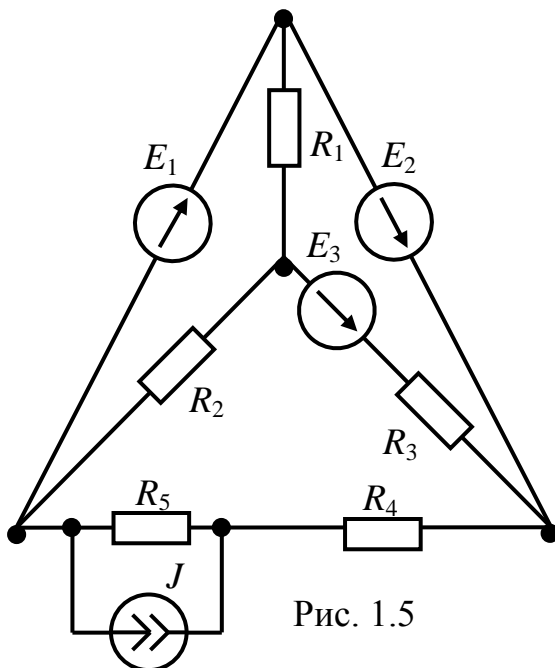


Рис. 1.5

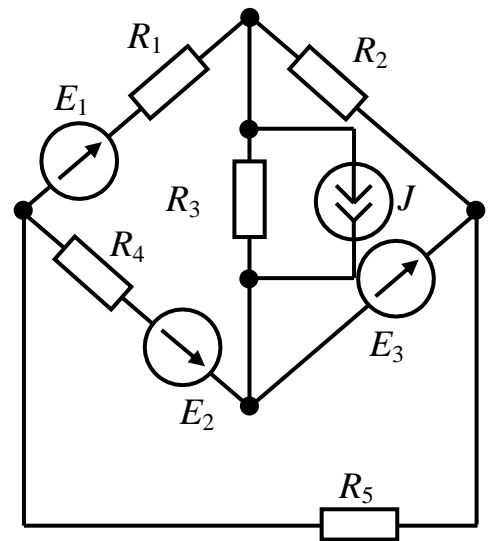


Рис. 1.6

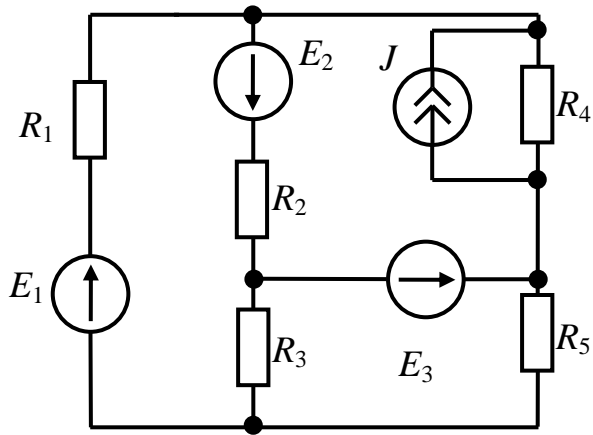


Рис. 1.7

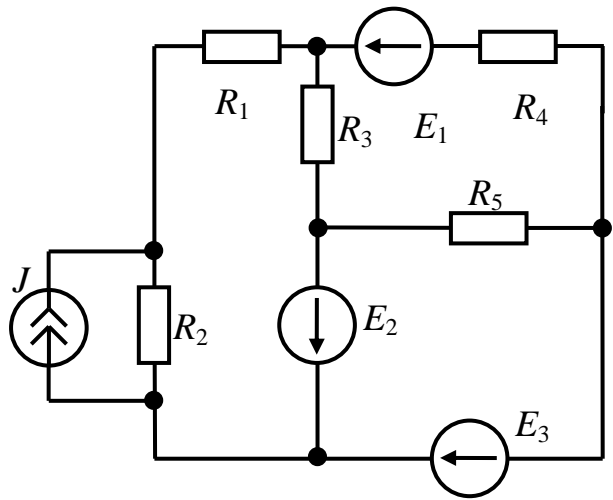


Рис. 1.8

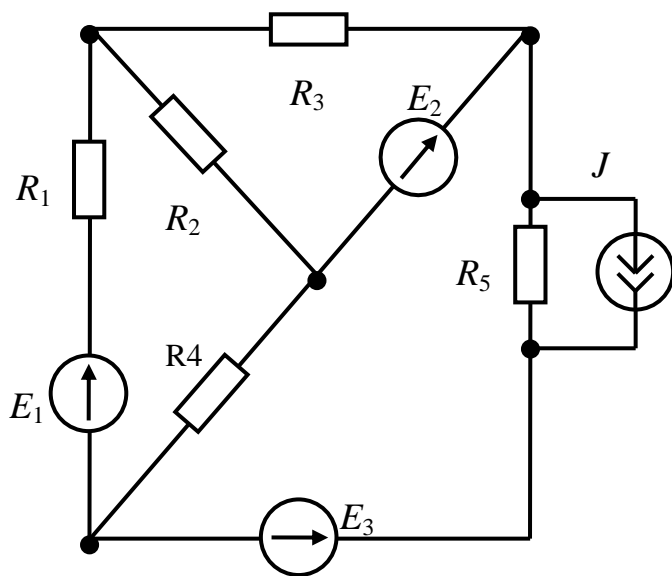


Рис. 1.9

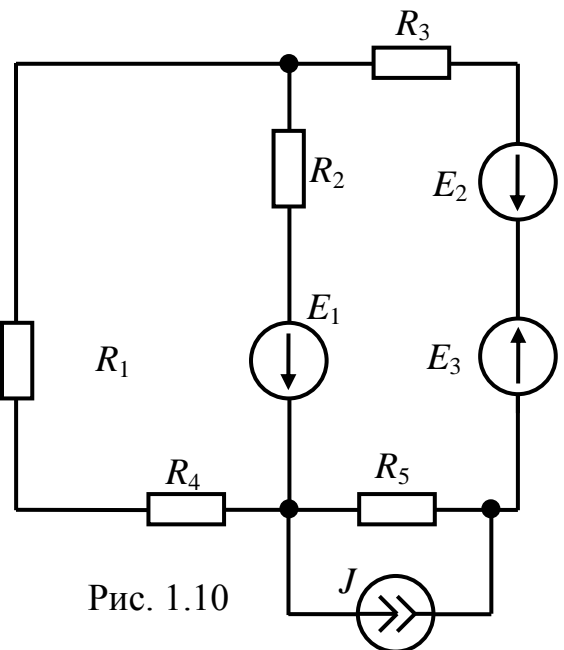


Рис. 1.10

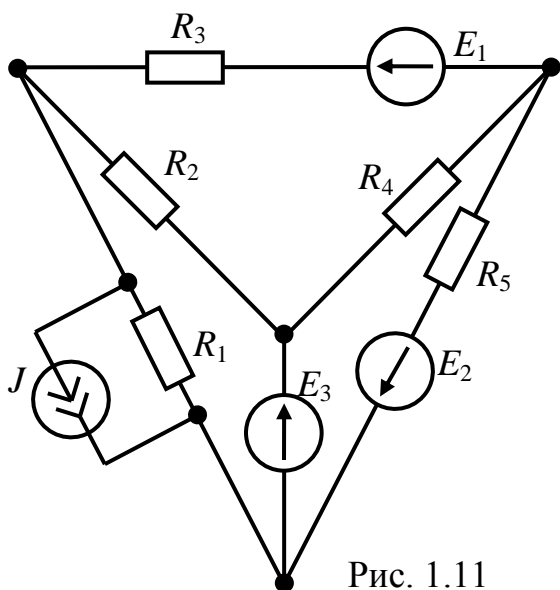


Рис. 1.11

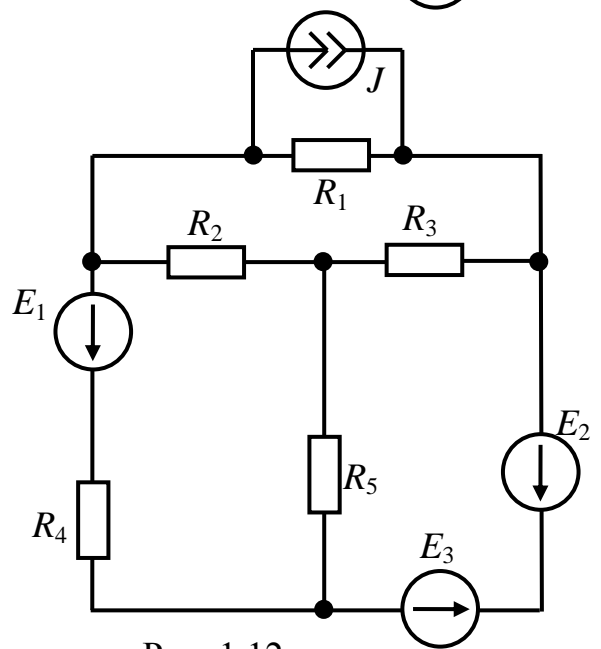


Рис. 1.12

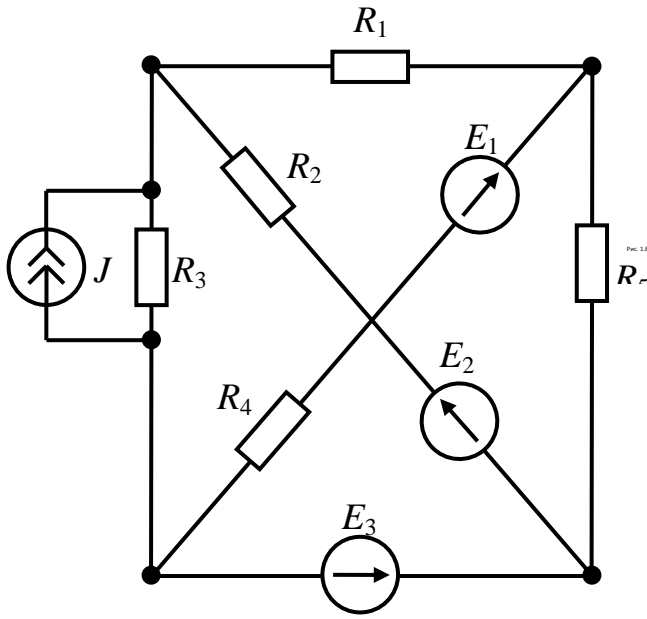


Рис. 1.13

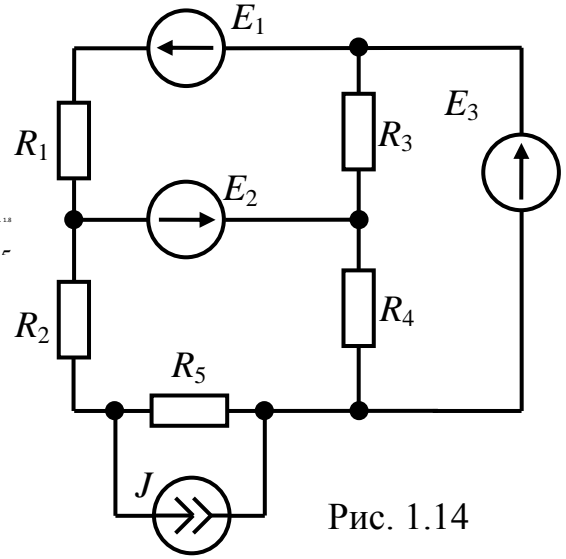


Рис. 1.14

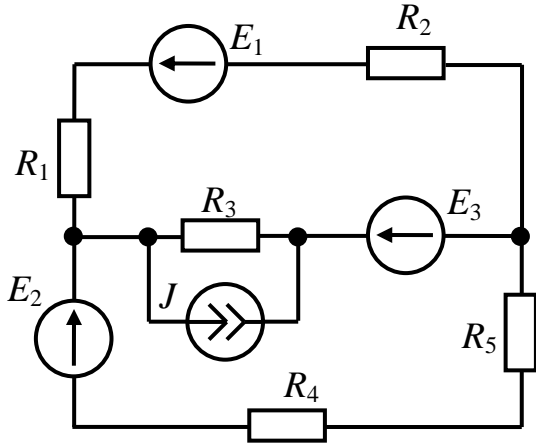


Рис. 1.15

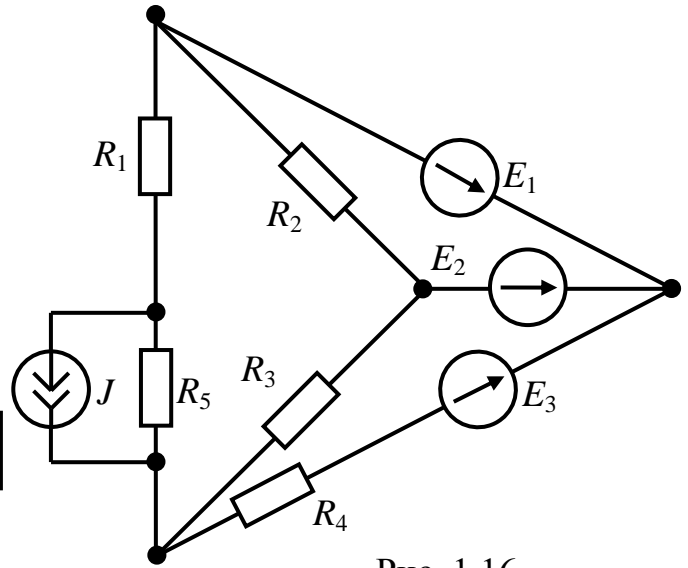


Рис. 1.16

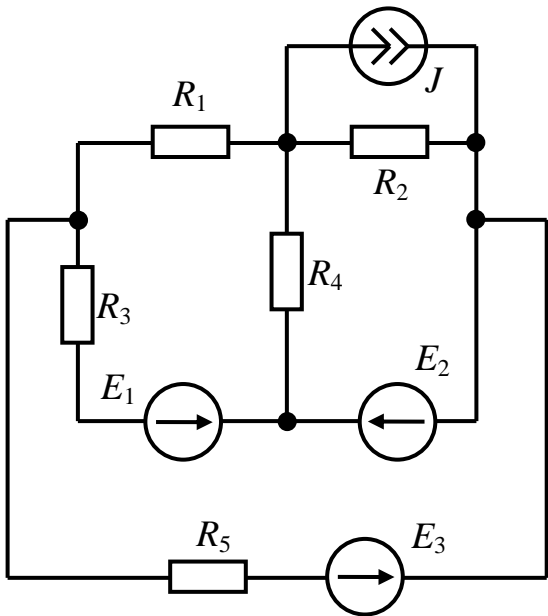


Рис. 1.17

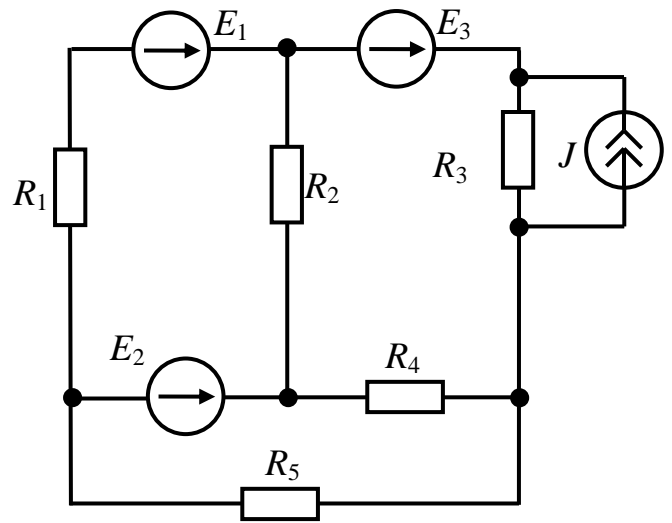


Рис. 1.18

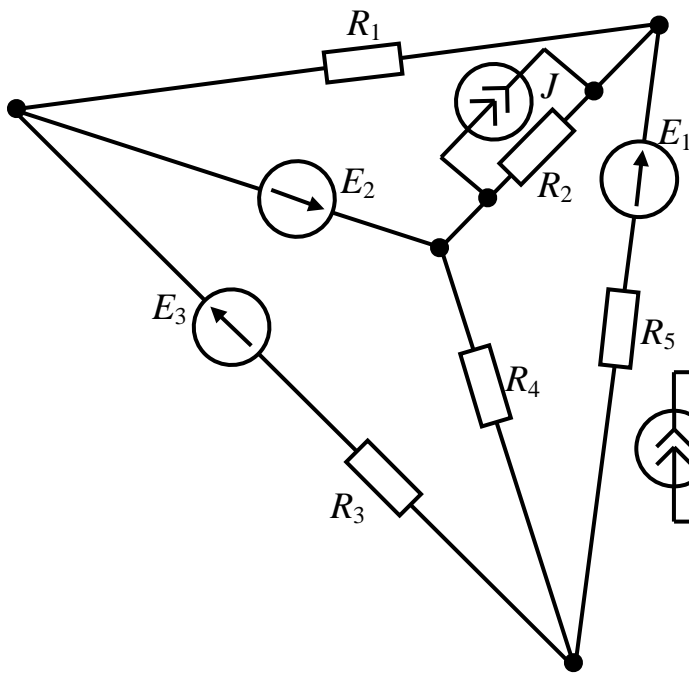


Рис. 1.19

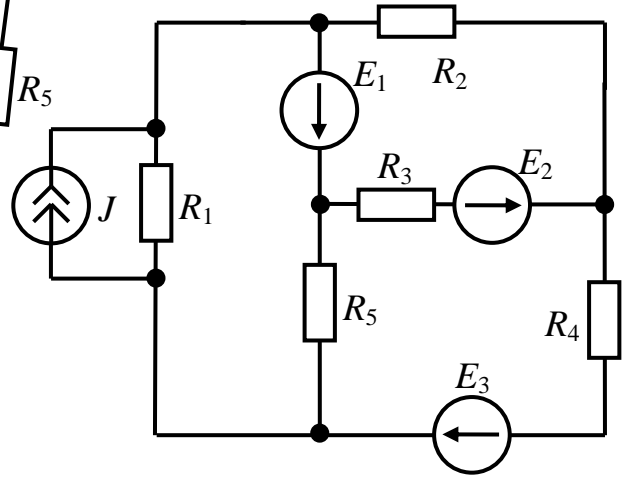


Рис. 1.20

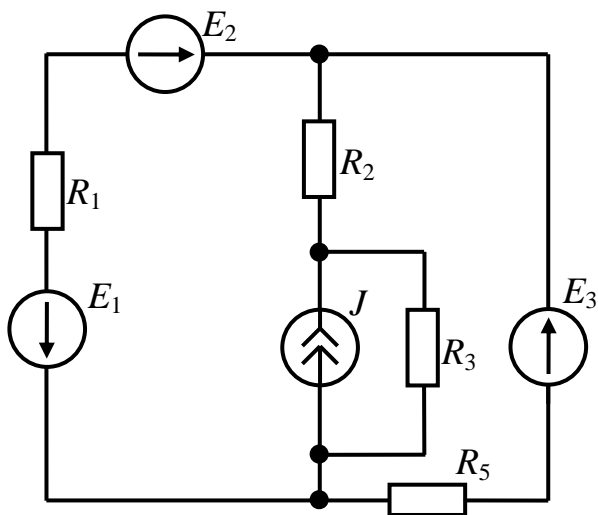


Рис. 1.21

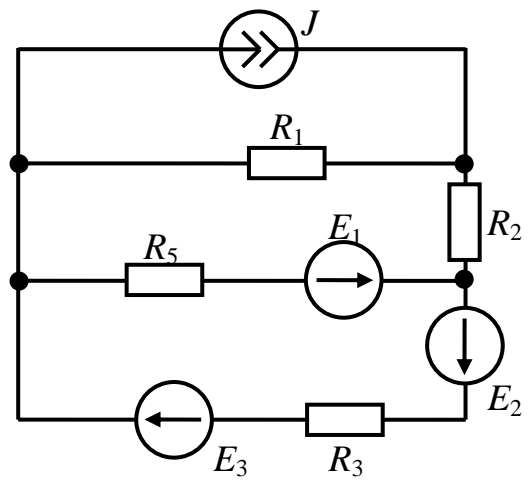


Рис. 1.22

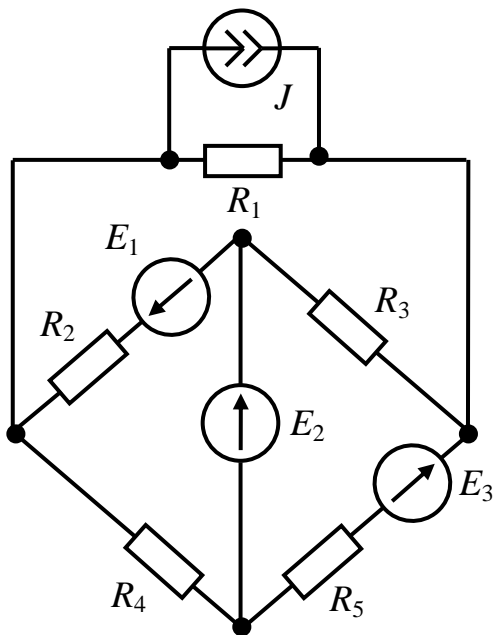


Рис. 1.23

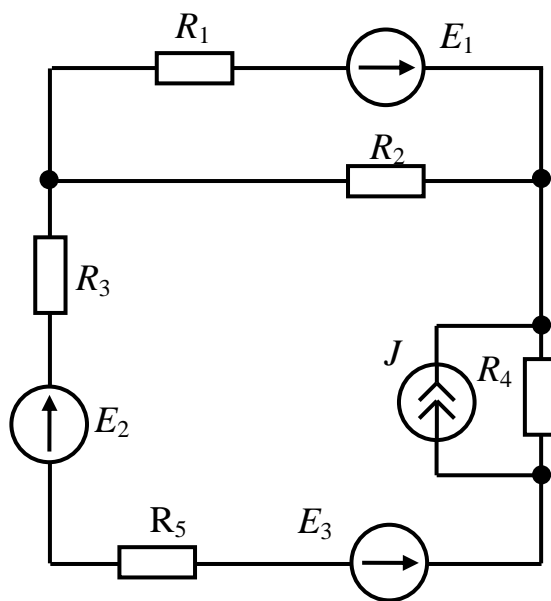


Рис. 1.24

## 1.2 Краткие теоретические положения

### 1.2.1 Расчёт сложных электрических цепей методом непосредственного применения законов Кирхгофа

Метод позволяет рассчитывать цепи любой сложности:

Алгоритм расчёта:

1. Заменяются реальные источники тока реальными источниками э.д.с.
2. В каждой ветви произвольно выбираются направления токов.
3. Составляется система из  $N$  уравнений, где  $N$  – число неизвестных токов (число ветвей цепи).

В систему входят уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа (их число на единицу меньше числа узлов цепи). Недостающее до  $N$  число уравнений составляется по второму закону Кирхгофа.

4. При решении системы уравнений могут получиться отрицательные значения токов (значит, направления этих токов выбраны неверно).

5. Зная токи можно определить напряжения на любых участках данной цепи.

### 1.2.2 Расчёт сложных электрических цепей методом контурных токов

Метод позволяет рассчитать цепь любой сложности.

Алгоритм расчёта:

1. Заменяются реальные источники тока на реальные источники э.д.с.
2. Исключаются ветви, содержащие идеальные источники тока.
3. В каждом элементарном контуре цепи произвольно выбирается направление контурных токов  $I_I, I_{II}, I_{III}, \dots, I_n$ .

Составляется система уравнений вида:



$$\begin{cases} I_I R_{11} + I_{II} R_{12} + \dots + I_n R_{1n} = E_{11} \\ I_I R_{21} + I_{II} R_{22} + \dots + I_n R_{2n} = E_{22} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ I_I R_{n1} + I_{II} R_{n2} + \dots + I_n R_{nn} = E_{nn} \end{cases}$$

где  $R_{11}, R_{22}, \dots, R_{nn}$  - собственные контурные сопротивления, равные суммам сопротивлений контура;

$R_{12} = R_{21}, R_{1n} = R_{n1}$  - взаимные контурные сопротивления, равные сопротивлению ветви, общей для соответствующих смежных контуров (берутся с минусом, если контурные токи в смежных контурах протекают через взаимные сопротивления в противоположных направлениях);

$E_{11}, E_{22}, \dots, E_{nn}$  - контурные э.д.с. соответствующих контуров, равные суммам э.д.с. контура. Значение э.д.с. берется со знаком плюс, если направление контурного тока совпадает с направлением контурной э.д.с., в противном случае э.д.с. надо брать со знаком минус.

4. Решается система уравнений относительно контурных токов и по их значениям определяются фактические точки в ветвях, как разности соответствующих контурных токов.

### 1.2.3 Построение потенциальной диаграммы

*Потенциальная диаграмма* – это графическое изображение распределения электрического потенциала вдоль замкнутого контура в зависимости от сопротивления участков, входящих в выбранный контур.

По оси абсцисс на нем откладываются сопротивления вдоль контура, начиная с какой-либо произвольной точки, по оси ординат – потенциалы точек.

Каждой точке участка цепи или замкнутого контура соответствует своя точка на потенциальной диаграмме.

Алгоритм построения потенциальной диаграммы следующий:

1. Определяются токи в ветвях схемы и указываются их истинные направления.

2. На схеме указываются характерные точки, между которыми содержится один элемент (резистор или ЭДС).

3. Заземляется любая точка, потенциал в которой будет равен нулю, а потенциалы других точек рассчитываются. Если направление обхода контура совпадает с направлением тока через резистор, то потенциал уменьшается. При совпадении направления обхода контура с направлением ЭДС потенциал увеличивается. И наоборот.

4. Строится потенциальная диаграмма. При этом на оси абсцисс в выбранном масштабе откладываются сопротивления между характерными точками, начало координат должно соответствовать точке с нулевым потенциалом.

5. На оси ординат в масштабе откладываются потенциалы характерных точек.

6. Полученные точки соединяются прямыми линиями.

Построим потенциальную диаграмму замкнутого контура фрагмента схемы цепи, изображенного на рис. 1.25, учитывая то, что на схеме указаны истинные направления токов в ветвях схемы.

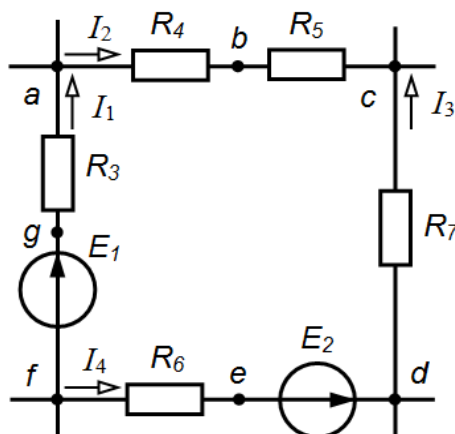


Рис. 1.25

1. Определяем токи в ветвях схемы и указываем их истинные направления.

2. На схеме указываем характерные точки  $a, b, c, d, e, f, g$ , между которыми содержится один элемент (резистор или ЭДС).

3. Заземляем точку  $a$ , потенциал в которой будет равен нулю, и рассчитываем потенциалы других точек.

$$\begin{aligned} \varphi_a = 0; \varphi_b = \varphi_a - I_2 R_4; \varphi_c = \varphi_b - I_2 R_5; \varphi_d = \varphi_c + I_3 R_7; \\ \varphi_e = \varphi_d + I_4 R_6; \varphi_f = \varphi_e - E_2; \varphi_g = \varphi_f + E_1; \varphi_a = \varphi_g - I_1 R_3. \end{aligned}$$

4. Строим потенциальную диаграмму (рис. 1.26). При этом на оси абсцисс в выбранном масштабе откладываем сопротивления между характерными точками, начало координат должно соответствовать точке  $a$  с нулевым потенциалом.

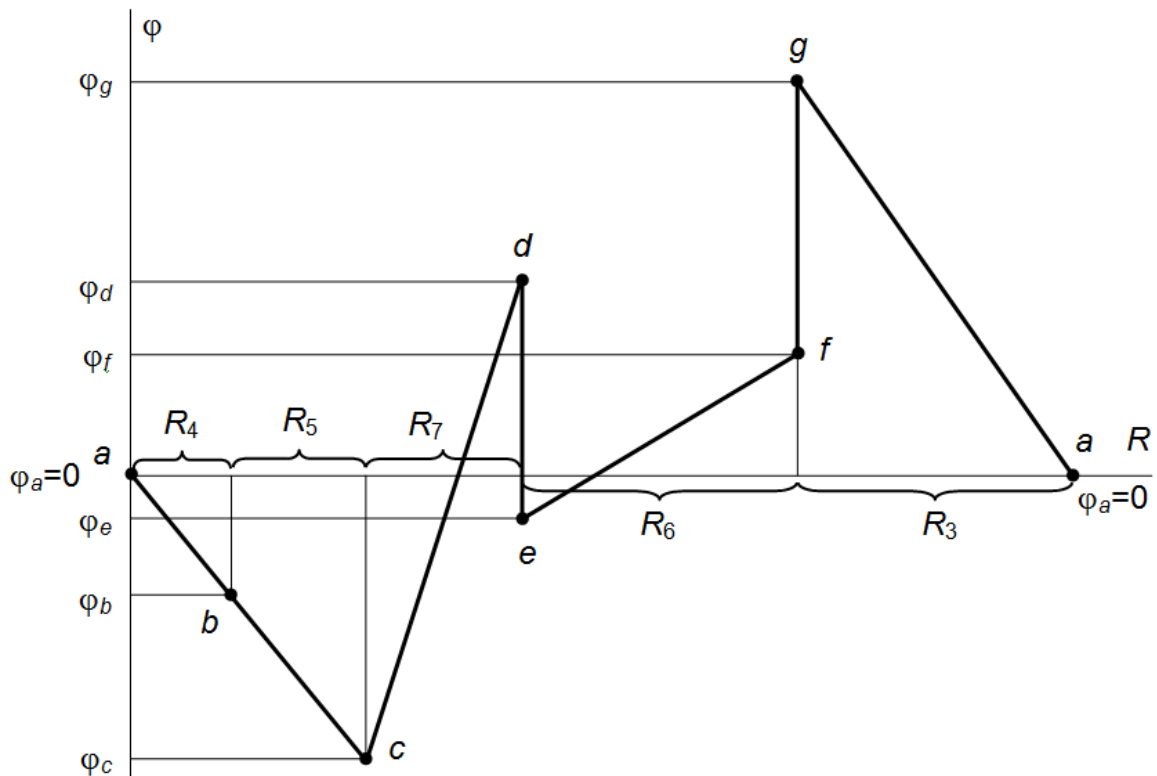


Рис. 1.26

5. На оси ординат в масштабе откладываем потенциалы характерных точек.

6. Полученные точки соединяем прямыми линиями.

На оси абсцисс в выбранном масштабе откладываем сопротивления между характерными точками.

Произвольно примем потенциал одной из точек, например, точки  $a$ ,  $\varphi_a = 0$ . Эту точку на диаграмме (рис. 1.2) поместим в начало координат. Отметим на диаграмме потенциалы всех точек контура и соединим их прямыми линиями.

Потенциальная диаграмма позволяет определить напряжения между любыми точками цепи, если на оси ординат отмечены потенциалы этих точек.

#### 1.2.4 Баланс мощностей в электрической цепи

При протекании токов по резисторам в них выделяется теплота. На основании закона сохранения энергии количество теплоты, выделяющееся в единицу времени в резисторах схемы, должно равняться энергии, доставляемой за то же время источником питания

То есть, в любой электрической цепи должен соблюдаться энергетический баланс – баланс мощностей, который читается так: алгебраическая сумма мощностей всех источников энергии (в частности, источников тока и источников ЭДС) равна арифметической сумме мощностей всех приемников энергии (в частности, резистивных элементов).

Мощность источника э.д.с. равна  $P_{\text{ист}} = EI$ , а источника тока -  $P_{\text{ист}} = JU$ .

Мощность потребления резистором выражается формулой:

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Тогда уравнение баланса мощностей имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{i=m} E_i I_i + \sum_{i=1}^{i=m} J_i U_i = \sum_{j=1}^{j=n} I_j^2 R_j.$$

Причем, источник энергии в цепи может работать в режиме потребителя энергии (режим зарядки источника), если ток через источник э.д.с. противоположен вектору э.д.с. и напряжение на источнике тока совпадает

с вектором тока источника тока. Тогда в уравнении баланса мощности такие слагаемые записываются со знаком минус.

### 1.2.5 Теорема об эквивалентном генераторе (активном двухполюснике)

**Теорема:** Если активную схему, к которой подключена некоторая ветвь, заменить реальным источником э.д.с., с э.д.с. равной напряжению на зажимах активной схемы при отключенной ветви (режим холостого хода) и внутренним сопротивлением равным входному сопротивлению активной схемы при исключении из неё источников энергии, то ток и напряжение этой ветви не изменяются.

### 1.3 Пример расчёта цепи постоянного тока

Заданы схемные параметры цепи (рис. 1.27):

$$R_1 = 86 \text{ Ом}, R_2 = 64 \text{ Ом}, R_3 = 42 \text{ Ом}, R_4 = 56 \text{ Ом}, R_5 = 28 \text{ Ом},$$

$$E_1 = 50 \text{ В}, E_2 = 65 \text{ В}, E_3 = 0 \text{ В}, J = 6 \text{ А}.$$

Рассчитать режимные параметры цепи следующими методами:

1. Методом непосредственного применения законов Кирхгофа рассчитать токи во всех ветвях схемы цепи.

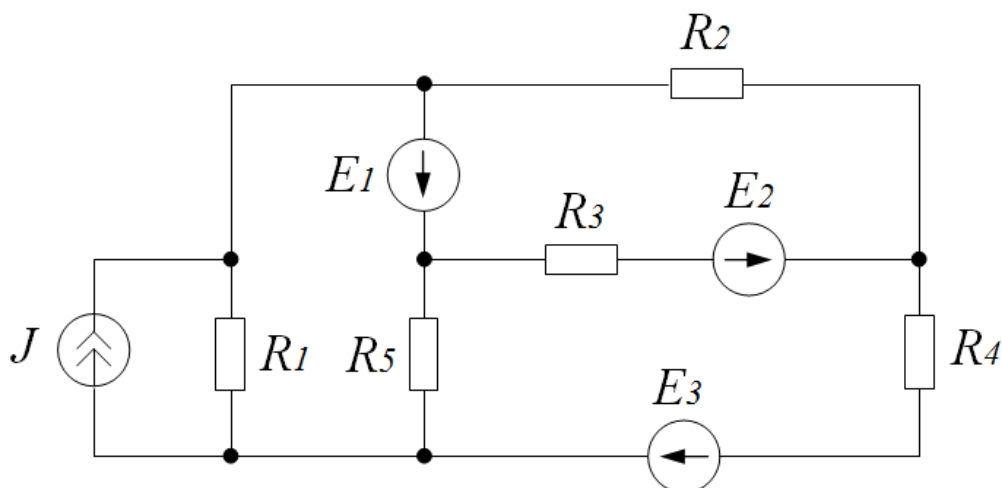


Рис. 1.27

### Решение

Заменим идеальный источник тока на идеальный источник э.д.с., и получим схему цепи рис. 1.28.

$$E_4 = JR_1 = 6 \times 86 = 516 \text{ В.}$$

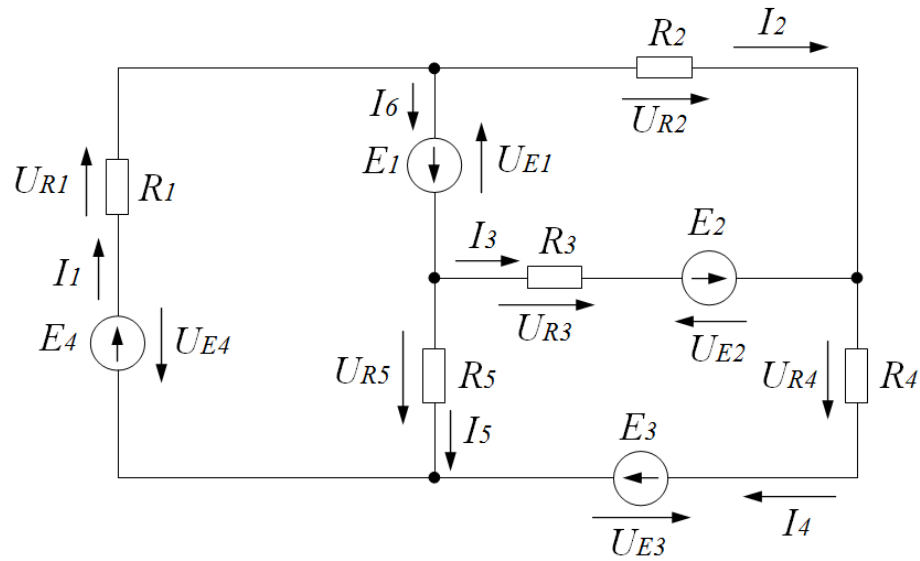


Рис. 1.28

Составим уравнения по первому и второму законам Кирхгофа:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 - I_6 - I_2 = 0 \\ I_2 - I_4 + I_3 = 0 \\ I_5 + I_4 - I_1 = 0 \\ E_4 + E_1 = U_{R1} + U_{R5} \\ -E_1 - E_2 = U_{R2} - U_{R3} \\ E_2 + E_3 = U_{R3} + U_{R4} - U_{R5} \end{array} \right.$$

Выразим напряжения через токи по закону Ома и подставим заданные значения:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 - I_6 - I_2 = 0 \\ I_2 - I_4 + I_3 = 0 \\ I_5 + I_4 - I_1 = 0 \\ 516 + 50 = I_1 R_1 + I_5 R_5 \\ -50 - 65 = I_2 R_2 - I_3 R_3 \\ 65 + 0 = I_3 R_3 + I_4 R_4 - I_5 R_5 \end{array} \right.$$

Получим систему уравнений вида:

$$\begin{cases} I_1 - I_6 - I_2 = 0 \\ I_2 - I_4 + I_3 = 0 \\ I_5 + I_4 - I_1 = 0 \\ 566 = 86I_1 + 28I_5 \\ -115 = 64I_2 - 42I_3 \\ 65 = 42I_3 + 56I_4 - 28I_5 \end{cases}$$

Решив эту систему, получим значения токов:

$$I_1 = 5,345 \text{ А}, I_2 = -0,4723 \text{ А}, I_3 = 2,048 \text{ А},$$

$$I_4 = 1,546 \text{ А}, I_5 = 3,799 \text{ А}, I_6 = 5,817 \text{ А}$$

2. Рассчитать токи в ветвях схемы рис. 1.29 методом контурных токов.

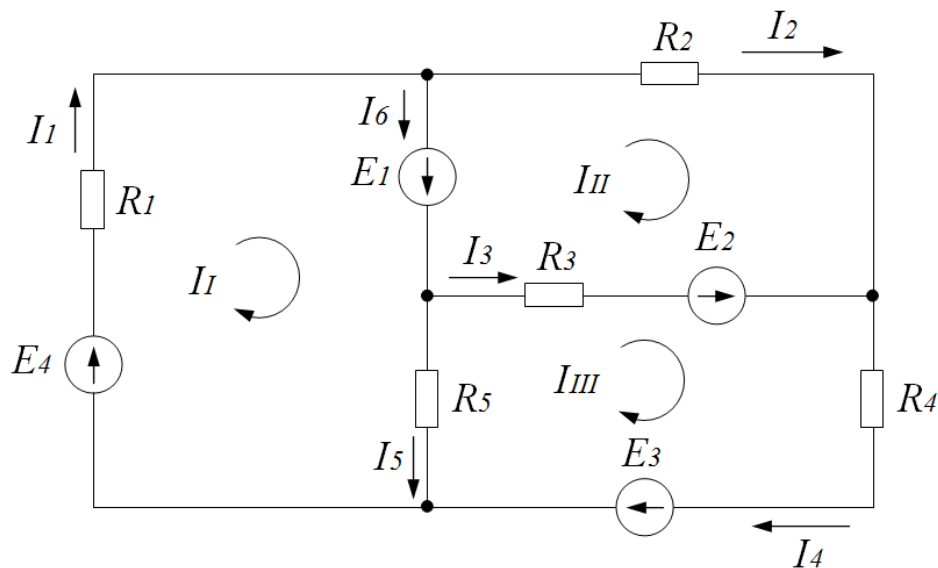


Рис. 1.29

Для определения контурных токов составим систему уравнений:

$$\begin{cases} I_I R_{11} + I_{II} R_{12} + I_{III} R_{13} = E_{11} \\ I_I R_{21} + I_{II} R_{22} + I_{III} R_{23} = E_{22} \\ I_I R_{31} + I_{II} R_{32} + I_{III} R_{33} = E_{33} \end{cases}$$

$$R_{11} = R_1 + R_3 = 114 \text{ Ом},$$

$$R_{22} = R_2 + R_3 = 106 \text{ Ом},$$

$$R_{33} = R_5 + R_3 + R_4 = 114 \text{ Ом},$$

$$R_{12} = R_{21} = 0 \text{ Ом},$$

$$R_{13} = R_{31} = -R_5 = -28 \text{ Ом},$$

$$R_{32} = R_{23} = -R_3 = -42 \text{ Ом},$$

$$E_{11} = E_4 + E_1 = 566 \text{ В},$$

$$E_{22} = -E_1 - E_2 = -50 - 65 = -115 \text{ В},$$

$$E_{33} = E_2 + E_3 = 65 + 0 = 65 \text{ В},$$

$$\begin{cases} 114I_I + 0 - 28I_{III} = 566 \\ 0 + 106I_{II} - 42I_{III} = -115 \\ -281I_I - 42I_{II} + 126I_{III} = 65 \end{cases}$$

Решив эту систему, получаем:

$$I_I = 5,345 \text{ А}; I_{II} = -0,4723 \text{ А}; I_{III} = 1,546 \text{ А};$$

$$I_1 = I_I = 5,345 \text{ А}$$

$$I_2 = I_{II} = -0,4723 \text{ А}$$

$$I_3 = I_{III} - I_{II} = 2,018 \text{ А}$$

$$I_4 = I_{III} = 1,546 \text{ А}$$

$$I_5 = I_I - I_{III} = 3,799 \text{ А}$$

$$I_6 = I_I - I_{II} = 5,345 - (-0,4723) = 5,817 \text{ А}$$

Сопоставив результаты расчёта пункта 1 и пункта 2, получаем, что они различаются не более чем, на  $\pm 5\%$ , что является допустимой ошибкой расчёта.

3. Составить баланс мощностей для данной схемы (рис. 1.30).

$$\sum P_{\text{ист}} = \sum P_{\text{потр}},$$

$$E_4 I_1 + E_1 I_6 + E_2 I_3 + E_3 I_4 = I_1^2 R_1 + I_5^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_4,$$

$$3180 \text{ Вт} = 3169 \text{ Вт}$$

Ошибка в балансе мощностей составляет менее, 5%, что является допустимой погрешностью расчёта.



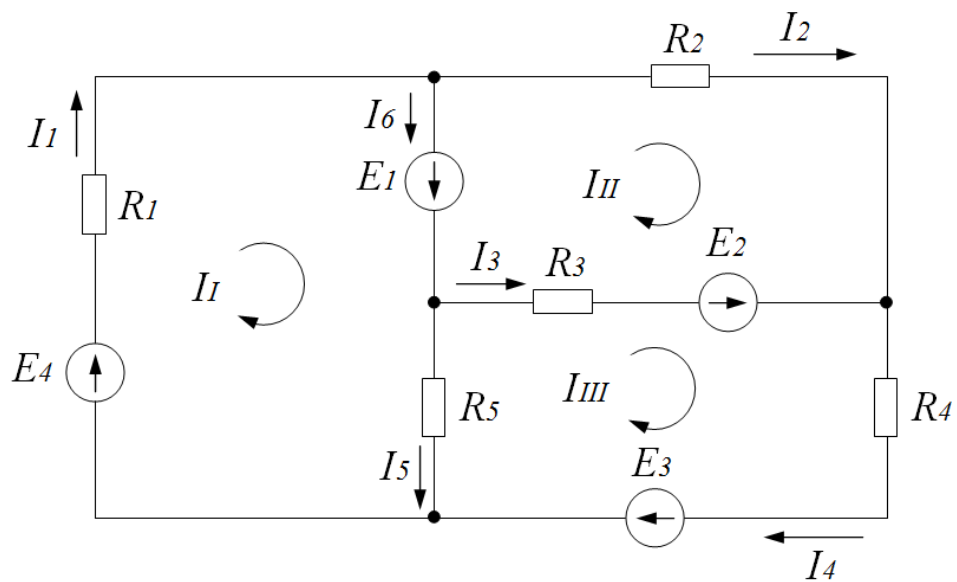


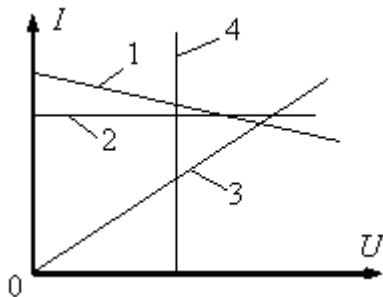
Рис. 1.30

## 1.4 Вопросы и задачи для самоконтроля

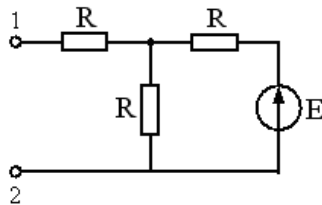
1.4.1 Определите сопротивление нити электрической лампы мощностью 100 Вт, если лампа рассчитана на напряжение 220 В.

1.4.2 Источник тока с ЭДС 18 В имеет внутреннее сопротивление 30 Ом. Какое значение будет иметь сила тока при подключении к этому источнику резистора с электрическим сопротивлением 60 Ом ?

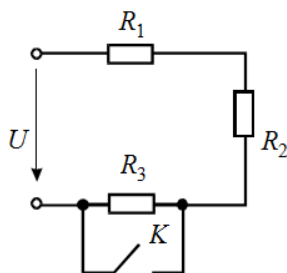
1.4.3 Вольт-амперная характеристика идеального источника тока – это график под номером ?



1.4.4 Если сопротивление резистора  $R=50$  Ом, то сопротивление эквивалентного генератора  $R_{\text{эГ}}$  относительно зажимов 1-2 равно



1.4.5 Как изменится показание амперметра при замыкании ключа?



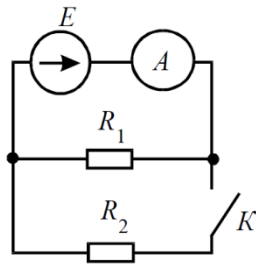
$U_2$  - уменьшится,  $U_1$  – уменьшится,

$U_2$  - увеличится,  $U_1$  – уменьшится,

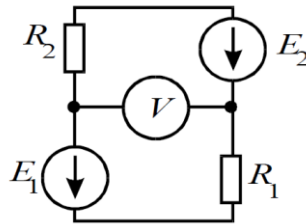
$U_2$  - увеличится,  $U_1$  – увеличится;

$U_2$  - не изменится,  $U_1$  - не изменится

1.4.6 В цепи  $R_1=15$  Ом;  $R_2=25$  Ом;  $E_1=120$  В;  $E_2=40$  В. Определить показания вольтметра.



1.4.7 В цепи  $R_1=15$  Ом;  $R_2 =25$  Ом;  $E_1=120$  В;  $E_2=40$  В. Определить показания вольтметра.



1.4.8 Потеря напряжения – это...

а) совокупность устройств, предназначенных для получения электрического тока

б) разность напряжений в начале и в конце линии

в) ее участок, расположенный между двумя узлами

г) точка электрической цепи, в которой соединяется три и более проводов

ВОДОВ

д) замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям

## 2. Анализ линейной электрической цепи переменного тока

### 2.1. Задание №2

1. Рассчитать в комплексной форме действующие значения токов во всех ветвях и напряжений на всех элементах для одной из схем рис. 2.1-2.30. Параметры источников энергии заданы в табл. 2.2, а параметры элементов цепи в табл. 2.1. (Для расчета токов предлагается использовать метод контурных токов или метод двух узлов).

2. Рассчитать значения комплексных потенциалов для всех точек цепи, приняв равным нулю потенциал точки, указанный в табл. 2.1.

3. Построить совмещенную топографическую и векторную диаграммы для своей цепи.

4. Составить в комплексной форме баланс активных и реактивных мощностей цепи.

Табл. 2.1

№ рис.	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$L_1$ , Гн	$L_2$ , Гн	$C_1$ , мкФ	$C_2$ , мкФ	потенциал точки равен нулю
2.1	100	150	200	50	0,03	0,25	5	-	<i>b</i>
2.2	50	260	260	300	0,18	0,3	14	41	<i>c</i>
2.3	270	150	50	250	0,04	1	30	16	<i>d</i>
2.4	120	240	270	50	0,16	-	6	22	<i>k</i>
2.5	60	230	280	180	0,05	-	15	-	<i>m</i>
2.6	280	160	60	-	0,3	0,5	40	-	<i>n</i>
2.7	290	170	260	-	0,06	0,4	7	20	<i>b</i>
2.8	70	220	290	-	0,17	0,5	1	-	<i>c</i>
2.9	100	200	70	160	0,08	0,13	8	16	<i>d</i>
2.10	280	180	110	-	0,2	0,14	17	50	<i>k</i>
2.11	80	240	300	-	0,18	0,2	50	12	<i>m</i>
2.12	290	190	320	60	0,09	-	20	10	<i>n</i>
2.13	300	190	-	-	0,26	0,15	9	52	<i>b</i>

2.14	90	180	310	-	0,12	0,2	18	60	<i>c</i>
2.15	320	200	80	-	0,09	-	60	10	<i>d</i>
2.16	10	170	250	-	0,19	-	10	41	<i>k</i>
2.17	340	210	90	-	0,75	0,18	19	20	<i>m</i>
2.18	70	160	-	-	0,1	0,7	52	8	<i>n</i>
2.19	110	220	320	50	0,2	0,8	38	28	<i>b</i>
2.20	220	150	200	100	0,3	-	11	32	<i>c</i>
2.21	120	230	330	-	0,11	0,9	20	6	<i>d</i>
2.22	350	170	120	-	0,4	-	40	48	<i>k</i>
2.23	130	240	340	-	0,5	-	12	51	<i>m</i>
2.24	60	140	130	-	0,12	0,15	21	5	<i>n</i>
2.25	140	250	350	-	0,6	0,3	13	60	<i>n</i>
2.26	50	220	120	-	1	0,06	52	40	<i>b</i>
2.27	160	60	270	-	0,8	0,07	14	48	<i>c</i>
2.28	100	240	70	-	0,1	-	22	16	<i>d</i>
2.29	150	80	140	-	0,3	-	13	21	<i>k</i>
2.30	90	320	130	-	0,7	0,5	21	15	<i>m</i>
2.1	220	50	320	100	0,2	0,08	50	-	<i>n</i>
2.2	240	80	200	120	0,25	0,4	12	22	<i>b</i>
2.3	250	220	210	150	0,2	0,09	20	14	<i>c</i>
2.4	80	120	180	220	0,6	-	48	23	<i>d</i>
2.5	90	60	230	190	0,03	-	11	13	<i>k</i>
2.6	100	130	240	-	0,19	0,1	19	-	<i>m</i>
2.7	110	70	140	-	0,5	0,3	45	24	<i>n</i>
2.8	120	140	250	-	0,05	0,24	10	-	<i>b</i>
2.9	300	80	150	200	0,17	0,11	18	12	<i>c</i>
2.10	310	150	160	-	0,18	0,23	44	25	<i>d</i>
2.11	320	90	170	-	0,4	0,12	9	11	<i>k</i>
2.12	340	160	260	230	0,06	-	17	26	<i>m</i>

2.13	350	100	180	-	0,16	0,21	43	27	<i>n</i>
2.14	50	170	270	-	0,12	0,13	8	10	<i>b</i>
2.15	60	160	190	-	0,3	-	16	28	<i>c</i>
2.16	70	180	280	-	0,08	-	42	30	<i>n</i>
2.17	80	190	290	-	0,1	0,14	6	9	<i>k</i>
2.18	90	120	290	-	0,2	0,21	15	32	<i>m</i>
2.19	100	200	200	320	0,09	0,13	41	60	<i>n</i>
2.20	110	130	300	80	0,1	-	5	8	<i>b</i>

Таблица 2.2

№ вар.	№ рис.	$f$ , Гц	$e_1$ , В	$e_2$ , В	$e_3$ , В	$e_4$ , В
1	2.1	50	$21 \sin(\omega t - 110^0)$	$90 \sin(\omega t + 190^0)$	$76 \cos(\omega t + 20^0)$	$80 \sin \omega t$
2	2.2	100	$48 \cos(\omega t + 140^0)$	$22 \sin(\omega t - 225^0)$	$100 \sin(\omega t + 65^0)$	$60 \sin(\omega t + 180^0)$
3	2.3	200	$74 \sin(\omega t - 115^0)$	$49 \cos(\omega t + 192^0)$	$23 \cos(\omega t + 21^0)$	$50 \sin(\omega t + 90^0)$
4	2.4	300	$25 \sin(\omega t - 141^0)$	$75 \sin(\omega t - 229^0)$	$58 \cos(\omega t + 68^0)$	$24 \sin(\omega t + 270^0)$
5	2.5	50	$54 \cos(\omega t - 116^0)$	$26 \sin(\omega t + 193^0)$	$50 \sin(\omega t + 22^0)$	$51 \sin(\omega t + 360^0)$
6	2.6	100	$77 \sin(\omega t + 142^0)$	$55 \cos(\omega t - 230^0)$	$27 \sin(\omega t - 280^0)$	$76 \sin \omega t$
7	2.7	200	$29 \sin(\omega t - 117^0)$	$78 \sin(\omega t + 232^0)$	$100 \cos(\omega t + 23^0)$	$28 \sin(\omega t - 90^0)$
8	2.8	300	$57 \cos(\omega t + 143^0)$	$120 \sin(\omega t - 195^0)$	$79 \cos(\omega t - 290^0)$	$56 \sin(\omega t - 180^0)$
9	2.9	50	$80 \sin(\omega t - 144^0)$	$30 \cos(\omega t + 235^0)$	$150 \sin(\omega t + 24^0)$	$90 \sin(\omega t - 270^0)$
10	2.10	100	$50 \sin(\omega t + 118^0)$	$58 \sin(\omega t - 197^0)$	$31 \cos(\omega t - 300^0)$	$33 \sin(\omega t - 360^0)$
11	2.11	200	$34 \cos(\omega t - 145^0)$	$81 \sin(\omega t + 238^0)$	$59 \sin(\omega t + 25^0)$	$60 \sin \omega t$

12	2.12	300	$61 \sin(\omega t + 120^0)$	$130 \cos(\omega t - 198^0)$	$82 \sin(\omega t - 310^0)$	$80 \sin(\omega t + 90^0)$
13	2.13	50	$84 \sin(\omega t - 148^0)$	$35 \sin(\omega t + 240^0)$	$14 \cos(\omega t + 26^0)$	$83 \sin(\omega t + 180^0)$
14	2.14	100	$60 \cos(\omega t - 122^0)$	$62 \sin(\omega t - 200^0)$	$36 \sin(\omega t - 320^0)$	$90 \sin(\omega t + 270^0)$
15	2.15	200	$70 \sin(\omega t - 150^0)$	$85 \cos(\omega t + 245^0)$	$63 \sin(\omega t + 27^0)$	$37 \sin(\omega t + 360^0)$
16	2.16	300	$38 \sin(\omega t + 125^0)$	$100 \sin(\omega t - 220^0)$	$130 \cos(\omega t - 330^0)$	$64 \sin \omega t$
17	2.17	50	$65 \cos(\omega t - 158^0)$	$39 \sin(\omega t + 230^0)$	$140 \sin(\omega t + 28^0)$	$86 \sin(\omega t - 90^0)$
18	2.18	100	$87 \sin(\omega t + 128^0)$	$66 \cos(\omega t - 225^0)$	$120 \sin(\omega t - 340^0)$	$40 \sin(\omega t - 180^0)$
19	2.19	200	$41 \sin(\omega t - 157^0)$	$88 \sin(\omega t + 235^0)$	$119 \cos(\omega t + 29^0)$	$67 \sin(\omega t - 270^0)$
20	2.20	300	$68 \cos(\omega t + 130^0)$	$42 \sin(\omega t - 205^0)$	$89 \sin(\omega t - 350^0)$	$90 \sin(\omega t - 360^0)$
21	2.21	50	$90 \sin(\omega t - 158^0)$	$69 \cos(\omega t + 230^0)$	$43 \sin(\omega t + 30^0)$	$44 \sin \omega t$
22	2.22	100	$45 \sin(\omega t + 132^0)$	$118 \sin(\omega t - 215^0)$	$70 \cos(\omega t - 360^0)$	$80 \sin(\omega t + 90^0)$
23	2.23	200	$71 \cos(\omega t - 159^0)$	$114 \sin(\omega t + 225^0)$	$46 \sin(\omega t + 31^0)$	$110 \sin(\omega t + 180^0)$
24	2.24	300	$20 \sin(\omega t + 135^0)$	$116 \sin(\omega t - 160^0)$	$112 \sin(\omega t - 321^0)$	$40 \sin(\omega t + 270^0)$
25	2.25	50	$116 \sin(\omega t - 160^0)$	$114 \sin(\omega t + 230^0)$	$78 \cos(\omega t + 320^0)$	$47 \sin(\omega t + 360^0)$



26	2.26	100	$30 \sin(\omega t + 190^0)$	$43 \cos(\omega t - 110^0)$	$130 \sin(\omega t + 33^0)$	$133 \sin \omega t$
27	2.27	200	$65 \cos(\omega t + 193^0)$	$77 \sin(\omega t + 112^0)$	$60 \sin(\omega t - 45^0)$	$72 \sin(\omega t - 90^0)$
28	2.28	300	$31 \sin(\omega t + 225^0)$	$44 \cos(\omega t - 140^0)$	$131 \sin(\omega t + 45^0)$	$118 \sin(\omega t - 180^0)$
29	2.29	50	$86 \cos(\omega t + 194^0)$	$97 \sin(\omega t + 114^0)$	$61 \sin(\omega t - 50^0)$	$79 \sin(\omega t - 270^0)$
30	2.30	100	$32 \sin(\omega t + 196^0)$	$45 \cos(\omega t + 118^0)$	$132 \sin(\omega t + 34^0)$	$119 \sin(\omega t + 360^0)$
31	2.1	200	$87 \cos(\omega t + 230^0)$	$98 \sin(\omega t + 141^0)$	$62 \sin(\omega t - 51^0)$	$74 \sin \omega t$
32	2.2	300	$33 \cos(\omega t - 198^0)$	$46 \sin(\omega t + 120^0)$	$108 \sin(\omega t - 53^0)$	$120 \sin(\omega t - 90^0)$
33	2.3	50	$88 \sin(\omega t + 232^0)$	$99 \cos(\omega t - 142^0)$	$63 \sin(\omega t + 49^0)$	$75 \sin \omega t$
34	2.4	100	$34 \sin(\omega t + 200^0)$	$47 \cos(\omega t + 122^0)$	$109 \sin(\omega t + 35^0)$	$121 \sin(\omega t - 180^0)$
35	2.5	200	$89 \cos(\omega t + 234^0)$	$100 \sin(\omega t + 143^0)$	$64 \sin(\omega t - 56^0)$	$76 \sin(\omega t - 270^0)$
36	2.6	300	$35 \sin(\omega t + 2346^0)$	$48 \cos(\omega t - 124^0)$	$110 \sin(\omega t + 50^0)$	$122 \sin(\omega t - 360^0)$
37	2.7	50	$90 \cos(\omega t - 205^0)$	$90 \cos(\omega t - 205^0)$	$65 \sin(\omega t - 58^0)$	$77 \sin \omega t$
38	2.8	100	$36 \sin(\omega t + 208^0)$	$49 \cos(\omega t + 144^0)$	$111 \sin(\omega t + 36^0)$	$123 \sin(\omega t + 90^0)$
39	2.9	200	$91 \cos(\omega t + 236^0)$	$102 \sin(\omega t + 145^0)$	$66 \sin(\omega t - 59^0)$	$78 \sin(\omega t + 180^0)$

40	2.10	300	$37 \sin(\omega t + 240^0)$	$50 \cos(\omega t - 130^0)$	$112 \sin(\omega t + 37^0)$	$124 \sin(\omega t + 270^0)$
41	2.11	50	$92 \cos(\omega t - 210^0)$	$103 \sin(\omega t + 131^0)$	$67 \sin(\omega t - 60^0)$	$79 \sin(\omega t + 360^0)$
42	2.12	100	$38 \sin(\omega t + 212^0)$	$51 \cos(\omega t + 148^0)$	$113 \sin(\omega t + 51^0)$	$125 \sin \omega t$
43	2.13	200	$93 \cos(\omega t + 242^0)$	$104 \sin(\omega t + 150^0)$	$68 \sin(\omega t - 62^0)$	$80 \sin(\omega t - 90^0)$
44	2.14	300	$39 \sin(\omega t + 244^0)$	$92 \cos(\omega t - 132^0)$	$114 \sin(\omega t + 38^0)$	$126 \sin(\omega t - 180^0)$
45	2.15	50	$94 \cos(\omega t - 214^0)$	$105 \sin(\omega t + 134^0)$	$69 \sin(\omega t - 64^0)$	$81 \sin(\omega t - 270^0)$
46	2.16	100	$40 \sin(\omega t + 216^0)$	$53 \cos(\omega t + 152^0)$	$115 \sin(\omega t + 52^0)$	$127 \sin(\omega t - 360^0)$
47	2.17	200	$95 \cos(\omega t + 246^0)$	$106 \sin(\omega t + 136^0)$	$70 \sin(\omega t - 66^0)$	$82 \sin \omega t$
48	2.18	300	$41 \sin(\omega t + 218^0)$	$54 \cos(\omega t + 136^0)$	$116 \sin(\omega t + 39^0)$	$128 \sin(\omega t + 90^0)$
49	2.19	50	$96 \cos(\omega t - 220^0)$	$107 \sin(\omega t + 155^0)$	$71 \sin(\omega t - 80^0)$	$83 \sin(\omega t + 180^0)$
50	2.20	100	$42 \sin(\omega t + 248^0)$	$55 \cos(\omega t - 160^0)$	$117 \sin(\omega t + 40^0)$	$129 \sin(\omega t + 270^0)$

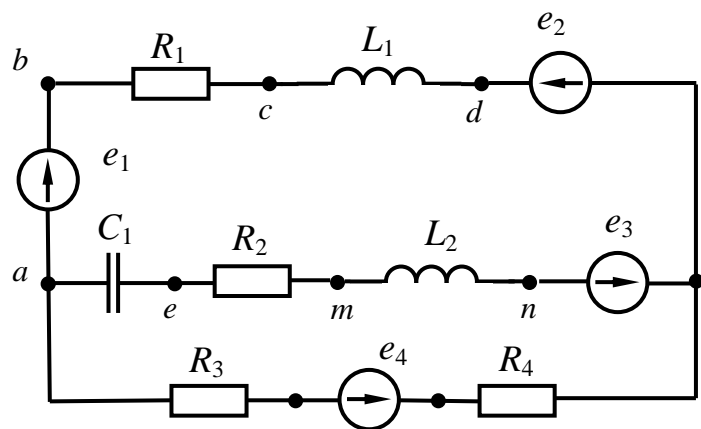


Рис. 2.1

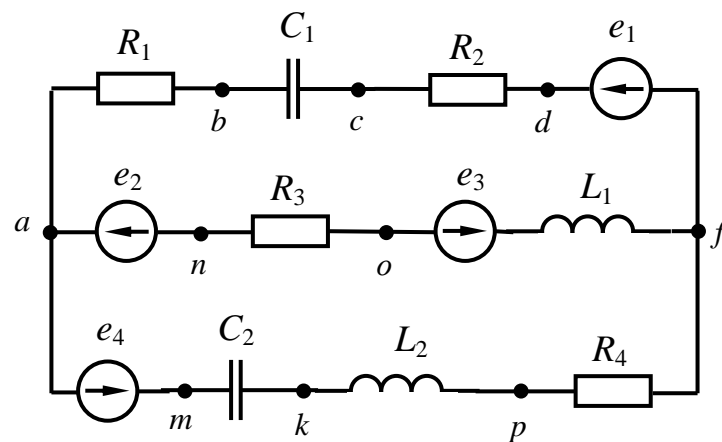


Рис. 2.2

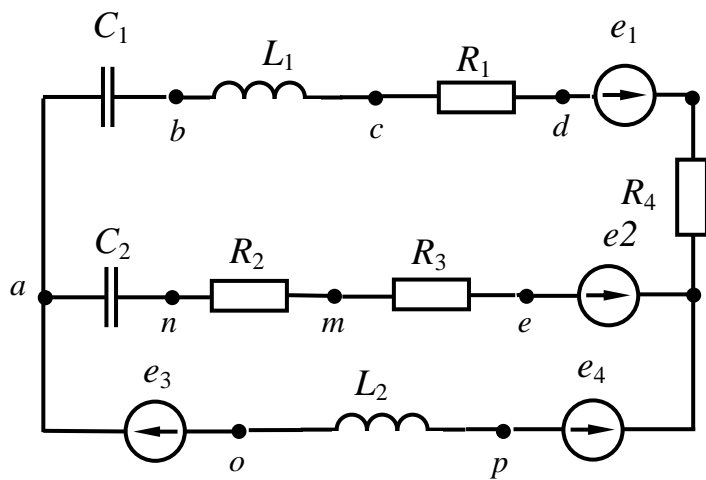


Рис. 2.3

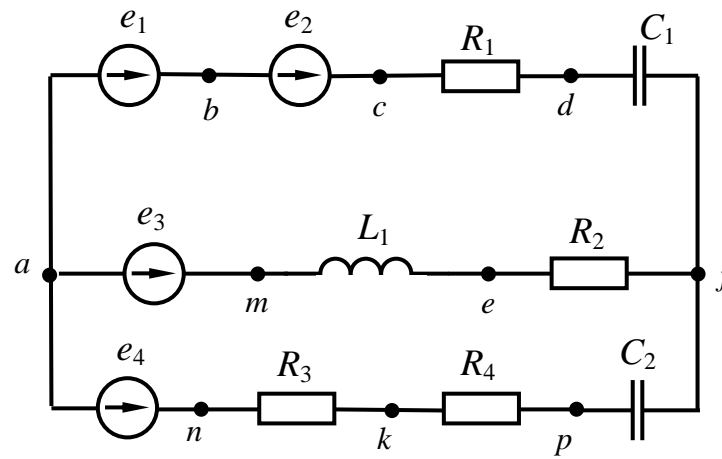


Рис. 2.4

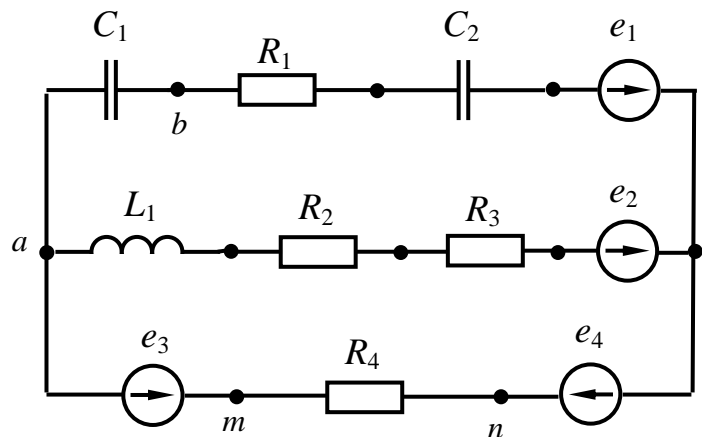


Рис. 2.5

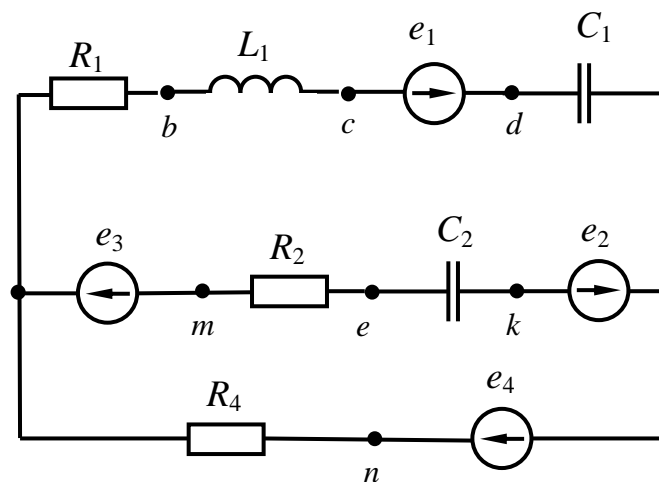


Рис. 2.6

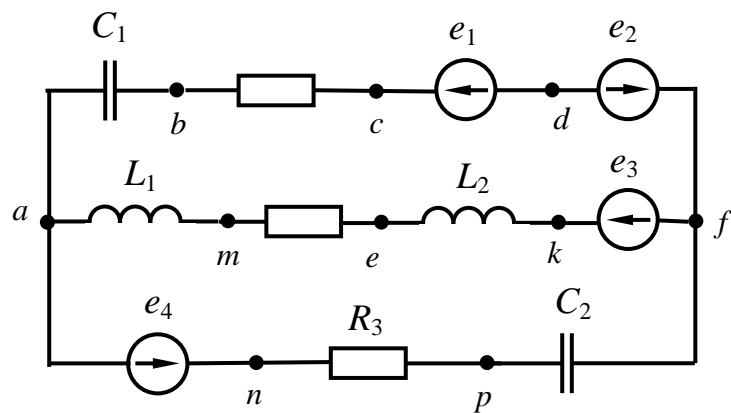


Рис. 2.7

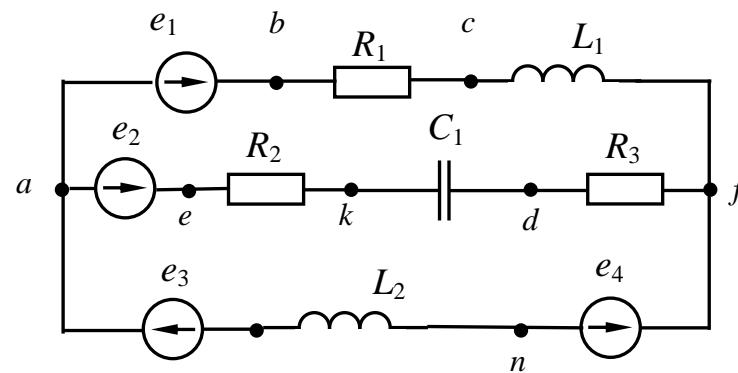


Рис. 2.8

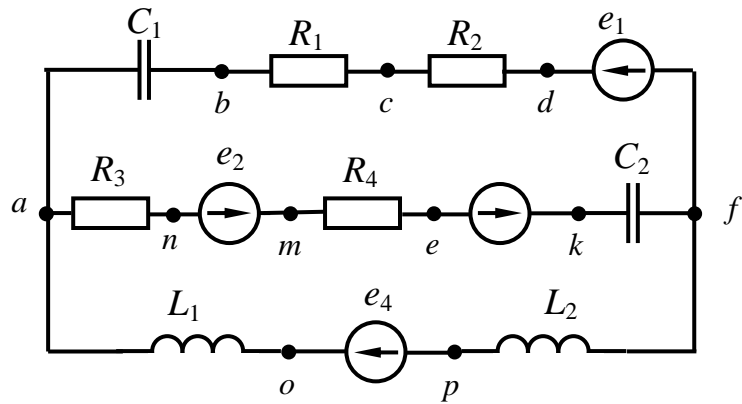


Рис. 2.9

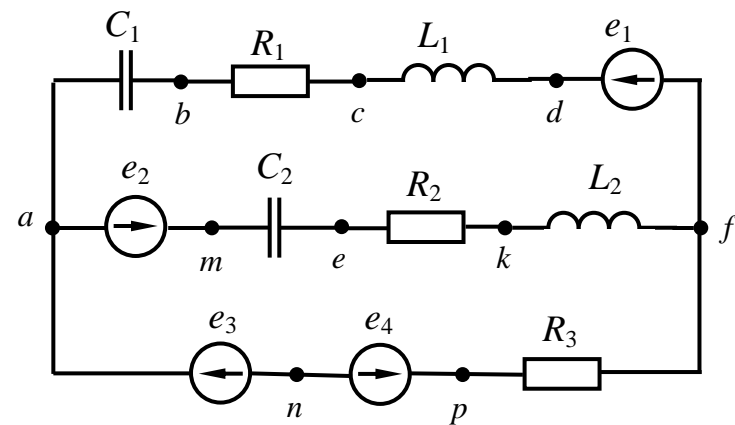


Рис. 2.10

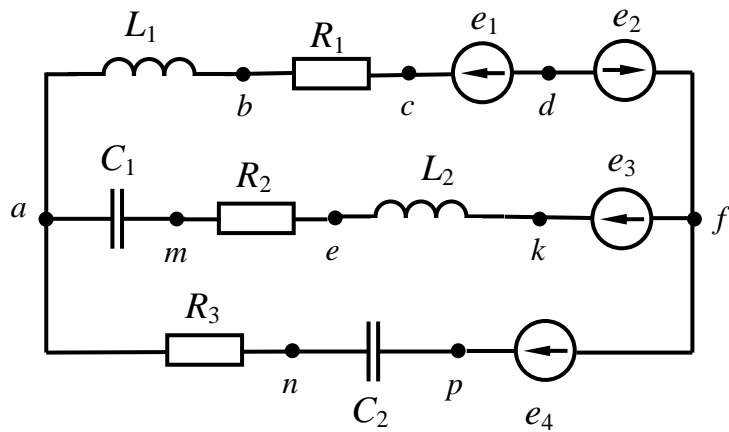


Рис. 2.11

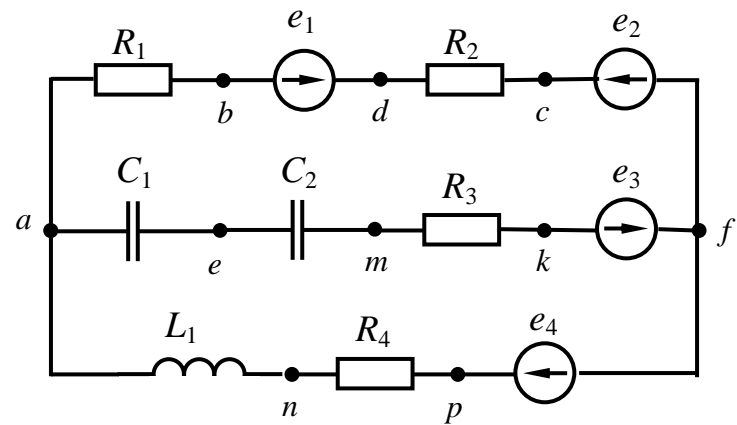


Рис. 2.12

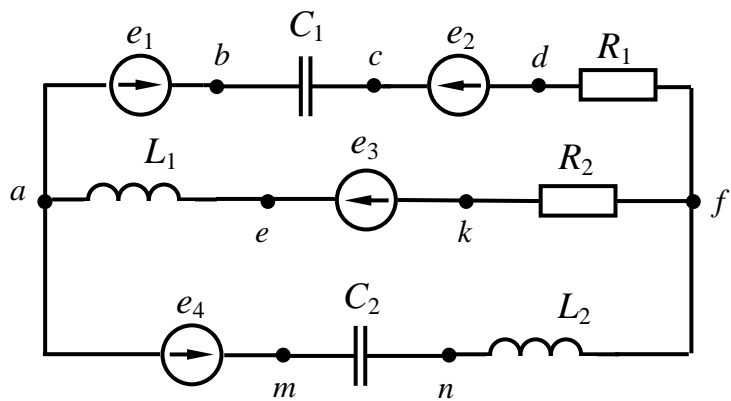


Рис. 2.13

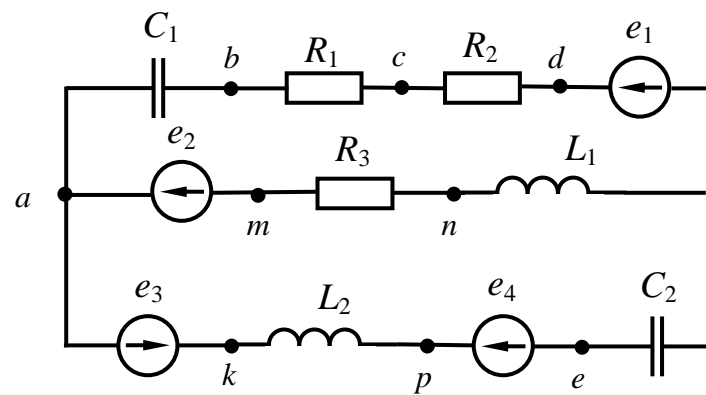


Рис. 2.14

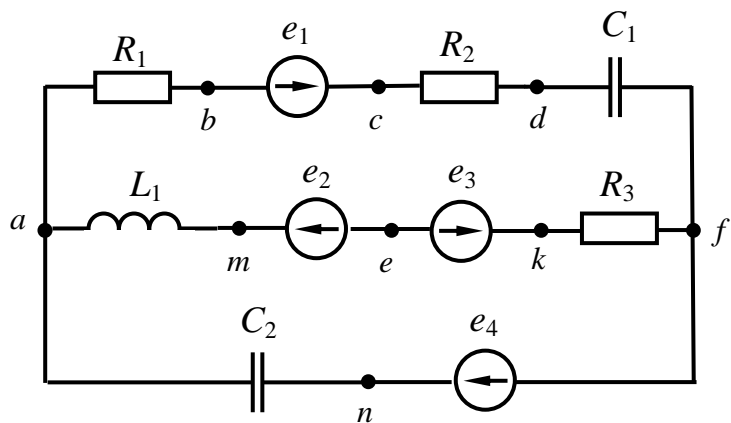


Рис. 2.15

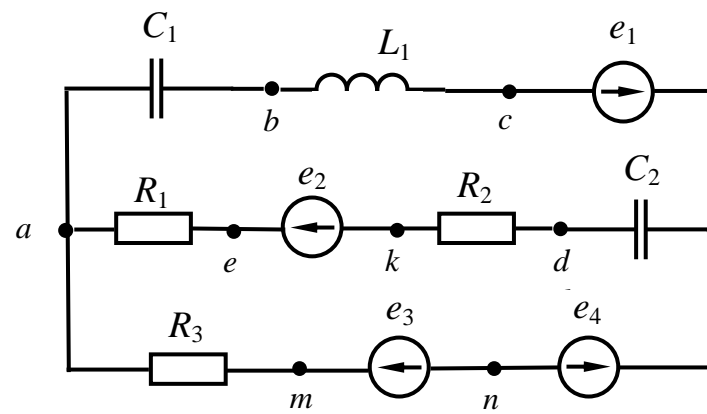


Рис. 2.16

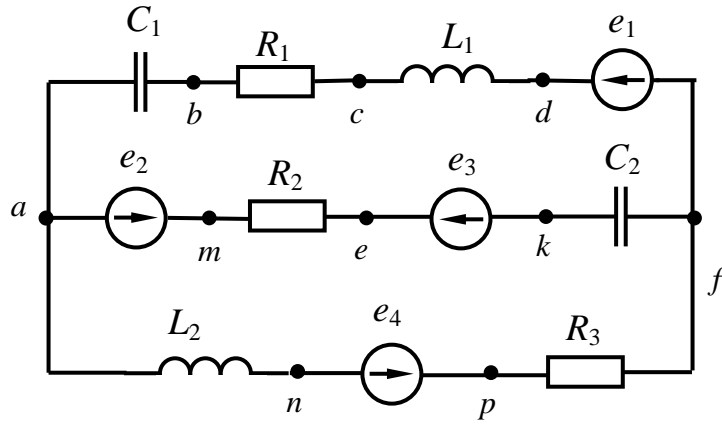


Рис.2.17

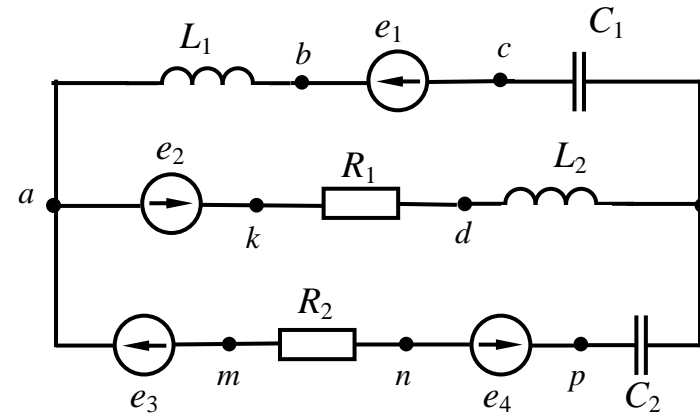


Рис.2.18

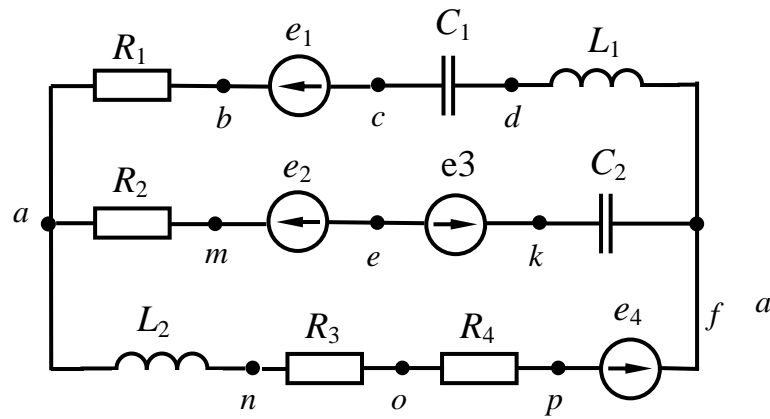


Рис. 2.19

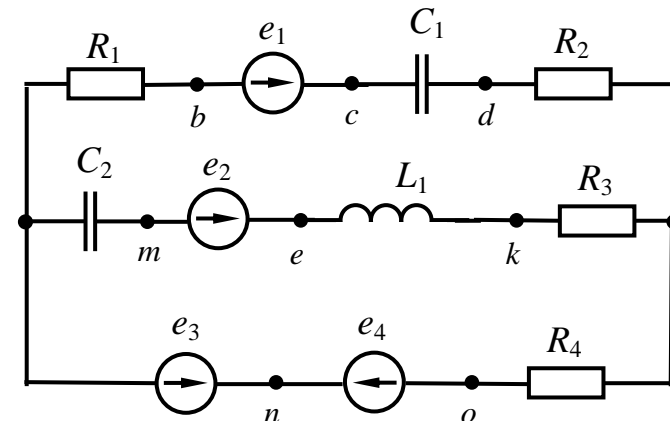


Рис. 2.20

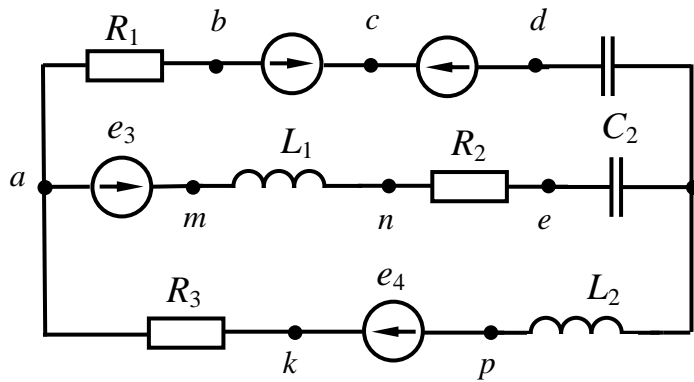


Рис. 2.21

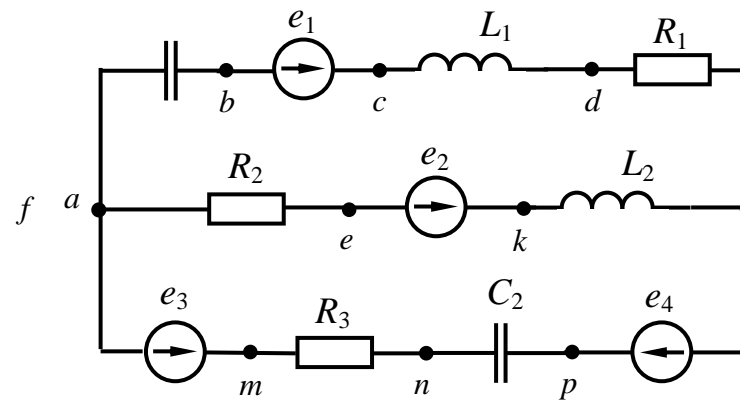


Рис. 2.22

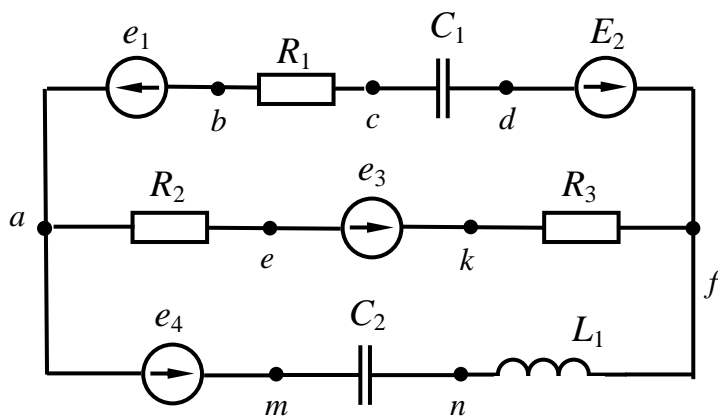


Рис. 2.23

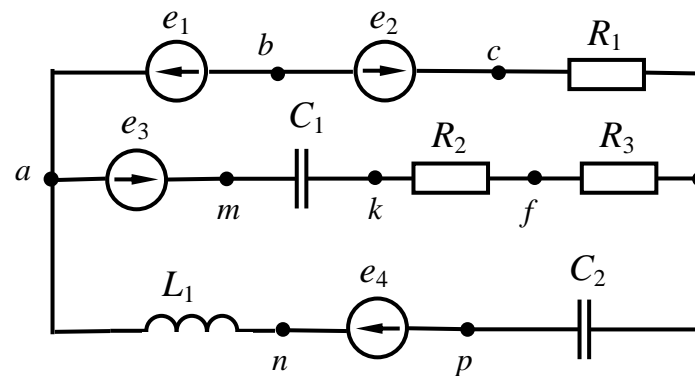


Рис. 2.24



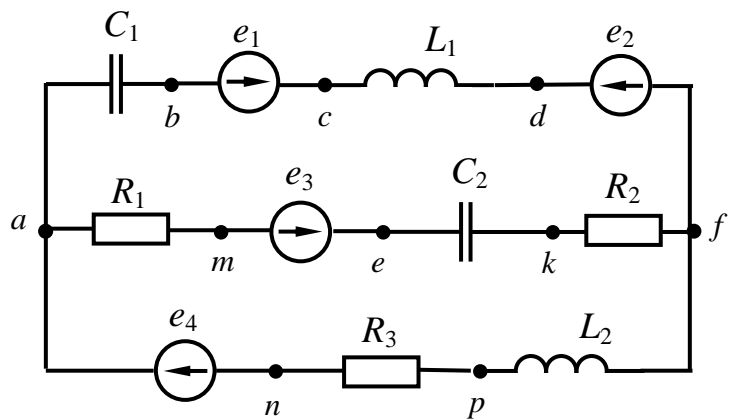


Рис. 2.25

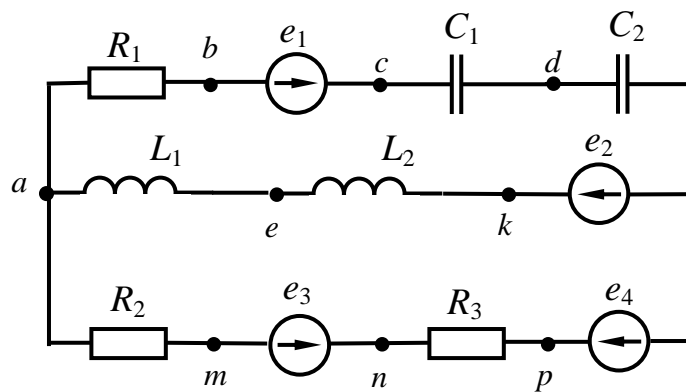


Рис. 2.26

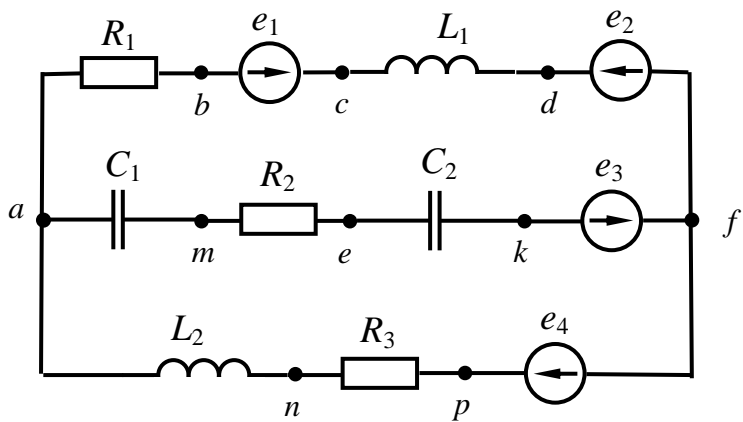


Рис. 2.27

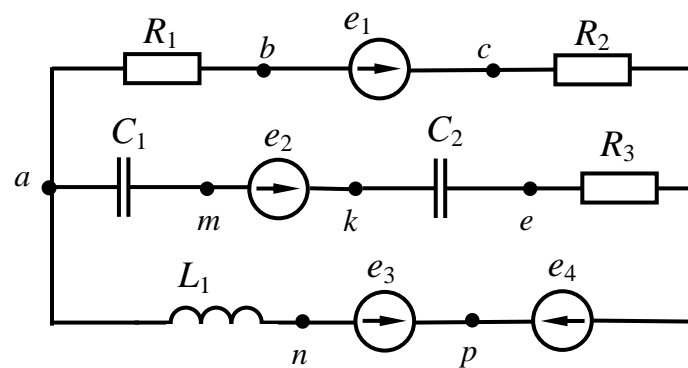


Рис. 2.28

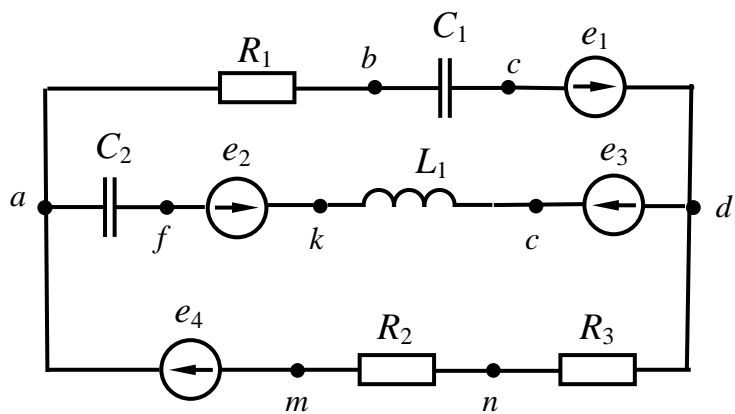


Рис. 2.29

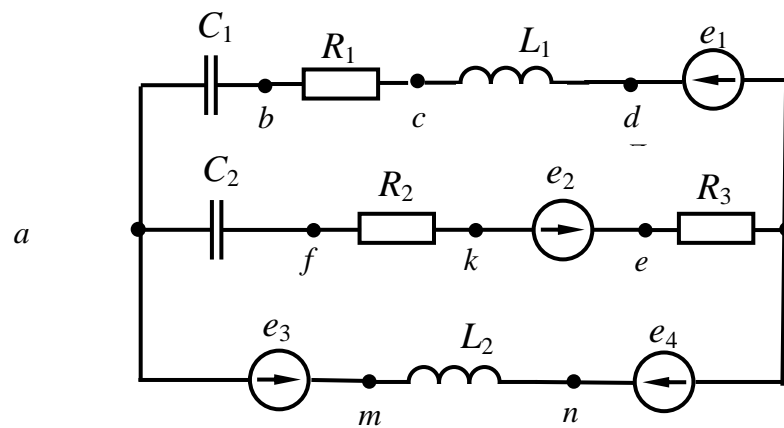


Рис.2.30

## 2.2 Краткие теоретические положения

Электромагнитный процесс в электрической цепи считается периодическим, если мгновенные значения напряжений и токов повторяются через равные промежутки времени  $T$ . Время  $T$  называется периодом. Напряжения  $u(t) = u(t + T)$  и токи  $i(t) = i(t + T)$  ветвей электрической цепи являются периодическими функциями времени.

Величина, обратная периоду (число периодов в единицу времени), называется частотой:  $f = 1/T$ . Частота имеет размерность  $1/c$ , а единицей измерения частоты служит Герц (Гц).

Широкое применение в электротехнике нашли синусоидальные напряжения и токи:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

В этих выражениях  $u(t), i(t)$  – мгновенные значения,  $U_m, I_m$  – максимальные или амплитудные значения,  $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$  – угловая частота (скорость изменения аргумента),  $\psi_u, \psi_i$  – начальные фазы,  $(\omega t + \psi_u), (\omega t + \psi_i)$  – фазы, соответственно напряжения и тока.

Графики изменения  $u(t), i(t)$  удобно представлять не в функции времени  $t$ , а в функции угловой величины  $\omega t$ , пропорциональной  $t$  (рис. 2.1).

Величина  $\varphi = (\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i) = \psi_u - \psi_i$  называется углом сдвига фаз. На рис. 2.31  $\psi_u > 0, \psi_i > 0, \varphi = \psi_u - \psi_i > 0$ , т. е. напряжение опережает ток. Аналогично можно ввести понятия углов сдвига фаз между двумя напряжениями или токами.

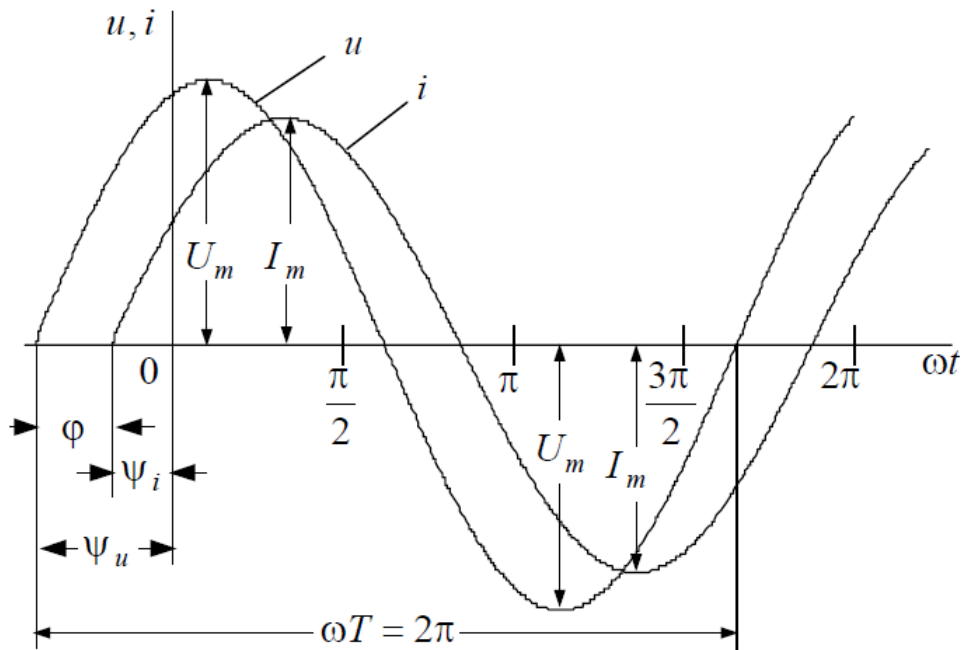


Рис. 2.31

Количество тепла, рассеиваемого на сопротивление  $R$  при протекании по нему тока, электромагнитная сила взаимодействия двух проводников с равными токами, пропорциональны квадрату тока. Поэтому о величине тока судят по действующему значению за период. Действующее значение периодического тока  $i(t)$  определяется по выражению

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}.$$

Для квадратов левой и правой частей этого равенства, после умножения их на  $RT$ , будем иметь:

$$I^2 RT = \int_0^T Ri^2 dt.$$

Из этого равенства следует, что действующее значение периодического тока равно по величине такому постоянному току  $I$ , который на неизменном сопротивлении  $R$  за время  $T$  выделяет тоже количество тепла, что и ток  $i(t)$ .

При синусоидальном токе  $i(t) = I_m \sin \omega t$  интеграл

$$\int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{I_m^2 T}{2} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{I_m^2 T}{2}$$

Следовательно, действующее значение синусоидального тока равно

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Действующие значения синусоидальных напряжений  $u(t)$ , э. д. с.  $e(t)$  определяются аналогично:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Среднее значение синусоидального тока определяется как среднее за половину периода. Поэтому,

$$I_{\text{ср}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2I_m}{\omega T} (-\cos \omega t) \Big|_0^{T/2} = \frac{2}{\pi} I_m$$

Средние значения синусоидальных напряжений  $u(t)$ , э.д.с.  $e(t)$  определяются аналогично:

$$U_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} U_m, E_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} E_m.$$

Для синусоидальных токов  $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . уравнения идеальных элементов  $R, L, C$  при принятых на рис. 2.31 положительных направлениях имеют вид

$$u_R = iR = RI_m \sin(\omega t + \psi_i), U_R = IR, \varphi = \psi_u - \psi_i = 0.$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \omega LI_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ), U_L = \omega LI, \varphi = \psi_u - \psi_i = 90^\circ.$$

$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ), U_C = \frac{1}{\omega C},$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -90^\circ.$$

На активном сопротивлении  $R$  мгновенные значения напряжения и тока совпадают по фазе. Угол сдвига фаз  $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$  (рис. 2.32. а).

На индуктивности  $L$  мгновенное значение тока отстает от мгновенного значения напряжения на угол  $90^\circ$  (рис. 2.32. б).

На емкости  $C$  мгновенное значение напряжения отстает от мгновенного значения тока на угол на угол  $-90^\circ$  (рис. 2.32. в).

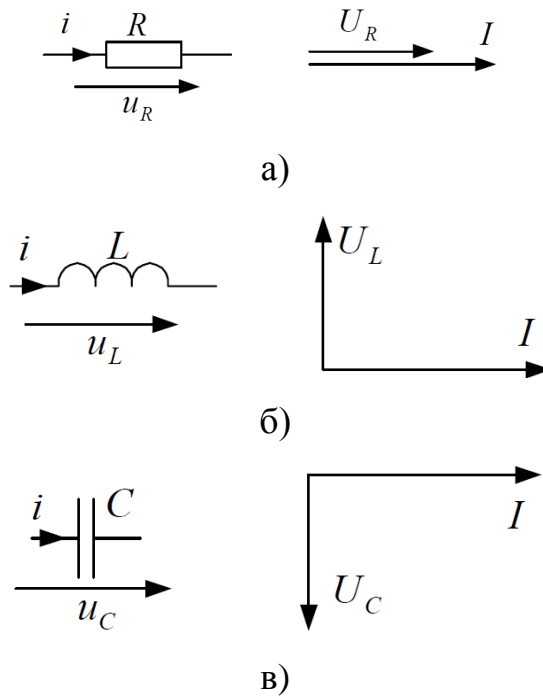


Рис. 2.32

Величины  $\omega L$  и  $\frac{1}{\omega C}$  имеют размерность [Ом] и называются *реактивным сопротивлением индуктивности* или *индуктивным сопротивлением*  $X_L$ :

$$X_L = \omega L,$$

и *реактивным сопротивлением емкости* или *емкостным сопротивлением*  $X_C$ :

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Величины  $\frac{1}{\omega L}$  и  $\omega C$  имеют размерность [См] и называются *реактивной проводимостью индуктивности* или *индуктивной проводимостью*  $B_L$ :

$$B_L = \frac{1}{\omega L},$$

и *реактивной проводимостью емкости* или *емкостной проводимостью*  $B_C$ :

$$B_C = \omega C.$$

Связь между действующими значениями напряжения и тока на идеальных элементах  $R, L, C$  устанавливают уравнения:

$$U_R = IR, \quad I = GU_R,$$

$$U_L = IX_L, \quad I = B_L U_L,$$

$$U_C = IX_C, \quad I = B_C U_C.$$

В цепи синусоидального тока для пассивного двухполюсника по определению вводятся следующие величины:

1. Полное сопротивление  $Z$ :

$$Z = \frac{U}{I},$$

2. Эквивалентные активное  $R_{\text{ЭК}}$  и реактивное  $X_{\text{ЭК}}$  сопротивления:

$$R_{\text{ЭК}} = \frac{U_R}{I}, \quad X_{\text{ЭК}} = \frac{U_X}{I} = X_L - X_C,$$

где  $U_X = U \sin \varphi$  - реактивная составляющая напряжения

3. Полная проводимость  $Y$ :

$$Y = \frac{I}{U}$$

4. Эквивалентные активная  $G_{\text{ЭК}}$  и реактивная  $B_{\text{ЭК}}$  проводимости:

$$G_{\text{ЭК}} = \frac{I_G}{U}, \quad B_{\text{ЭК}} = \frac{I_B}{U} = B_L - B_C,$$

где  $I_G = I \sin \varphi$  - реактивная составляющая тока.

Из треугольников сопротивлений и проводимостей (рис. 2.33) следует:

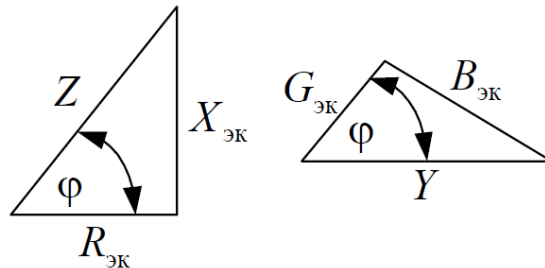


Рис. 2.33

$$R_{\text{эк}} = Z \cos \varphi, \quad X_{\text{эк}} = Z \sin \varphi, \quad Z = \sqrt{R_{\text{эк}}^2 + X_{\text{эк}}^2},$$

$$G_{\text{эк}} = Y \cos \varphi, \quad B_{\text{эк}} = Y \sin \varphi, \quad Y = \sqrt{G_{\text{эк}}^2 + B_{\text{эк}}^2},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_{\text{эк}}}{R_{\text{эк}}} = \frac{B_{\text{эк}}}{G_{\text{эк}}}, \quad Z = \frac{1}{Y}, \quad Y = \frac{1}{Z}.$$

Физическая величина, численно равная среднему значению от произведения мгновенных значений напряжения  $u(t)$  и тока  $i(t)$ , называется активной мощностью  $P$ . По определению имеем:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{U_m I_m}{T} \int_0^T \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) dt = \\ &= \frac{U_m I_m}{2T} \int_0^T (\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)) dt = UI \cos \varphi \end{aligned}$$

Расчетные величины

$$S = UI, \quad Q = UI \sin \varphi$$

называются полной мощностью  $S$  и реактивной мощностью  $Q$  в цепи синусоидального тока. Имеет место равенство

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Применение векторных диаграмм к расчету цепей переменного тока не только позволяет достигнуть наглядности, но и упрощает расчет. Одна-



ко, как все графические построения, векторные диаграммы не всегда дают достаточную точность и не позволяют получать заключения общего характера. Эти недостатки метода векторных диаграмм устраняет комплексный (символический) метод, основанный на изображении векторов комплексными числами, позволяющими свести геометрические операции над векторами к алгебраическим операциям над комплексными числами и объединяющий в себе простоту векторных диаграмм с возможностью производить расчеты с любой желаемой степенью точности. Особенно отчетливы преимущества комплексного метода при расчете и анализе сложных цепей, не сводящихся к последовательному и параллельному соединениям.

Следует иметь в виду, что комплексный метод непосредственно применим лишь в тех случаях, когда все э. д. с. и токи в цепи являются синусоидальными функциями времени, имеющие одну частоту.

Перед решением задачи необходимо вспомнить, что любая синусоидальная функция (ток, напряжение, э.д.с.) может быть изображена вектором, так как проекция  $b$  вращающегося против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вектора  $\overline{A_m}$  на вертикальную ось (рис. 2. 34) изменяется во времени по синусоидальному закону:

$$b = A_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Из теории комплексных чисел известно, что комплексным числом называется алгебраическая сумма вещественного (или действительного) числа  $a$  и мнимого  $jb$ , причем под мнимым числом понимается квадратный корень из отрицательного числа  $\sqrt{-b^2}$ , либо произведение вещественного числа на мнимую единицу:

$$\sqrt{-1} \cdot \sqrt{b^2} = \sqrt{-1} \cdot b \cdot j^b$$

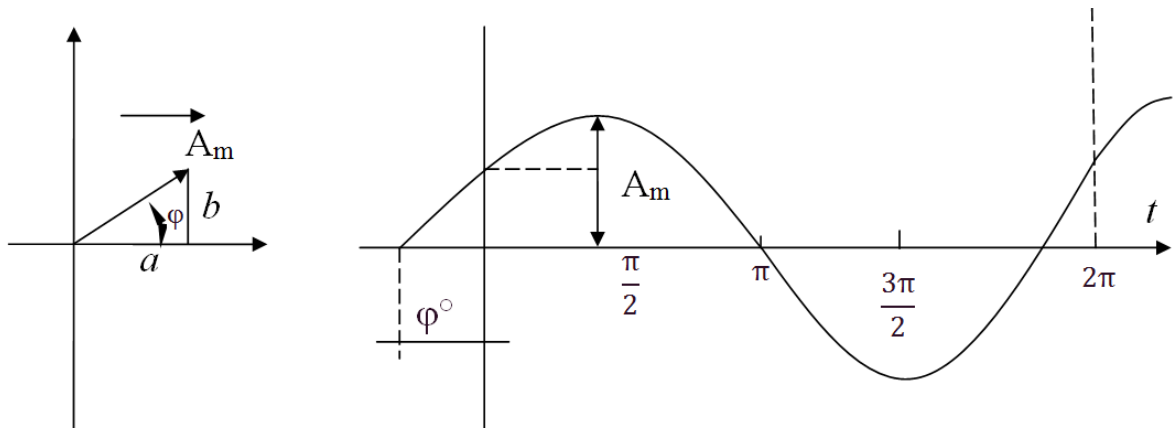


Рис. 2.34

Графическое изображение комплексного числа дается в виде вектора на прямоугольной системе координат, (рис. 2.35.) проекция которого на вещественную ось «+1» равна его вещественной части «a», проекция же на мнимую ось «+j» - мнимой части «b».

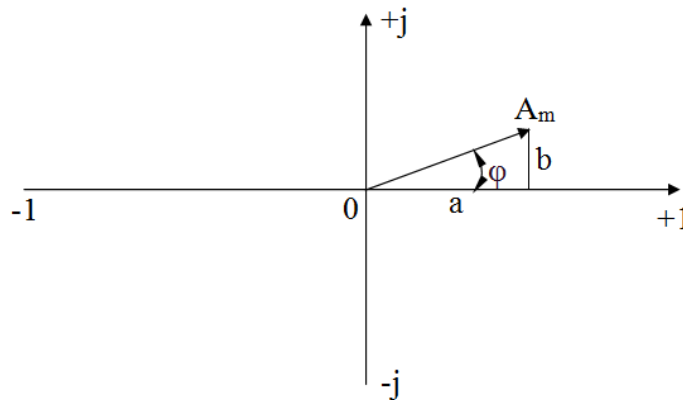


Рис. 2.35

Модуль комплексного числа – длина вектора:

$$A_m = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Аргумент (или фаза) комплексного числа – угол между вектором и положительным направлением вещественной оси:

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

Следовательно, вращающийся и постоянной угловой скоростью  $\omega$  вектор  $\underline{A}_m$  может быть изображен на момент времени  $t=0$  в виде:

$$\underline{A}_m = a + jb$$

Эта форма изображения комплексного числа называется алгебраической.

Тригонометрическая форма записи комплексного числа:

$$\underline{A}_m = A_m \cos \varphi + j A_m \sin \varphi$$

Непосредственно следует из анализа рис. 2.2; так как

$$a = A_m \cos \varphi \quad \text{и} \quad b = A_m \sin \varphi$$

Следовательно, после подстановки:

$$\underline{A}_m = a + jb = A_m (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

Наиболее наглядной формой изображения комплексного числа является показательная, которая непосредственно дает величину и направление вектора.

Согласно формуле Эйлера:

$$\cos \varphi + j \sin \varphi = e^{j\varphi}$$

Поэтому  $\underline{A}_m = A_m e^{j\varphi}$ , где  $A_m$  – модуль комплексного числа  $\underline{A}_m$ , а  $\varphi$  – его аргумент.

### **2.3 Пример расчета сложной электрической цепи переменного тока**

В цепи рис. 2.36 даны:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = (50 + j30) \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_3 = 100 \text{ Ом}; \quad \underline{E}_1 = 100 \text{ В}; \quad \underline{E}_2 = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В.}$$

Положительные направления э.д.с. показаны на схеме стрелками.

Определить все токи методами:

- a) контурных токов;
- b) узловых потенциалов;

Проверить баланс активных мощностей.

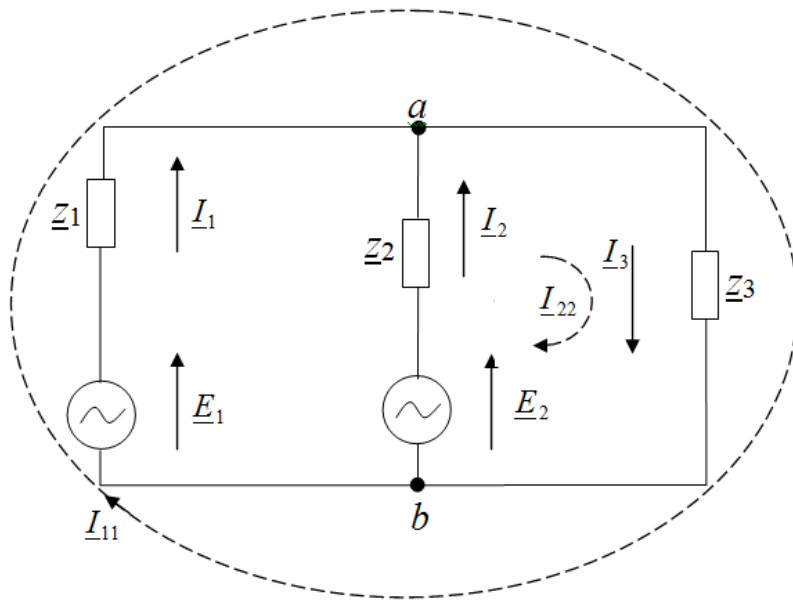


Рис. 2.36

### Решение

a) Метод контурных токов.

Выберем направления контурных токов согласно рис. 2.36. Система уравнений, составленная по методу контурных токов, будет иметь вид:

$$\begin{cases} I_{11}(Z_1 + Z_3) + I_{22}Z_3 = E_1 \\ I_{11}Z_3 + I_{22}(Z_2 + Z_3) = E_2 \end{cases}$$

Необходимо обратить внимание на то, что комплексное сопротивление смежной ветви  $Z_3$  берется со знаком «плюс», так как в данном случае направления контурных токов  $I_{11}$  и  $I_{22}$  вдоль этой ветви согласны.

Решая эти уравнения методом подстановки, получим:

$$I_{22} = \frac{E_2 - E_1 Z_3}{Z_2 + Z_3}; \quad (\text{из 2-го уравнения})$$

$$I_{11}(Z_1 - Z_3) + \frac{E_2 Z_3 - I_{11} Z_3^2}{Z_2 + Z_3} = E_1$$

$$I_{11}(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_3) - I_{11} Z_3^2 = E_1(Z_2 - Z_3) - E_2 Z_3$$

Откуда:

$$\underline{I}_{11} = \frac{\underline{E}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \underline{E}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3} = \frac{100(150 + j30) - 100e^{-j30^\circ} 100}{(50 + j30)^2 - 2(50 + j30)100} =$$

$$= 0,693e^{j13^\circ 50'} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{22} = \frac{\underline{E}_2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) - \underline{E}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3} = \frac{100e^{-j30^\circ} (150 + j30) - 100100}{(50 + j30)^2 - 2(50 + j30)100} =$$

$$= 0,452e^{-j85^\circ 20'} \text{ А}.$$

Определим токи в ветвях:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} = 0,693e^{j13^\circ 50'} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{22} = 0,452e^{-j85^\circ 20'} \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{11} + \underline{I}_{22} = 0,693e^{j13^\circ 50'} + 0,452e^{-j85^\circ 20'}$$

$$= 0,693(\cos 13^\circ 50' + j \sin 13^\circ 50') + 0,452[\cos(-85^\circ 20') + j \sin(-85^\circ 20')] =$$

$$= 0,77e^{-j21^\circ 50'} \text{ А}.$$

Уравнение баланса активных мощностей:

$$\operatorname{Re} \left[ \underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^* \right] + \operatorname{Re} \left[ \underline{E}_2 \cdot \underline{I}_2^* \right] = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3;$$

Или:

$$\operatorname{Re} \left[ 100 \cdot 0,693e^{-j13^\circ 50'} \right] + \operatorname{Re} \left[ 100e^{-j30^\circ} \cdot 0,452e^{j85^\circ 20'} \right] =$$

$$= 69,3 \cos 13^\circ 50' + 45,2 \cos 85^\circ 20' = 0,693^2 \cdot 50 + 0,452^2 \cdot 50 + 0,77^2 \cdot 100;$$

Или:

$$66,4 + 26,8 = 24 + 10,2 + 59 \text{ т.е.}$$

$$93,2 = 93,2$$

b) метод узловых потенциалов.

Методика расчета цепи синусоидального тока этим методом принципиально не отличается от алгоритма расчета цепи постоянного тока ме-

ТОДОМ УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ (данная задача может быть решена легче по методу двух узлов).

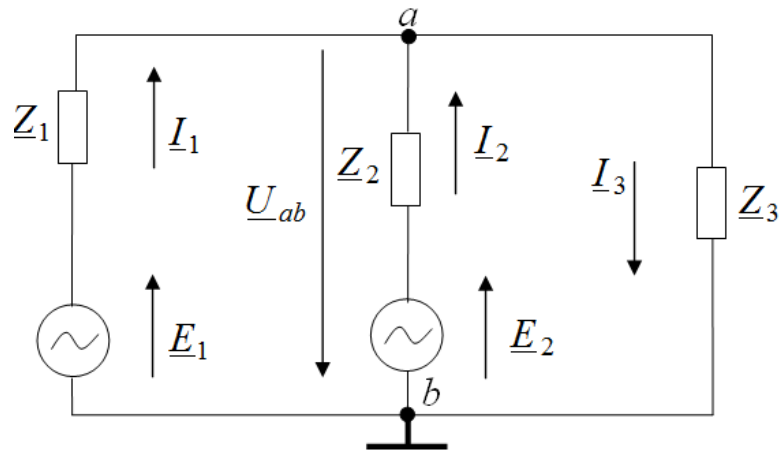


Рис. 2.37

Заземлим точку  $b$  схемы (рис.2.37) Тогда  $\varphi_b = 0$ . Составим уравнение по методу двух узлов:

$$\varphi_a = U_{ab} = \frac{\underline{E}_1 \underline{Y}_1 + \underline{E}_2 \underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} = \frac{100 \frac{1}{50 + j30} + 100e^{-j30^\circ} \frac{1}{50 + j30}}{\frac{1}{50 + j30} + \frac{1}{50 + j30} + \frac{1}{100}} =$$

$$= (71,5 - j28,6) \text{ В};$$

Токи в ветвях находим по закону Ома:

$$\underline{I}_1 = (\underline{E}_1 - \underline{U}_{ab}) \underline{Y}_1 = (\underline{E}_1 - \varphi_a) \underline{Y}_1 = (100 - 71,5 + j28,6) *$$

$$*(0,0147 - j0,0084) = 0,693e^{j13^\circ 50'} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = (\underline{E}_2 - \underline{U}_{ab}) \underline{Y}_2 = (\underline{E}_2 - \varphi_a) \underline{Y}_2 = (86,6 - j50 - 71,5 + j28,6) *$$

$$*(0,0147 - j0,0084) = 0,452e^{j85^\circ 20'} \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{U}_{ab} \underline{Y}_3 = \varphi_a \underline{Y}_3 = (71,5 - j28,6) 0,01 = 77e^{-j21^\circ 50'} * 0,01 =$$

$$= 0,77e^{-j21^\circ 50'} \text{ А};$$

При составлении баланса активных мощностей получим то же тождество:  $93,2 = 93,2$ .

## 2.4 Вопросы и задачи для самоконтроля

2.4.1 Мгновенное значение переменной величины – это...

- а) совокупность всех изменений переменной величины
- б) значение переменной величины в произвольный момент времени
- в) периодический ток, все значения которого повторяются через

одинаковые промежутки времени

г) наибольшее из всех мгновенных значений изменяющейся величины за период

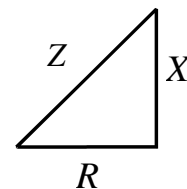
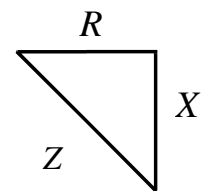
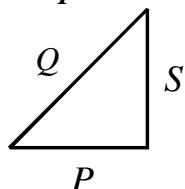
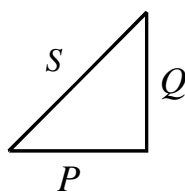
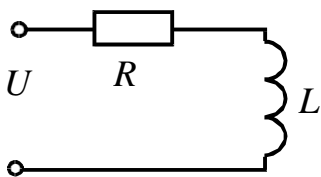
д) такой эквивалентный постоянный ток, который, проходя через сопротивление, выделяет в нем за период одинаковое количество тепла

2.4.2 К цепи, сопротивление которой  $Z = 50$  Ом, приложено напряжение  $u = 282\sin 314t$  В. Определите действующее значение тока в цепи.

2.4.3 В цепи с последовательно соединёнными резистором  $R$  и емкостью  $C$  определить реактивное сопротивление  $X_C$ , если вольтметр показывает входное напряжение  $U=200$  В, ваттметр  $P = 640$  Вт, амперметр  $I=4$  А.

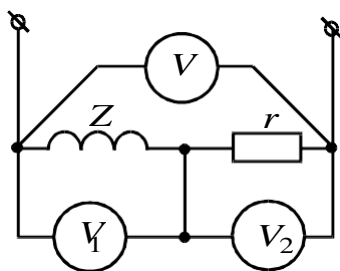
2.4.4 В цепи переменного тока напряжение и ток изменяются по законам:  $u = 141\sin 314t + 80^0$  и  $i = 14,1\sin 314t + 20^0$ . Определить активную мощность цепи.

2.4.5 Какой из треугольников мощностей или сопротивлений соответствует изображенной схеме?

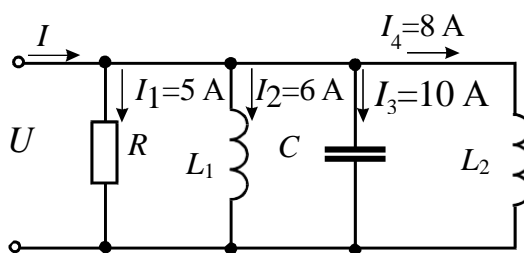


2.4.6 Показания вольтметров  $V=20$  В;  $V_1=15$  В;  $V_2=10$  В;  $r=80$  Ом. Определить сопротивление  $Z$  и мощность  $P$ , потребляемую этим сопротив-

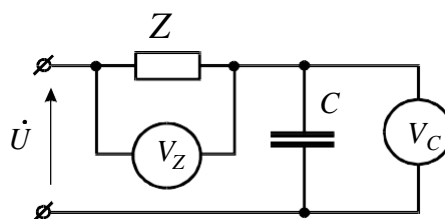
лением.



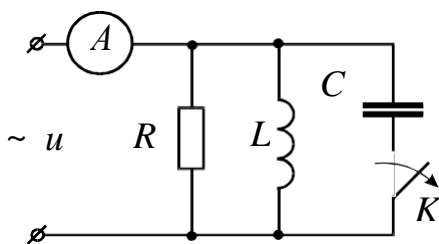
2.4.7 Определите ток в неразветвленной части цепи



2.4.8 Дано:  $U = 100$  В;  $U_Z = 130$  В. Определить  $U_C$ , если в цепи имеет месторезонанс.



2.4.9 Как изменится показание амперметра после замыкания рубильника  $K$ , если  $R = |X_L| = |X_C|$ .





### 3. Анализ трехфазных цепей при различных схемах соединения нагрузки

#### 3.1 Задание 3

1. Рассчитать в комплексной форме линейные и фазные токи трехфазной цепи рис. 3.1 - 3.24, а также фазные и линейные напряжения нагрузки. Частота тока трехфазного источника 50 Гц. Модуль действующего значения линейного напряжения симметричного трехфазного источника  $U_L$  и параметры цепи заданы в табл. 3.1. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

2. Рассчитать в комплексной форме для трехфазной цепи активную, реактивную и полную мощности каждой фазы нагрузки.

3. Рассчитать в комплексной форме токи в ветвях цепи и напряжения в фазах нагрузки при обрыве провода в точке, указанной в табл. 3.1. Для схем «звезда – звезда» определить также напряжение смещения нейтрали. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Таблица 3.1

№ варианта	№ рис.	$U_L$ , В	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$L_1$ , Гн	$L_2$ , Гн	$C_1$ , мкФ	$C_2$ , мкФ	Разрыв цепи в точке
1	3.1	127	20	50	-	0,05	-	50	-	$k$
2	3.2	220	20	30	-	0,06	-	60	-	$k$
3	3.3	380	40	50	60	0,07	0,1	70	-	$k$
4	3.4	127	70	-	-	0,08	0,15	80	-	$n$
5	3.5	220	80	90	-	0,09	-	90	200	$m$
6	3.6	380	20	30	-	0,1	-	100	210	$f$
7	3.7	220	30	40	-	0,12	0,08	110	-	$k$
8	3.8	127	50	60	-	0,14	-	120	230	$k$
9	3.9	380	70	80	-	0,16	-	130	-	$k$
10	3.10	127	90	20	-	0,18	-	140	-	$k$
11	3.11	220	30	40	80	0,2	-	150	-	$n$

12	3.12	380	50	-	-	0,21	0,12	160	-	<i>m</i>
13	3.13	127	40	80	60	0,22	-	170	-	<i>k</i>
14	3.14	220	30	-	-	0,23	-	180	-	<i>k</i>
15	3.15	380	20	40	50	0,24	-	190	-	<i>m</i>
16	3.16	127	50	60	70	-	-	200	-	<i>f</i>
17	3.17	220	80	30	-	0,25	-	210	-	<i>k</i>
18	3.18	380	40	30	20	0,07	-	-	-	<i>k</i>
19	3.19	127	10	20	-	0,06	-	230	-	<i>n</i>
20	3.20	220	20	70	-	0,07	-	230	-	<i>m</i>
21	3.21	380	70	30	60	0,08	-	240	-	<i>f</i>
22	3.22	127	80	20	50	0,09	0,23	250	-	<i>k</i>
23	3.23	220	20	30	40	0,1	-	50	-	<i>k</i>
24	3.24	380	50	60	80	0,11	-	60	-	<i>k</i>
25	3.1	380	70	20	-	0,12	-	70	-	<i>k</i>
26	3.2	127	30	40	-	0,13	-	80	-	<i>k</i>
27	3.3	220	50	60	10	0,14	0,2	90	-	<i>f</i>
28	3.4	380	20	-	-	0,15	0,25	100	-	<i>k</i>
29	3.5	127	30	40	-	0,16	-	120	250	<i>n</i>
30	3.6	220	50	70	-	0,17	-	130	200	<i>m</i>
31	3.7	380	80	20	-	0,18	0,05	140	-	<i>k</i>
32	3.8	127	10	50	-	0,19	-	150	50	<i>n</i>
33	3.9	380	70	20	-	0,2	-	160	-	<i>k</i>
34	3.10	380	30	60	-	0,21	-	170	-	<i>m</i>
35	3.11	127	20	30	200	0,22	-	180	-	<i>k</i>
36	3.12	220	30	-	-	0,06	0,18	190	-	<i>n</i>
37	3.13	380	100	20	50	0,05	-	200	-	<i>k</i>
38	3.14	127	30	-	-	0,06	-	210	-	<i>f</i>
39	3.15	220	40	60	10	0,07	-	220	-	<i>k</i>
40	3.16	380	10	20	30	-	-	240	-	<i>n</i>
41	3.17	127	40	50	-	0,09	-	250	-	<i>m</i>
42	3.18	220	60	70	80	0,2	-	-	-	<i>k</i>
43	3.19	380	90	100	-	0,21	-	50	230	<i>f</i>

44	3.20	127	100	80	-	0,22	-	60	-	<i>k</i>
45	3.21	220	70	60	20	0,23	-	70	-	<i>n</i>
46	3.22	380	20	40	80	0,24	0,18	80	-	<i>m</i>
47	3.23	127	10	50	60	0,25	-	9-	-	<i>k</i>
48	3.24	220	20	40	100	0,05	-	100	-	<i>n</i>
49	3.1	380	80	30	-	0,06	-	110	-	<i>k</i>
50	3.2	127	70	20	-	0,07	-	120	-	<i>k</i>

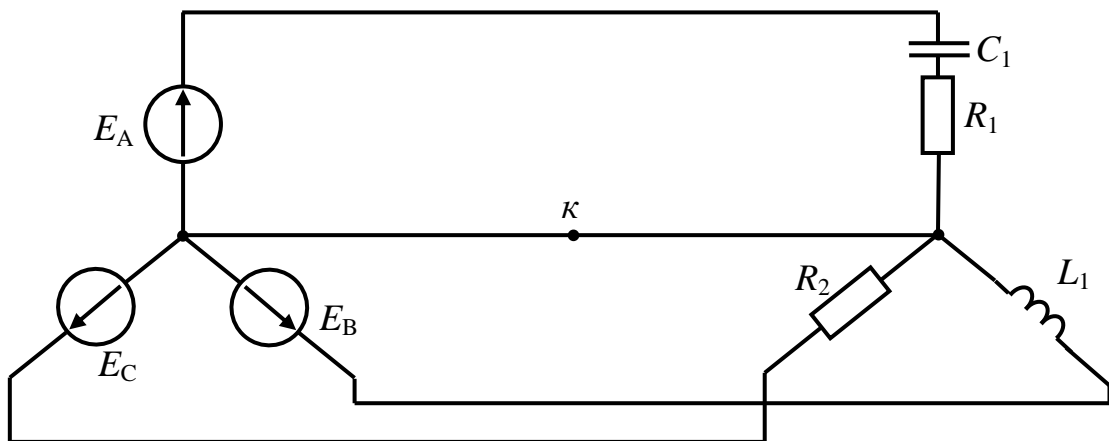


Рис. 3.1

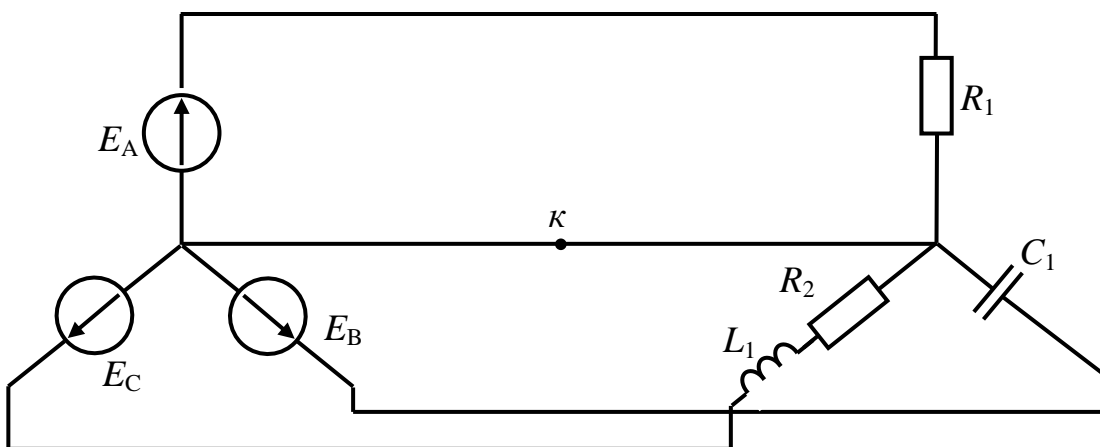


Рис. 3.2

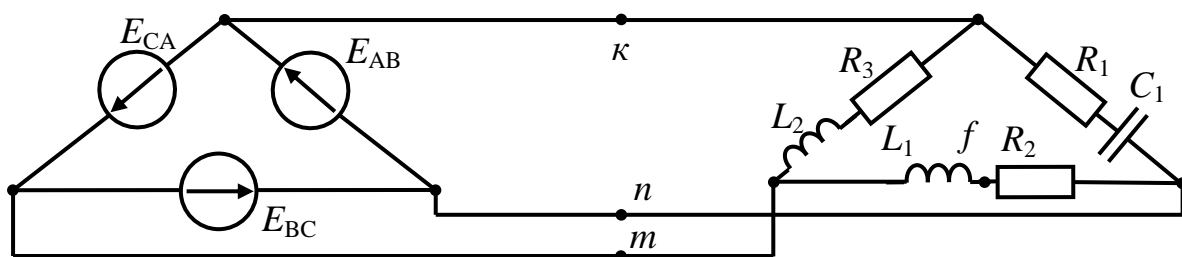


Рис. 3.3

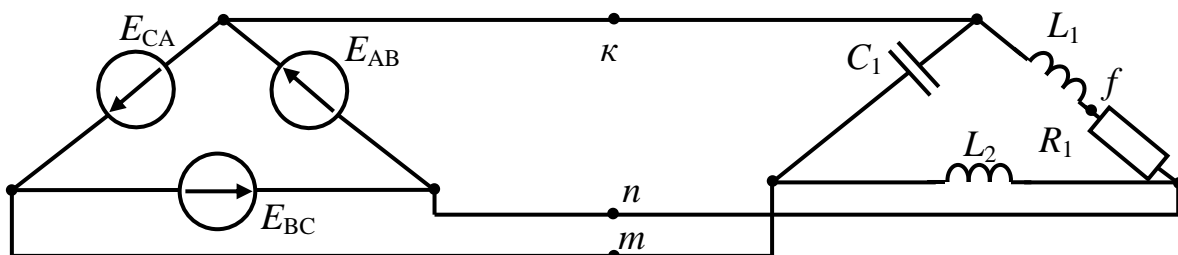


Рис. 3.4

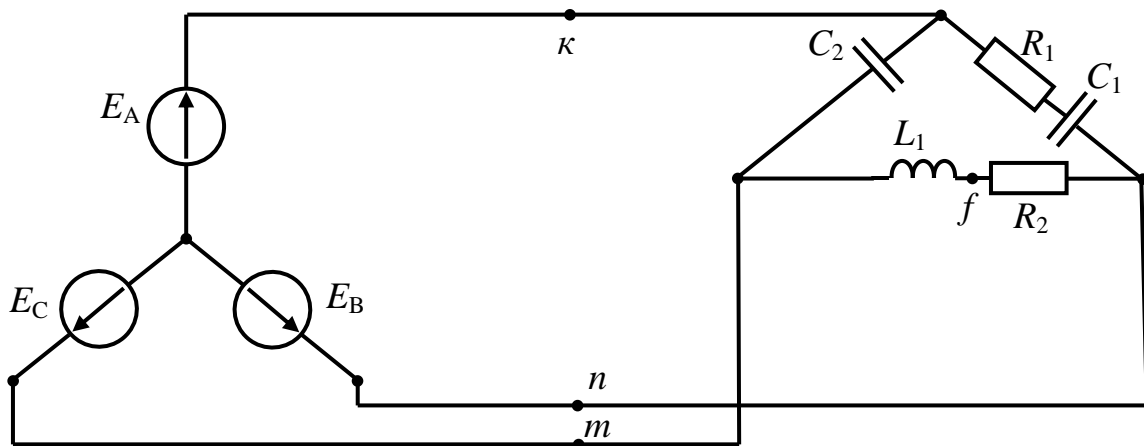


Рис. 3.5

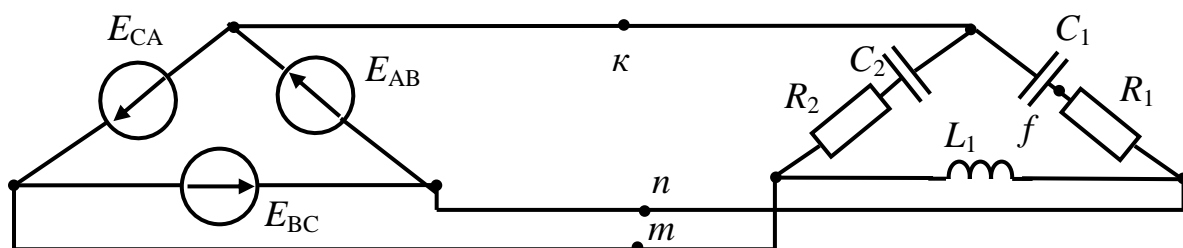


Рис. 3.6

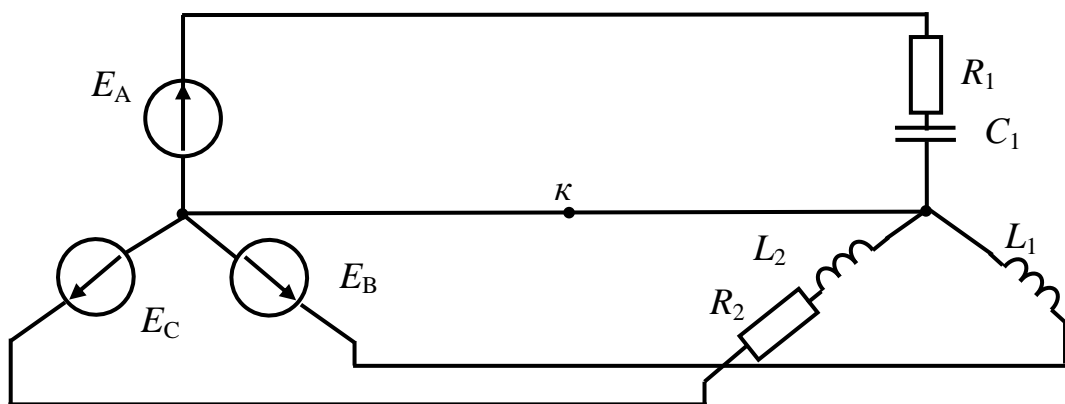


Рис. 3.7

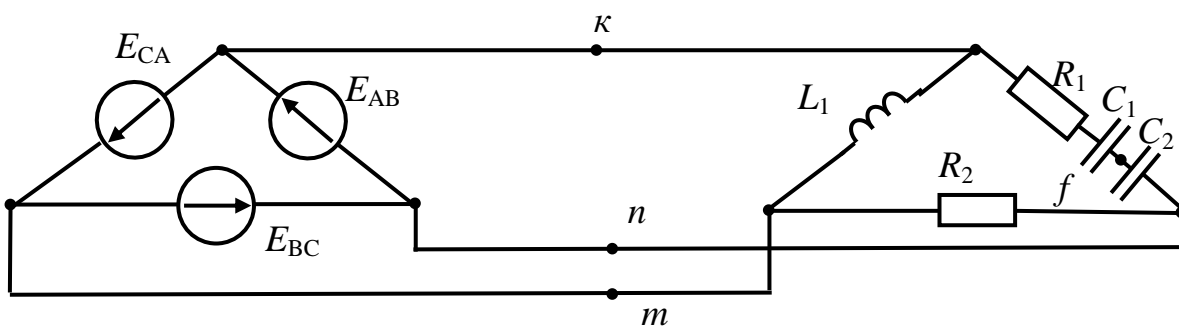


Рис. 3.8

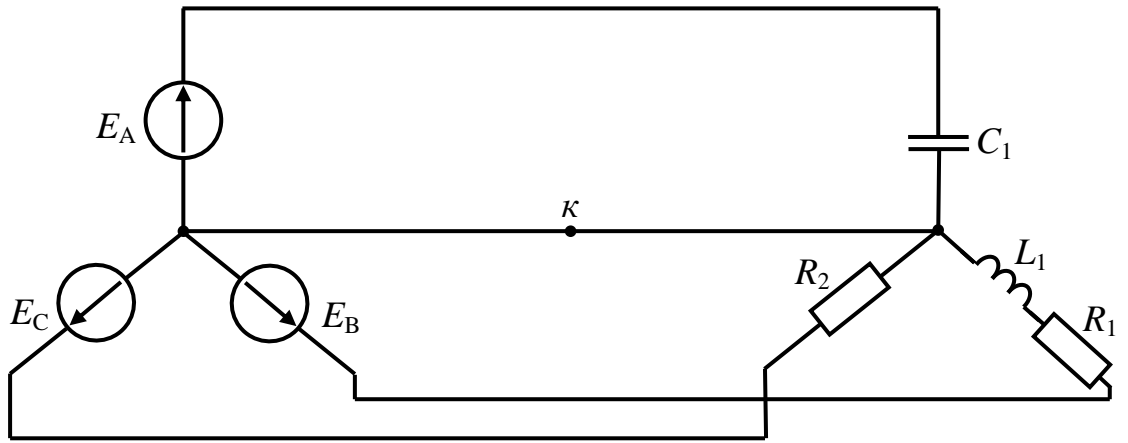


Рис. 3.9

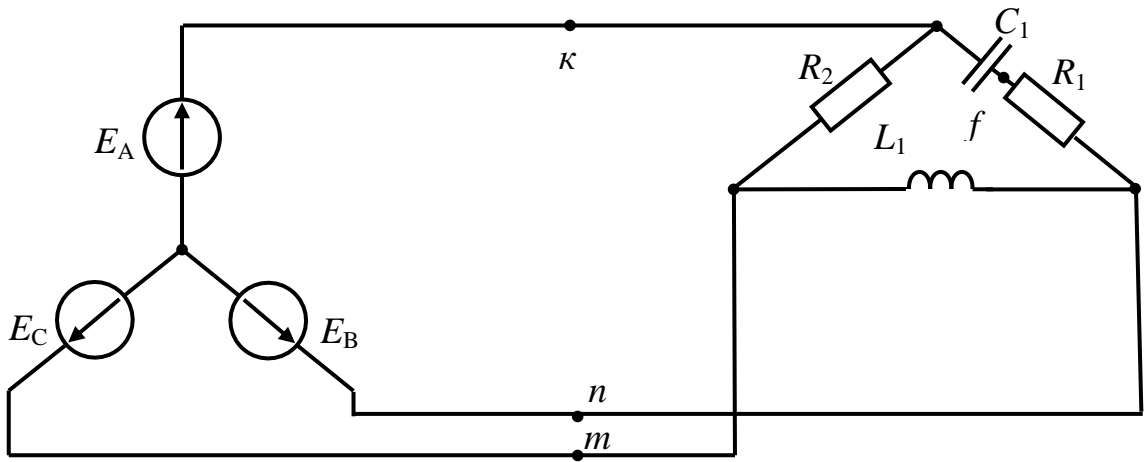


Рис. 3.10

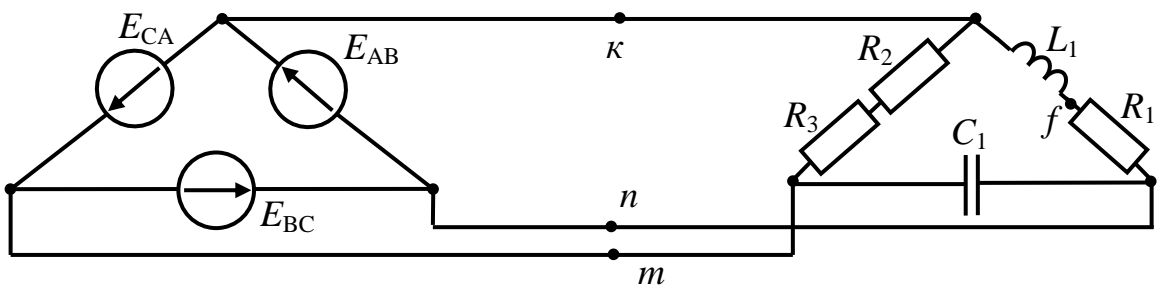


Рис. 3.11

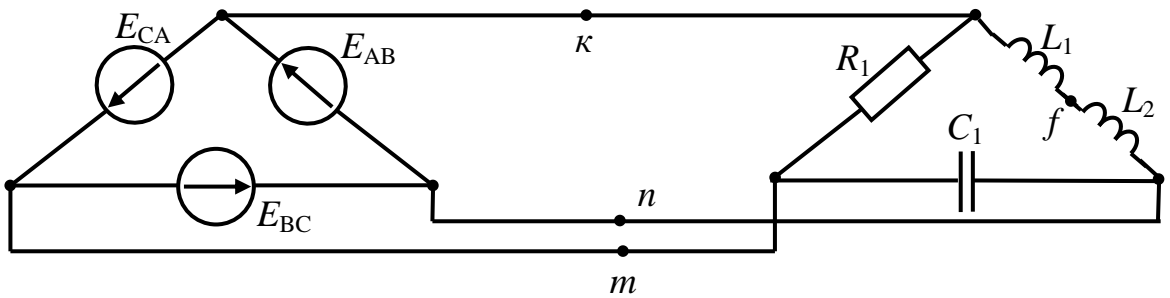


Рис. 3.12

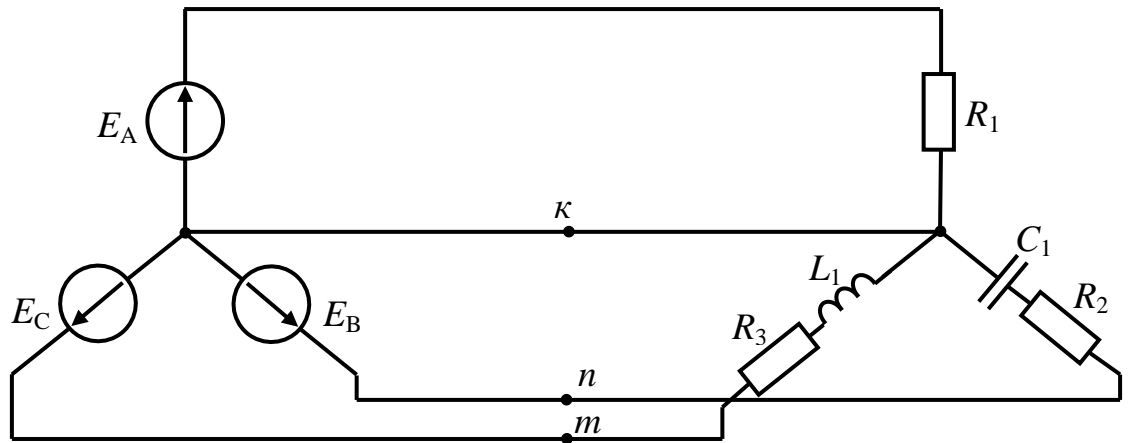


Рис. 3.13

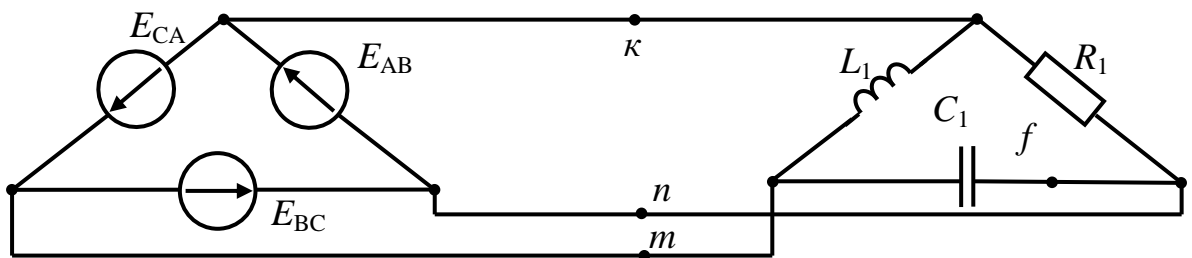


Рис. 3.14

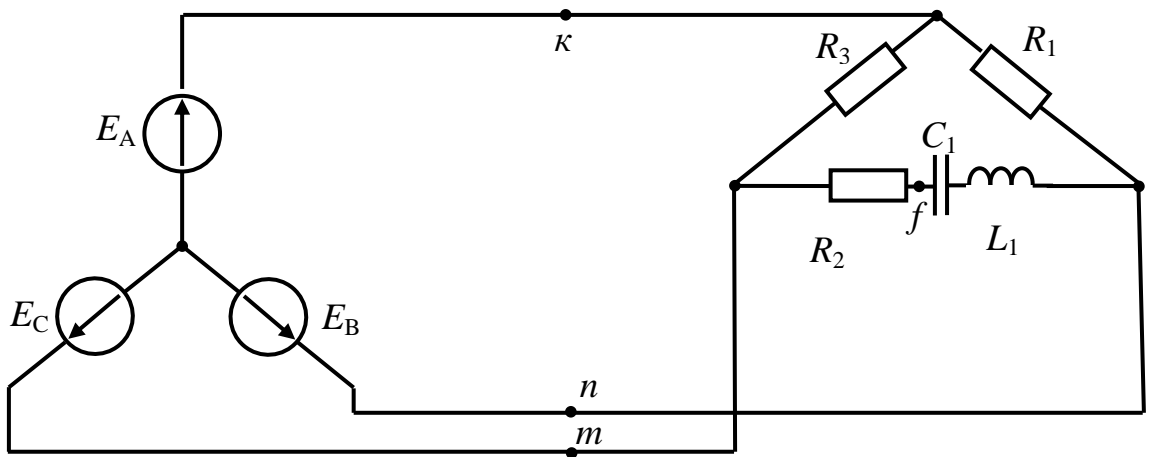


Рис. 3.15

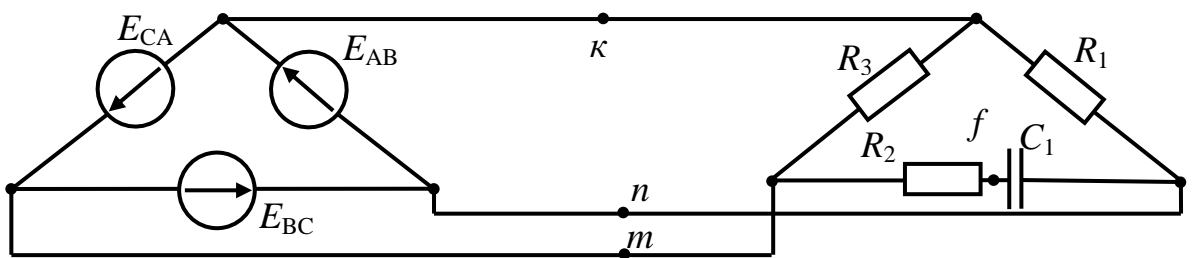


Рис. 3.16

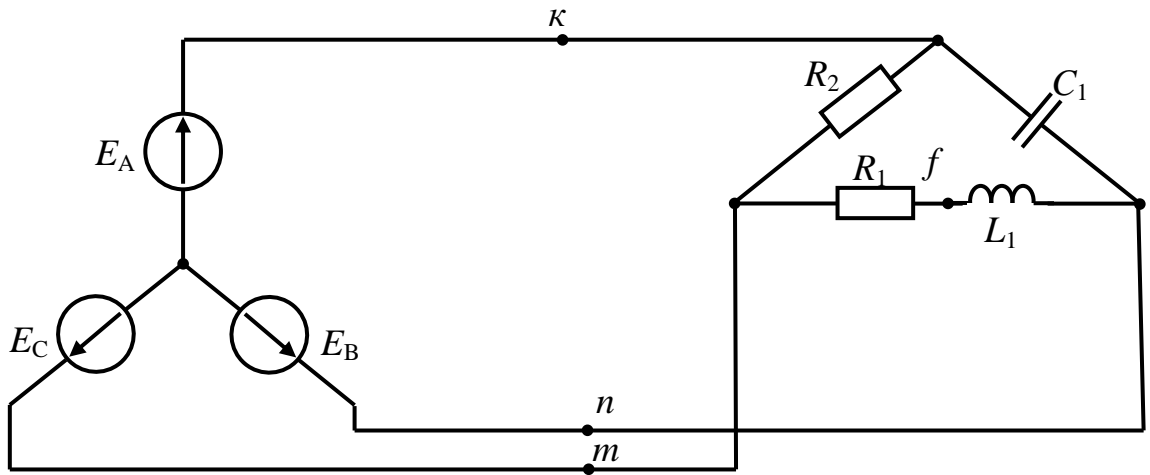


Рис. 3.17

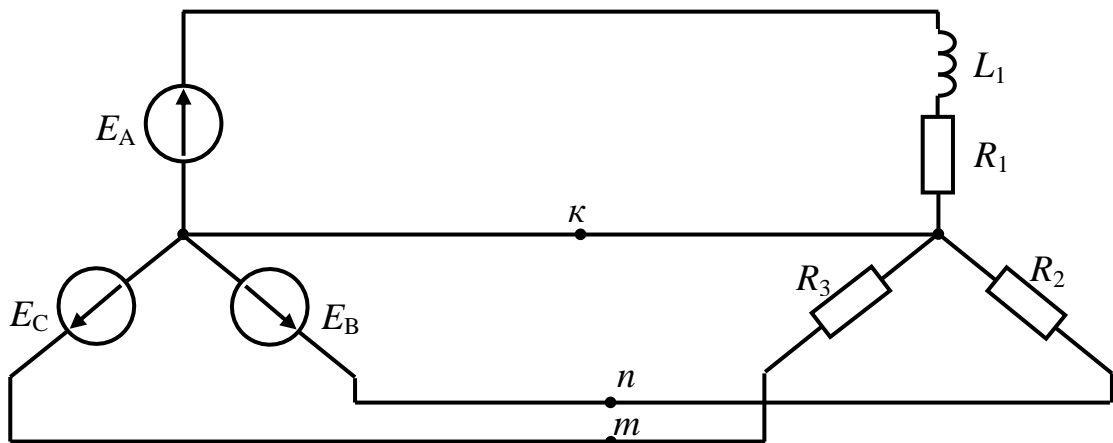


Рис. 3.18

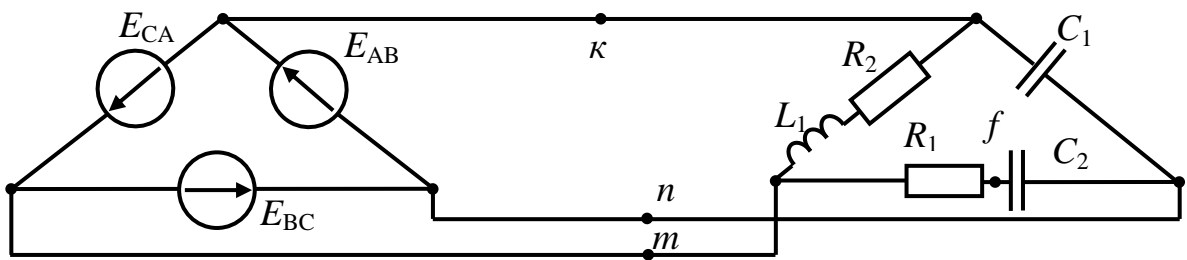


Рис. 3.19

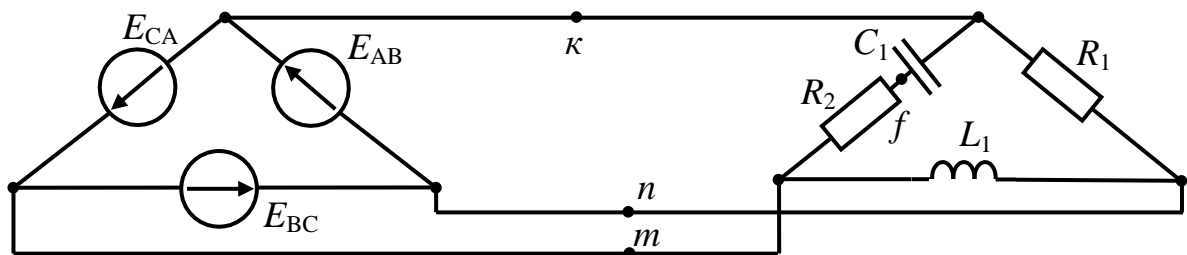


Рис. 3.20



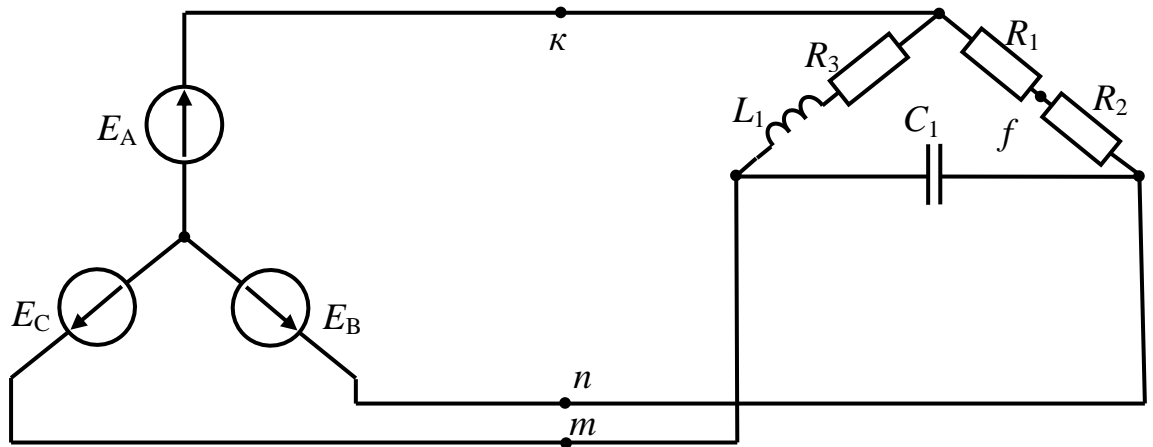


Рис. 3.21

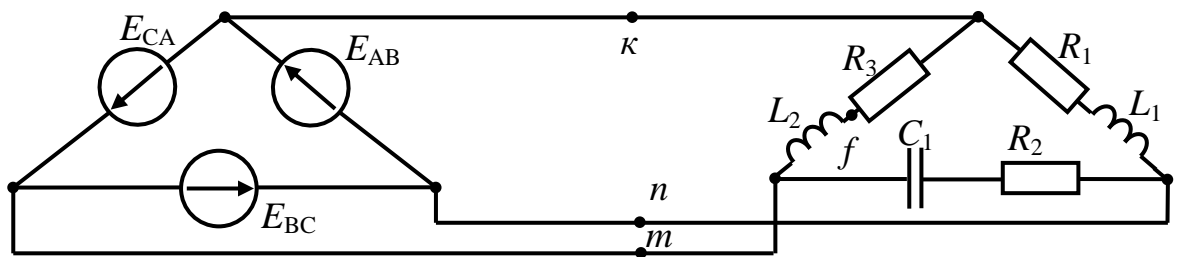


Рис. 3.22

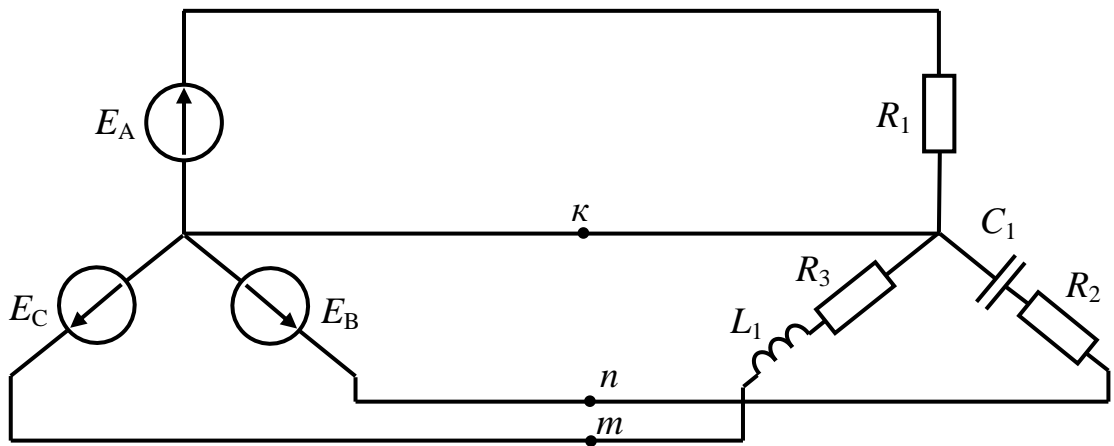


Рис. 3.23

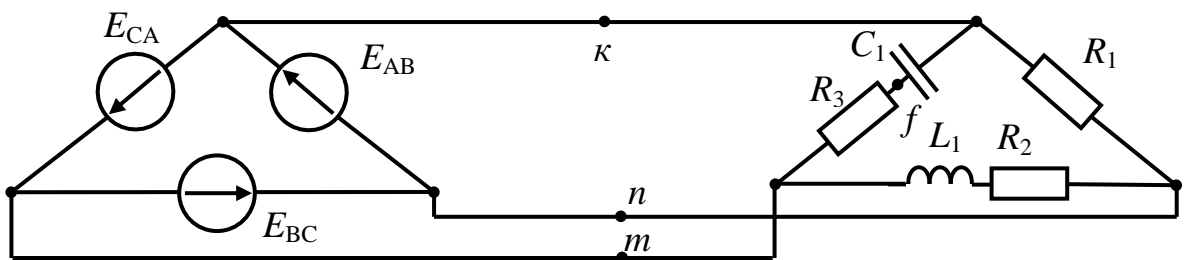


Рис. 3.24

### 3.2 Краткие теоретические положения

Трёхфазной цепью называется совокупность трёх электрических цепей (фаз), в которых действует система трёх синусоидальные э. д. с. одной и той же частоты, сдвинутых по фазе на определённый угол и создаваемых общим источником электрической энергии. Фазы трёхфазной цепи обозначаются буквами  $A, B, C$ . Если три э.д.с.  $e_A, e_B, e_C$  равны по амплитуде и сдвинуты по фазе одна относительно другой на угол  $120^\circ$ , то такую систему называют **симметричной трёхфазной системой**. Если э.д.с. фазы  $A$  принять за исходную и считать её начальную фазу равной нулю, то при вращении ротора с угловой скоростью  $\omega$  против часовой стрелки выражения для мгновенных значений э.д.с. можно записать следующим образом:

$$e_A(t) = E_m \sin(\omega t);$$

$$e_B(t) = E_m \sin(\omega t - 120^\circ);$$

$$e_C(t) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

Такая последовательность чередования фаз называется **прямой**.

Фазы трёхфазной цепи всегда соединены (связаны). Основными видами связи являются соединения по схеме «звезда» и «треугольник».

На рис. 3.1 изображён способ соединения фаз трёхфазного источника по схеме «звезда». Напряжения  $U_{AN}, U_{BN}, U_{CN}$  называются фазными, напряжения  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$  – линейными. В симметричном источнике фазные и линейные напряжения связаны соотношениями:

$$U_{AN} = U_{BN} = U_{CN} = U_\Phi;$$

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\Delta;$$

$$U_\Delta = \sqrt{3}U_\Phi.$$

На рис. 3.25 нагрузка также соединена по схеме «звезда». Напряжения  $U_{an}, U_{bn}, U_{cn}$  называются фазными, напряжения  $U_{ab}, U_{bc}, U_{ca}$  – линейными. При соединении по схеме «звезда» токи  $I_A, I_B, I_C$  являются и фазными и линейными одновременно.

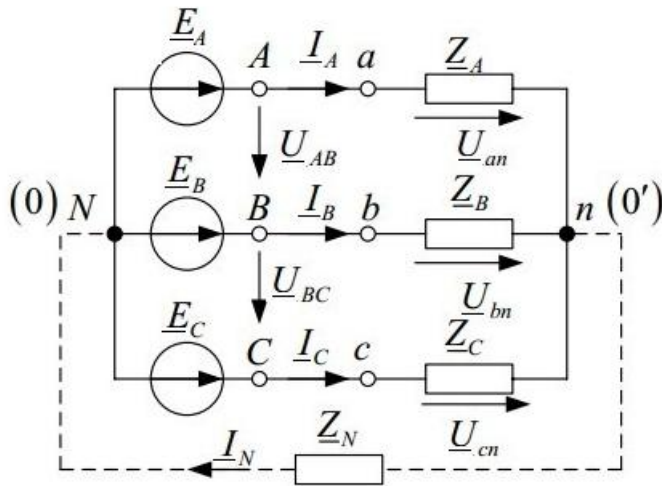


Рис 3.25

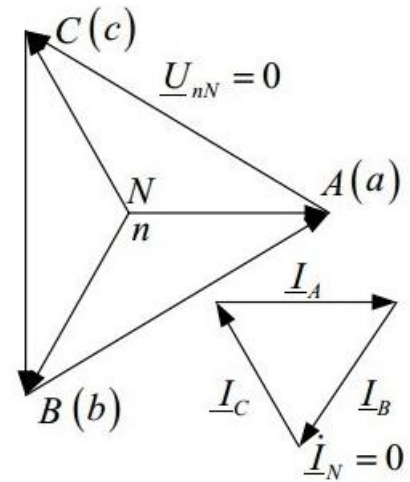


Рис. 3.26

На рис. 3.26 изображена топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов для случая симметричной трёхфазной цепи, когда

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = R.$$

При соединении нагрузки и источника по схеме «звезда» и наличии нейтрального провода выполняются соотношения:

$$\begin{cases} U_{AN} = U_{an}; \\ U_{BN} = U_{bn}; \\ U_{CN} = U_{cn}. \end{cases}$$

При этом токи в фазных проводах:

$$\underline{I}_A = \frac{U_a}{\underline{Z}_A} = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{U_A}{\underline{Z}_A} = \frac{U_A \cdot e^{j0^\circ}}{\underline{Z}_A} = I_A \cdot e^{j0^\circ};$$

$$\underline{I}_B = \frac{U_b}{\underline{Z}_B} = \frac{\underline{E}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{U_B}{\underline{Z}_B} = \frac{U_B \cdot e^{-j120^\circ}}{\underline{Z}_B} = I_B \cdot e^{-j120^\circ};$$

$$\underline{I}_C = \frac{U_c}{\underline{Z}_C} = \frac{\underline{E}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{U_C}{\underline{Z}_C} = \frac{U_C \cdot e^{j120^\circ}}{\underline{Z}_C} = I_C \cdot e^{j120^\circ}.$$

С учётом вышесказанного в симметричном режиме токи  $|I_A| = |I_B| = |I_C| = |I_{\text{Л}}| = |I_{\Phi}|$ . Ток в нейтральном проводе

$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$ , напряжение  $\underline{U}_{Nn}$ , называемое напряжением смещения нейтрали, также равно нулю.

При несимметричной нагрузке  $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$  напряжение  $\underline{U}_{Nn}$  зависит от характера нагрузки и наличия нулевого провода. На рис. 3.27 в качестве примера представлены диаграммы трёхфазной цепи с 4-проводной схемой соединения ( $\underline{Z}_N = 0$ ), а на рис. 3.28 – с 3-проводной схемой соединения ( $\underline{Z}_N = \infty$ ). Нагрузка фаз резистивная.

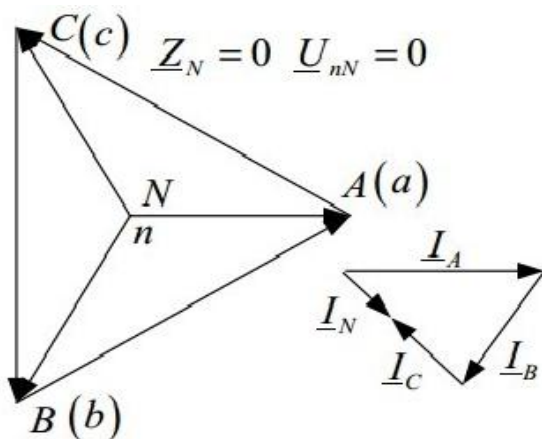


Рис. 3.27

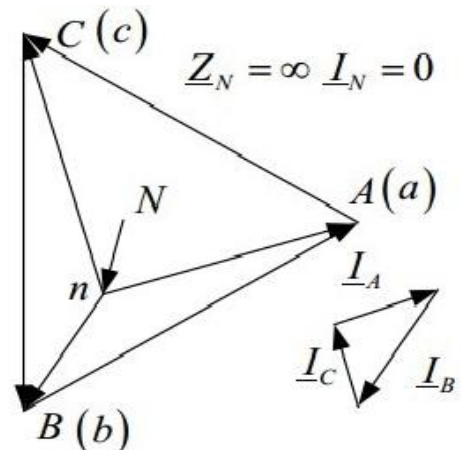


Рис. 3.28

При несимметричной нагрузке, соединенной по схеме «звезда» фазные напряжения на источнике и нагрузке не равны между собой, что выражается следующими уравнениями

$$\begin{cases} U_{AN} \neq U_{an}; \\ U_{BN} \neq U_{bn}; \\ U_{CN} \neq U_{cn}. \end{cases}$$

и ток в нейтральном проводе

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C \neq 0.$$

В этом случае для нахождения фазных (линейных) токов сначала определяется напряжение  $\underline{U}_{Nn}$  по методу «двух узлов»:

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A \frac{1}{\underline{Z}_A} + \underline{U}_B \frac{1}{\underline{Z}_B} + \underline{U}_C \frac{1}{\underline{Z}_C}}{\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C}}.$$

Затем находятся значения фазных напряжений на нагрузке:

$$\begin{cases} \underline{U}_{an} = \underline{U}_{AN} - \underline{U}_{Nn}; \\ \underline{U}_{bn} = \underline{U}_{BN} - \underline{U}_{Nn}; \\ \underline{U}_{cn} = \underline{U}_{CN} - \underline{U}_{Nn}. \end{cases}$$

и наконец, рассчитываются токи в фазах:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_B}; \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_C}.$$

Мгновенная мощность цепей трёхфазного тока при соединении приёмника по схеме «звезда»:

$$p = p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C.$$

Средняя мощность за период или активная мощность:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C,$$

т.е. равна сумме мощностей отдельных фаз.

При симметричной нагрузке:

$$P_A = U_m \sin(\omega t) I_m \sin(\omega t - \varphi) = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi - \frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t - \varphi);$$

$$\begin{aligned} P_B &= U_m \sin(\omega t - 120^\circ) I_m \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi) = \\ &= \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi - \frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t - 240^\circ - \varphi); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_C &= U_m \sin(\omega t + 120^\circ) I_m \sin(\omega t + 120^\circ - \varphi) = \\ &= \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi - \frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t + 240^\circ - \varphi). \end{aligned}$$

$$\text{Их сумма } P_A + P_B + P_C = 3U_\Phi I_\Phi \cos \varphi_\Phi.$$

Таким образом, при симметричной нагрузке суммарная активная мощность:

$$P_{\Sigma} = 3P_{\Phi}.$$

По аналогии суммарная реактивная мощность:

$$Q_{\Sigma} = Q_A + Q_B + Q_C$$

или при симметричной нагрузке:

$$Q_{\Sigma} = 3Q_{\Phi} = 3U_{\Phi}I_{\Phi} \sin \varphi_{\Phi}.$$

Полная суммарная мощность при симметричной нагрузке, соединенной по схеме «звезда»:

$$S_{\Sigma} = 3U_{\Phi}I_{\Phi}.$$

В практике инженерных расчётов часто используют выражения:

$$\frac{P}{S} = \cos \varphi, \quad \frac{Q}{S} = \sin \varphi, \quad \frac{Q}{P} = \operatorname{tg} \varphi, \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Активную, реактивную и полную мощность можно вычислить также в комплексной форме, при этом

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\Phi} &= \underline{U}_{\Phi} I_{\Phi}^* = U_{\Phi} e^{j\psi_U} I_{\Phi} e^{-j\psi_I} = U_{\Phi} I_{\Phi} e^{j(\psi_U - \psi_I)} = U_{\Phi} I_{\Phi} e^{j\varphi} \\ &= U_{\Phi} I_{\Phi} [\cos \varphi + j \sin \varphi] = P_{\Phi} + jQ_{\Phi}. \end{aligned}$$

На рис. 3.29 показан способ соединения фаз нагрузки треугольником. Токи  $I_A, I_B, I_C$  называются линейными, токи  $I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}$  – фазными. Напряжения  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$  являются одновременно фазными и линейными.

На рис. 3.30 показана топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов для случая симметричной трёхфазной цепи, когда

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = R.$$

В симметричном режиме ток  $I_{\text{Л}} = \sqrt{3}I_{\Phi}$ , напряжение  $U_{\text{Л}} = U_{\Phi}$

В случае несимметричной нагрузки фазные токи вычисляются по закону Ома:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_B}; \quad \underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_C}.$$

Линейные токи определяют по закону Кирхгофа для узлов:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}; \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}; \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}$$

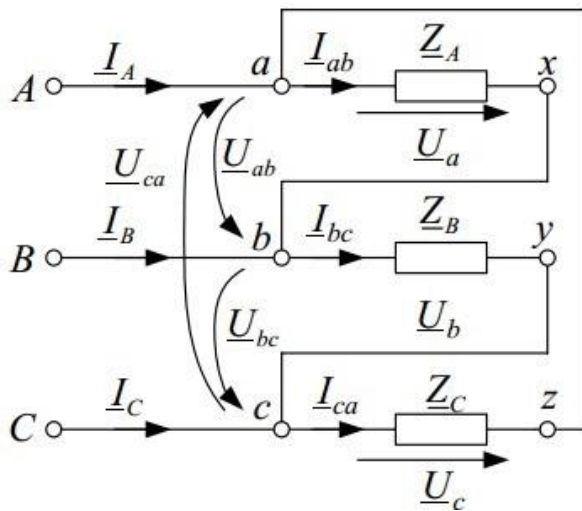


Рис. 3.29

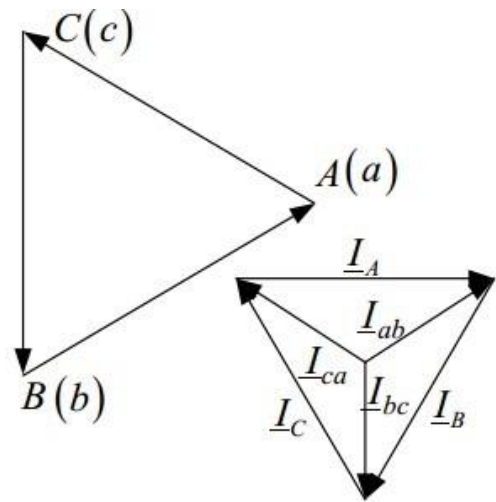


Рис. 3.30

### 3.3 Примеры расчета трехфазных цепей переменного тока

3.3.1 Трехфазный трансформатор, вторичные обмотки которого соединены в звезду, питает симметричный приемник (рис. 3.31). Сопротивления фаз приемника  $\underline{Z} = 4 + j3$  Ом. Фазное напряжение трансформатора  $U_{\phi} = 380$  В.

#### Решение

При правильном соединении обмоток трансформатора фазные напряжения на нагрузке симметричны и равны фазным напряжениям трансформатора

$$\underline{U}_{AX} = \underline{U}_{AN} = 380 \text{ В}, \quad \underline{U}_{BY} = \underline{U}_{BN} = 380e^{-j120^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{CZ} = \underline{U}_{CN} = 380e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

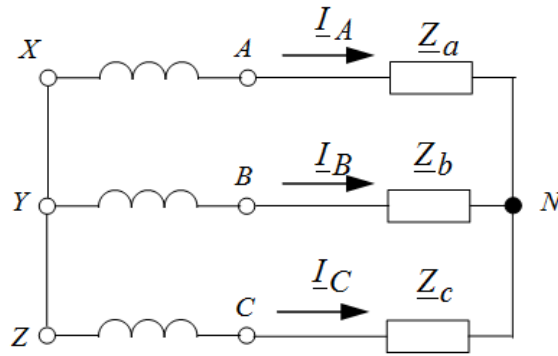


Рис. 3.31

Фазные токи также образуют симметричную систему:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{AN}}{\underline{Z}_a} = \frac{380}{4 + j3} = 76e^{-j36,87^0} \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_{BN}}{\underline{Z}_b} = \frac{380e^{-j120^0}}{5e^{j36,87^0}} = 76e^{-j156,87^0} \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{CN}}{\underline{Z}_c} = \frac{380e^{j120^0}}{5e^{j36,87^0}} = 76e^{j156,87^0} \text{ А}.$$

На рис. 3.32 построена векторная диаграмма токов и напряжений

Линейные напряжения определяются на основании II-го закона

Кирхгофа для цепей переменного синусоидального тока:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B = 380 - 380e^{-j120^0} = 660e^{j30^0} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C = 380e^{-j120^0} - 380e^{j120^0} = 660e^{j90^0} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A = 380e^{j120^0} - 380 = 660e^{j150^0} \text{ В}.$$



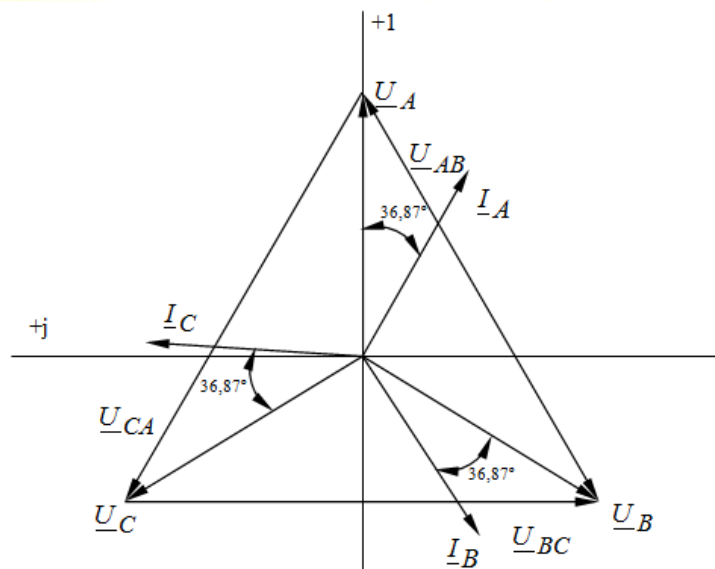


Рис. 3.32

3.3.2 Симметричная нагрузка соединена треугольником и питается от трехфазной сети, фазные напряжения которой симметричны и равны 127 В (рис. 3.33). Сопротивление каждой фазы нагрузки  $\underline{Z} = 22e^{j30^0}$  Ом. Определить фазные и линейные токи, напряжения на каждой фазе нагрузки и активную мощность, потребляемую нагрузкой. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

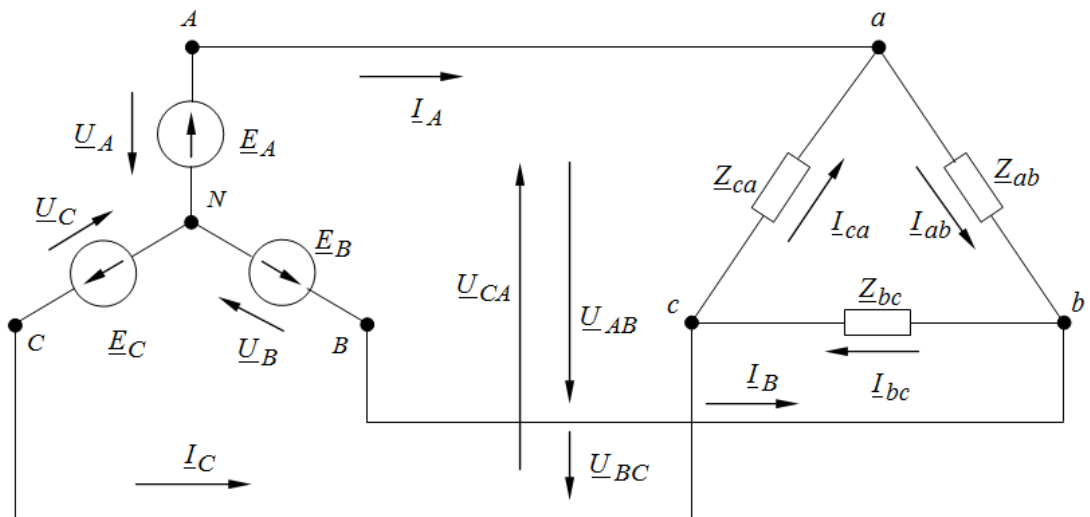


Рис. 3.33

**Решение**

Перед решением задачи на схеме (рис. 3.33) наносим положительные направления токов. Определяем фазные напряжения нагрузки, равные линейным напряжениям источника:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{AB} &= \underline{U}_A - \underline{U}_B = 127 - 127e^{-j120^\circ} = \\ &= 127 - (-63,5 - j110) = 190,5 + j110 = 220e^{j30^\circ} \text{ В,} \\ \underline{U}_{BC} &= \underline{U}_B - \underline{U}_C = 127e^{-j120^\circ} - 127e^{j120^\circ} = \\ &= -63,5 - j110 - (-63,5 + j110) = -j220 = 220e^{-j90^\circ} \text{ В,} \\ \underline{U}_{CA} &= \underline{U}_C - \underline{U}_A = 127e^{j120^\circ} - 127 = \\ &= -63,5 + j110 - 127 = -190,5 + j110 = 220e^{j150^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

При схеме соединения «звезда-треугольник» выполняется следующее соотношение (из анализа схемы)

$$\underline{U}_{\text{ф.н.}} = \underline{U}_{\text{л.н.}} = \underline{U}_{\text{л.ист.}}$$

Тогда для определения фазных токов, разделим линейное напряжение на нагрузке на соответствующее сопротивление нагрузки

$$\begin{aligned}\underline{I}_{ab} &= \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{220e^{j30^\circ}}{22e^{j30^\circ}} = 10 \text{ А,} \\ \underline{I}_{bc} &= \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{220e^{-j90^\circ}}{22e^{j30^\circ}} = 10e^{-j120^\circ} \text{ А,} \\ \underline{I}_{ca} &= \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{220e^{j150^\circ}}{22e^{j30^\circ}} = 10e^{j120^\circ} \text{ А.}\end{aligned}$$

Определяем линейные токи, записав выражения по 1-му закону Кирхгофа для узлов *a*, *b* и *c*:

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 10 - 10e^{j120^\circ} = 10 - (-5 + j8,67) = \\ &= 15 - j8,67 = 17,3e^{-j50^\circ} \text{ А,}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_B &= \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = 10e^{-j120^\circ} - 10 = -5 - j8,67 - 10 = \\ &= -15 - j8,67 = 17,3e^{-j150^\circ} \text{ А,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_C &= \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 10e^{j120^\circ} - 10e^{-j120^\circ} = -5 + j8,67 - (-5 - j8,67) = \\ &= j17,3 = 17,3e^{j90^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Так как нагрузка симметричная, то активная мощность, потребляемая каждой фазой, будет одинакова и определяться по выражению:

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos\varphi_\phi = 220 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ = 220 \cdot 10 \cdot 0,867 = 1907,4 \text{ Вт .}$$

Тогда активная мощность, потребляемая всей цепью:

$$P = 3P_\phi = 3 \cdot 1907,4 = 5722,2 \text{ Вт}$$

Строим в масштабе векторную диаграмму токов и напряжений (рис. 3.34):

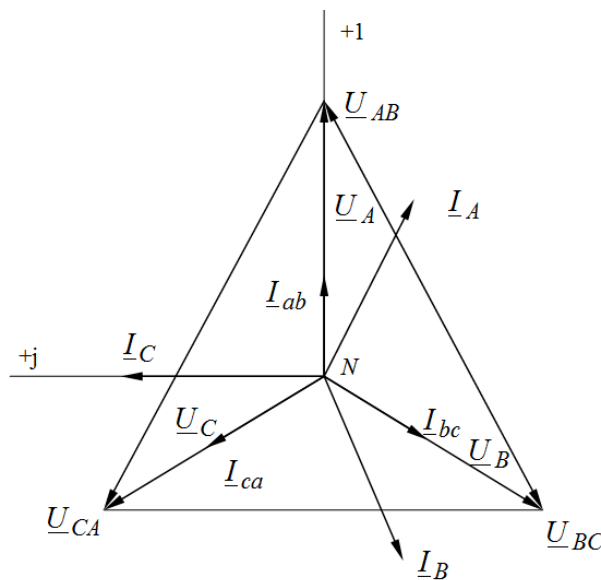


Рис. 3.34

3.3.3 В цепи, схема которой приведена на рис. 3.35,  $U_{\text{л}} = 127 \text{ В}$ ;  $R_a = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_b = 20 \text{ Ом}$ ;  $R_c = 10 \text{ Ом}$ . Сопротивление нейтрального провода  $R_n = 2 \text{ Ом}$ . Определить показания амперметров и мощность, потребляемую источником.

## Решение

Так как дано по условию линейное напряжение  $U_{\text{л}} = 127 \text{ В}$ , то фазные напряжения генератора соответственно равны:

$$U_{AN} = \frac{127}{\sqrt{3}} = 73,3 \text{ В}, \quad U_{BN} = 73,3e^{-j120^\circ} = (-36,5 - j63,5) \text{ В},$$

$$U_{CN} = 73,3e^{j120^\circ} = (-36,5 + j63,5) \text{ В}.$$

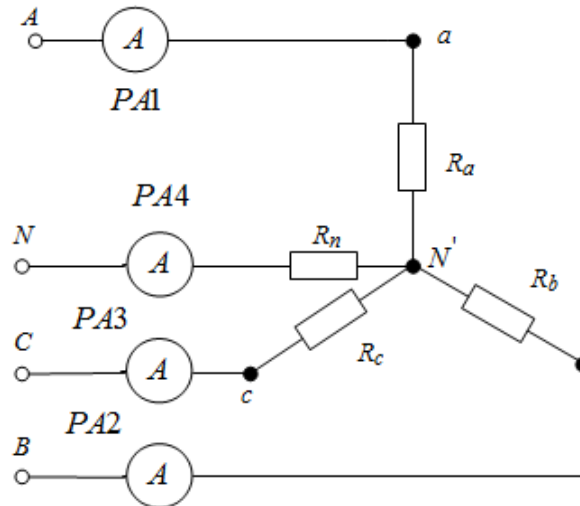


Рис. 3.35

Определим напряжение смещения нейтрали нагрузки

$$\begin{aligned} \underline{U}_{NN'} &= \frac{\underline{U}_{AN}\underline{Y}_a + \underline{U}_B\underline{Y}_b + \underline{U}_{CN}\underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_n} = \\ &= \frac{\underline{U}_{AN}\frac{1}{\underline{Z}_a} + \underline{U}_B\frac{1}{\underline{Z}_b} + \underline{U}_{CN}\frac{1}{\underline{Z}_c}}{\frac{1}{\underline{Z}_a} + \frac{1}{\underline{Z}_b} + \frac{1}{\underline{Z}_c} + \frac{1}{\underline{Z}_n}} = \\ &= \frac{73,3\frac{1}{10} + 73,3e^{-j120^\circ}\frac{1}{20} + 73,3e^{j120^\circ}\frac{1}{30}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{2}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{7,33 + 3,67e^{-j120^0} + 2,44e^{-j120^0}}{0,683} = \\
&= \frac{7,33 - 1,83 - j3,175 - 1,22 + j2,11}{0,683} = (6,2 - j1,57) \text{ В.}
\end{aligned}$$

Определим фазные напряжения приемника:

$$\underline{U}_{aN'} = \underline{U}_{AN} - \underline{U}_{NN'} = 73,3 - 6,2 + j1,57 = (67,1 + j1,57) \approx 67,1e^{j1,34^0} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_{bN'} = \underline{U}_{BN} - \underline{U}_{NN'} = -36,65 - j63,5 - 6,2 + j1,57 =$$

$$= (-42,85 - j61,93) = 75,3e^{j235,32^0} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_{cN'} = \underline{U}_{CN} - \underline{U}_{NN'} = -36,65 + j63,5 - 6,2 + j1,57 =$$

$$= (-42,85 + j65,07) = 77,9e^{-j123,36^0} \text{ В.}$$

Фазные токи равны:

$$\underline{I}_A = \underline{U}_{aN'} \underline{Y}_a = \underline{U}_{aN'} \frac{1}{\underline{Z}_a} = \frac{67,1e^{j1,34^0}}{10} = 6,71e^{j1,34^0} \text{ А,}$$

Амперметр PA1 покажет 6,72 А.

$$\underline{I}_B = \underline{U}_{bN'} \underline{Y}_b = \underline{U}_{bN'} \frac{1}{\underline{Z}_b} = \frac{75,3e^{j235,32^0}}{20} = 3,77e^{j235,32^0} \text{ А,}$$

Амперметр PA2 покажет 3,77 А.

$$\underline{I}_C = \underline{U}_{cN'} \underline{Y}_c = \underline{U}_{cN'} \frac{1}{\underline{Z}_c} = \frac{77,9e^{-j123,36^0}}{30} = 2,6e^{-j123,36^0} \text{ А,}$$

Амперметр PA3 покажет 2,6 А.

$$\underline{I}_N = \underline{U}_{NN'} \underline{Y}_n = \underline{U}_{NN'} \frac{1}{\underline{Z}_n} = \frac{6,2 - j1,57}{2} = 3,1 - j0,75 \approx 3,2e^{-j13,6^0} \text{ А,}$$

Амперметр PA4 покажет 3,2 А.

Мощность, потребляемая приемником равна:

$$\begin{aligned}
P &= \operatorname{Re} \left[ \underline{U}_{aN'} \cdot \underline{I}_A + \underline{U}_{bN'} \cdot \underline{I}_B + \underline{U}_{cN'} \cdot \underline{I}_C \right] = \\
&= \operatorname{Re} \left[ 67,1e^{j1,34^0} \cdot 6,71e^{-j1,34^0} + 75,3e^{j235,32^0} \cdot 3,77e^{-j235,32^0} + \right. \\
&\quad \left. + 77,9e^{-j123,36^0} \cdot 2,6e^{j123,36^0} \right] = \\
&= 450,2 + 283,9 + 202,5 \approx 936 \text{ Вт.}
\end{aligned}$$

На рис. 3.36 приведена векторная диаграмма токов и напряжений.

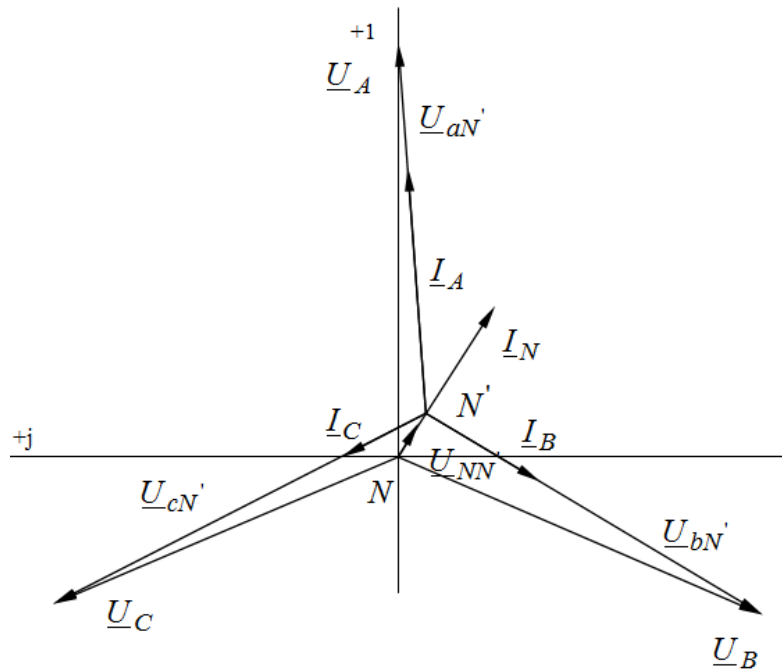


Рис. 3.36

3.3.4 К трехфазной линии с симметричными линейными напряжениями  $U_{\text{Л}} = 220 \text{ В}$  подключен треугольником приемник, сопротивление каждой фазы которого  $\underline{Z} = 10 + j10 \text{ Ом}$  (рис. 3.37). Определить токи в каждой фазе нагрузки и линии и активную мощность, потребляемую нагрузкой при обрыве линейного провода  $A$ .

### Решение

После обрыва линейного провода  $A$  цепь имеет вид (рис. 3.38):

Нагрузка включена на линейное напряжение  $\dot{U}_{BC}$ .

Примем, что комплекс напряжения  $\underline{U}_{\text{Л}}$  действителен. Тогда:

$$\underline{U}_{AB} = 220 \text{ В}; \underline{U}_{BC} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \underline{U}_{CA} = 220e^{j120^\circ} \text{ В}$$

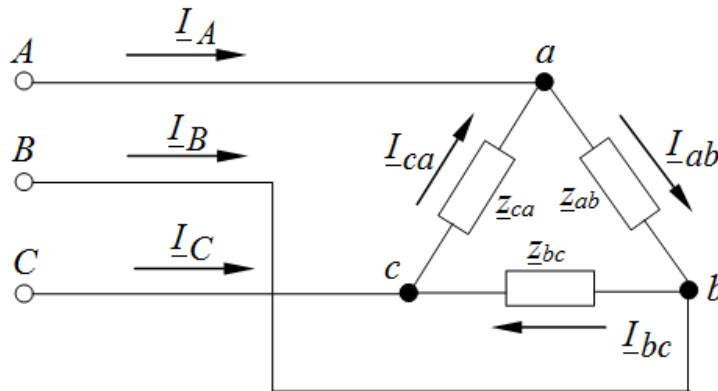


Рис. 3.37

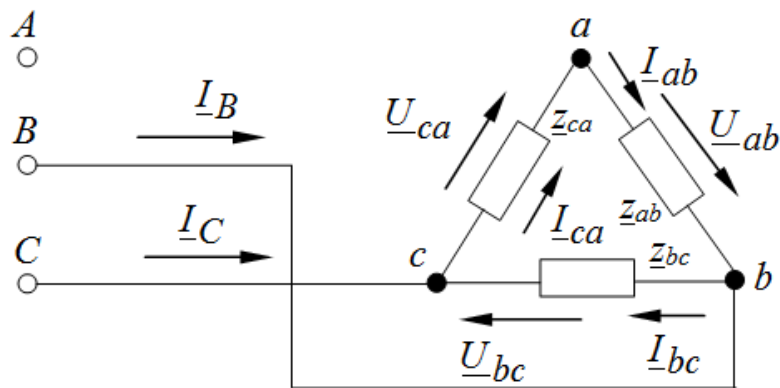


Рис. 3.38

Определяем токи в фазах нагрузки:

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{10 + j10} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{14,1e^{j45^\circ}} = 15,6e^{-j165^\circ} \text{ А};$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ab} = \underline{I}_{ca} &= -\frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{-220e^{-j120^\circ}}{20 + j20} = \frac{-220e^{-j120^\circ}}{28,2e^{j45^\circ}} = \\ &= 7,8e^{-j165^\circ} = 7,8e^{j15^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Линейные токи:

$$\underline{I}_A = 0$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_B &= \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ca} = 15,6e^{-j165^\circ} - 7,8e^{j15^\circ} = \\ &= -15,07 - j4,04 - 7,53 - j2,02 = \end{aligned}$$

$$= -22,6 - j6,06 = 23,4e^{-j165^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = -\underline{I}_B = -23,4e^{-j165^\circ} = 23,4e^{j15^\circ} \text{ A}.$$

Напряжение на фазах нагрузки:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{ca} = \underline{I}_{ab} \cdot \underline{Z}_{ab} = 7,8e^{j15^\circ} \cdot 14,1e^{j45^\circ} = 110e^{j60^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}.$$

Активная мощность, потребляемая нагрузка:

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = \overset{*}{\underline{U}_{ab}} \cdot \overset{*}{I_{ab}} \cdot \cos\varphi_{ab} + \overset{*}{\underline{U}_{bc}} \cdot \overset{*}{I_{bc}} \cdot \cos\varphi_{bc} +$$

$$+ \overset{*}{\underline{U}_{ca}} \cdot \overset{*}{I_{ca}} \cdot \cos\varphi_{ca} = 110 \cdot 7,8 \cdot \cos 45^\circ + 110 \cdot 7,8 \cdot \cos 45^\circ +$$

$$+ 220 \cdot 15,6 \cdot \cos 45^\circ = 606,6 + 606,6 + 2426,4 = 3639,6 \text{ Вт}.$$

Строим в масштабе векторную диаграмму (рис. 3.39).

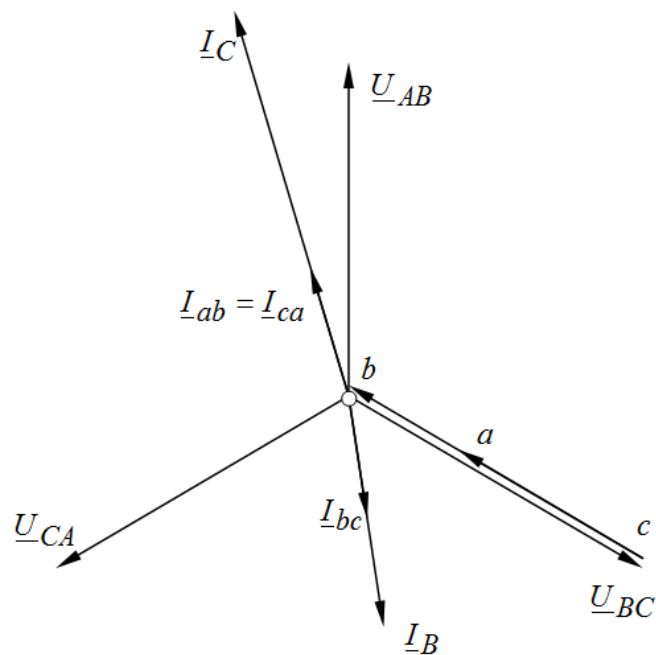


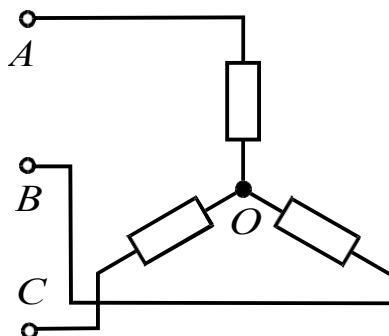
Рис. 3.39



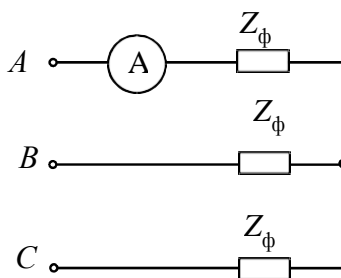
### 3.4 Вопросы и задачи для самоконтроля

3.4.1 Симметричная нагрузка соединена звездой. Линейное напряжение 380 В. Чему равно фазное напряжение?

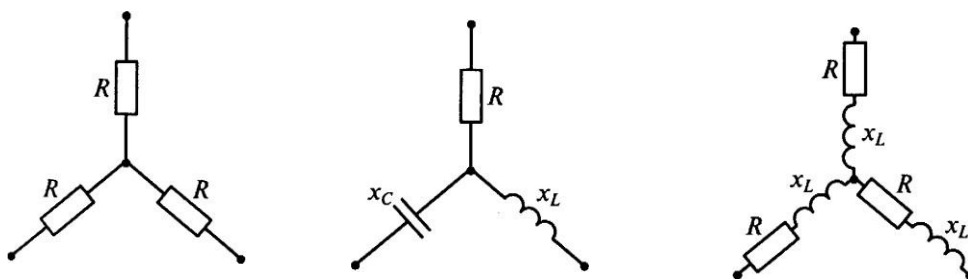
3.4.2 Между какими точками надо включить вольтметр для измерения фазного напряжения?



3.4.3 Определить показание амперметра, если известно, что,  $U_{\text{л}}=220$  В,  $Z_{\phi}=22$  Ом.

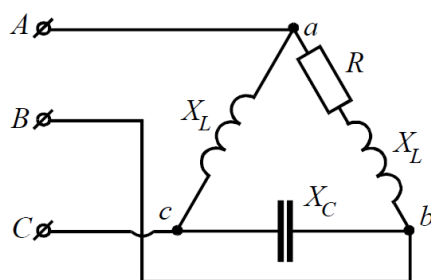


3.4.4 В какой из схем нагрузка является несимметричной, если  $X_L = X_C = R$ ?

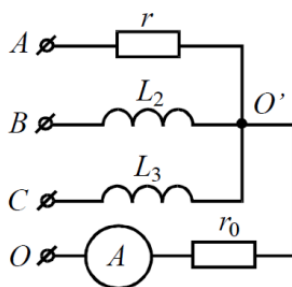


3.4.5 Дано:  $U_{\text{л}}=380$  В;  $R = X_L = X_C = 100$  Ом. Определить ток  $I_C$ , оп-

ределить ток  $I_{ab}$  при обрыве линейного провода  $B$ .



3.4.6 Дано:  $U_{\phi} = 220\text{В}$ ;  $r_0 = r_1 = \omega L_2 = \omega L_3 = 100\text{ Ом}$ . Определить ток в нейтральном проводе



## 4. Расчет переходных процессов в линейной цепи

### постоянного тока

#### 4.1. Задание №4

1. Для одной из схем рис. 4.1-4.50, определяемой заданным вариантом рассчитать классическим методом в переходном режиме токи в ветвях и напряжение на реактивном элементе. Параметры цепи:  $L = 10$  Гн,  $C = 100$  мкФ,  $E = 20$  В. Значения сопротивлений  $R_1$ -  $R_4$  указаны в соответствии с вариантом в табл. 4.1.

Построить графики переходного режима рассчитанных токов и напряжения.

2. Повторить расчет операторным методом. Сравнить полученные результаты.

3. В схему цепи по п.1 включить последовательно с резистором  $R_2$  или индуктивность, в схемах которых уже есть емкость, или емкость для схем в которых есть индуктивность. Значения Э.Д.С., резисторов,  $C$  и  $L$  указаны в п.1 задания. В полученной схеме операторным методом рассчитать в переходном режиме токи в ветвях и напряжения на реактивных элементах, а также построить графики указанных параметров.

#### ПРИМЕЧАНИЯ:

Положение переключателя на схеме показано в докоммутационном режиме

Таблица 4.1

№ варианта	№ рисунка	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом
1	4.1	10	60	80	20
2	4.2	30	10	100	20
3	4.3	15	30	70	40
4	4.4	100	20	10	30
5	4.5	10	60	20	80
6	4.6	10	20	60	40
7	4.7	40	10	60	30
8	4.8	100	30	15	10

9	4.9	15	20	100	10
10	4.10	60	10	80	70
11	4.11	20	60	80	10
12	4.12	100	10	20	30
13	4.13	70	30	40	15
14	4.14	10	20	30	100
15	4.15	10	60	80	20
16	4.16	40	20	60	10
17	4.17	60	10	30	40
18	4.18	10	30	100	15
19	4.19	10	20	100	15
20	4.20	60	10	70	80
21	4.21	80	60	20	10
22	4.22	20	10	30	100
23	4.23	15	30	70	40
24	4.24	100	20	30	10
25	4.25	20	60	80	10
26	4.26	60	20	10	40
27	4.27	30	10	40	60
28	4.28	10	30	15	100
29	4.29	10	20	15	100
30	4.30	80	10	60	70
31	4.31	10	60	20	80
32	4.32	30	10	20	100
33	4.33	40	30	70	15
34	4.34	100	20	30	10
35	4.35	80	60	20	10
36	4.36	10	20	60	40
37	4.37	40	10	30	60
38	4.38	100	30	10	15
39	4.39	100	20	10	15
40	4.40	80	10	60	70

41	4.41	80	60	20	10
42	4.42	100	10	20	30
43	4.43	15	30	70	40
44	4.44	30	20	10	100
45	4.45	20	60	10	80
46	4.46	60	20	40	10
47	4.47	30	10	60	40
48	4.48	15	30	100	10
49	4.49	15	20	100	10
50	4.50	70	10	80	60

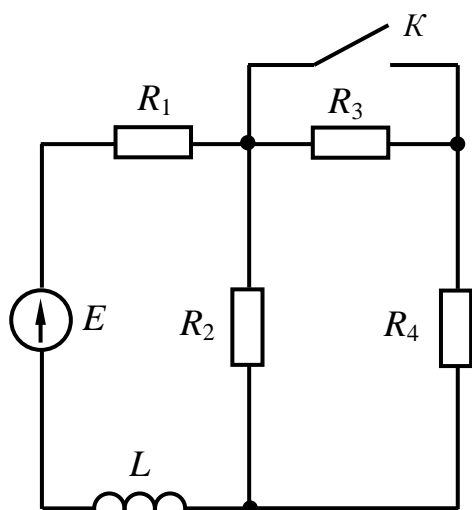


Рис. 4.1

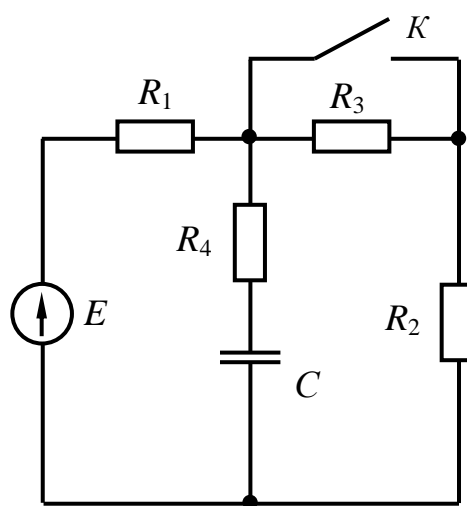


Рис. 4.2

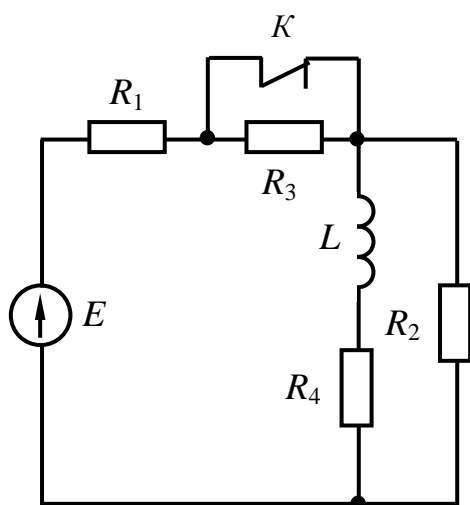


Рис. 4.3

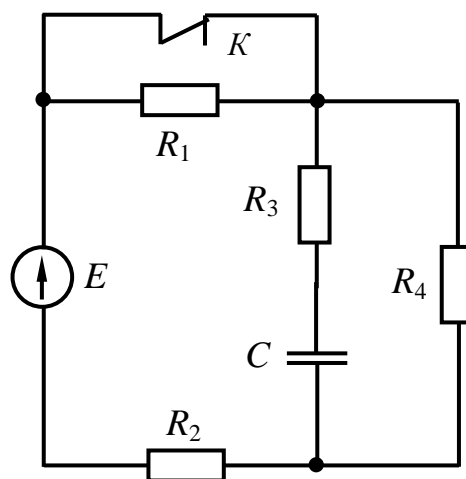


Рис. 4.4

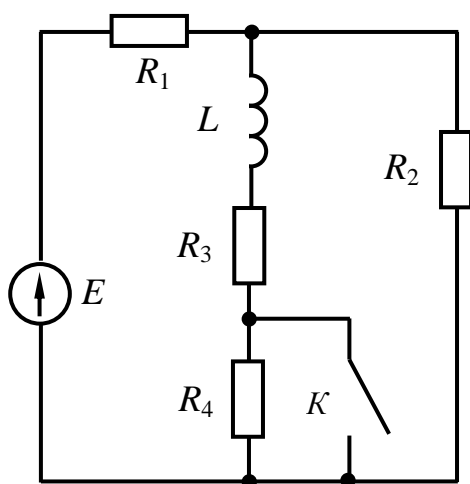


Рис. 4.5

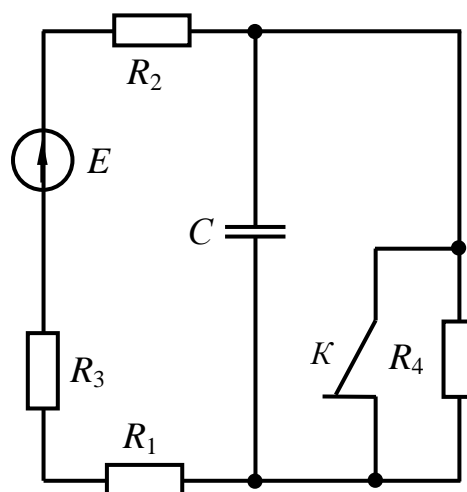


Рис. 4.6

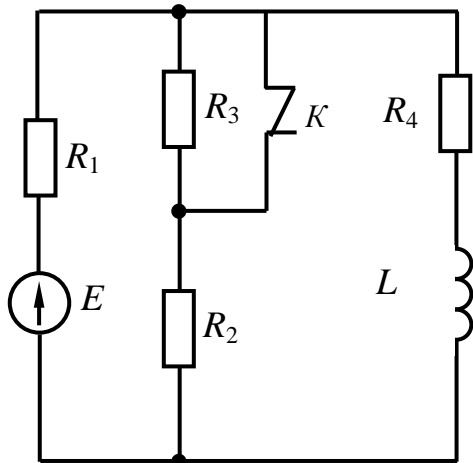


Рис. 4.7

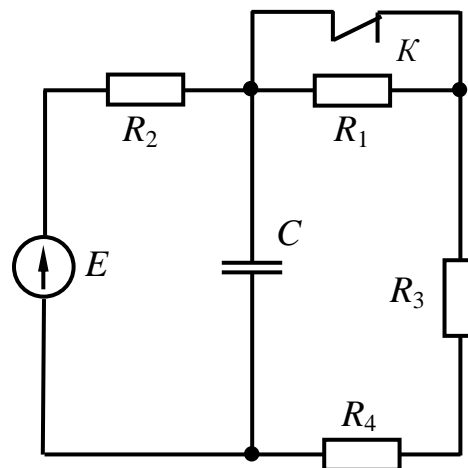


Рис. 4.8

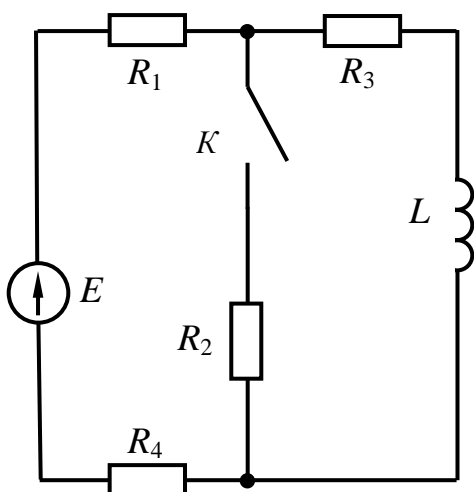


Рис. 4.9

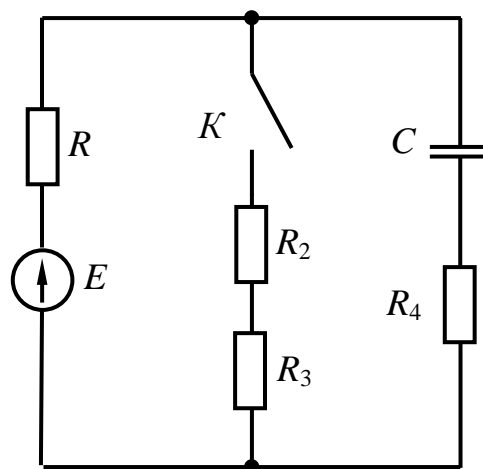


Рис. 4.10

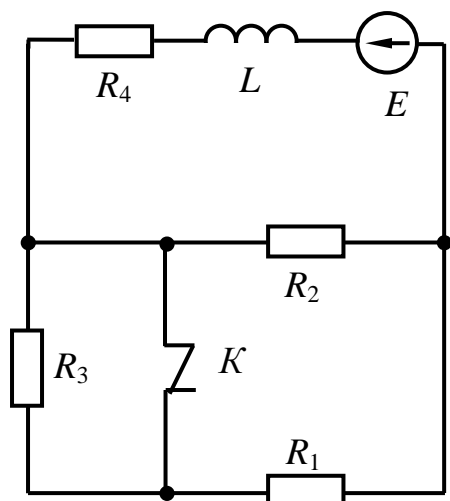


Рис. 4.11

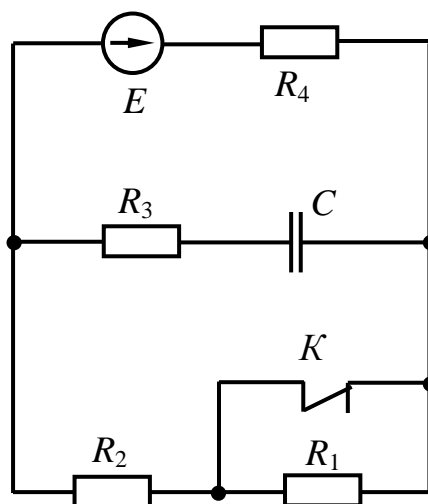


Рис. 4.12

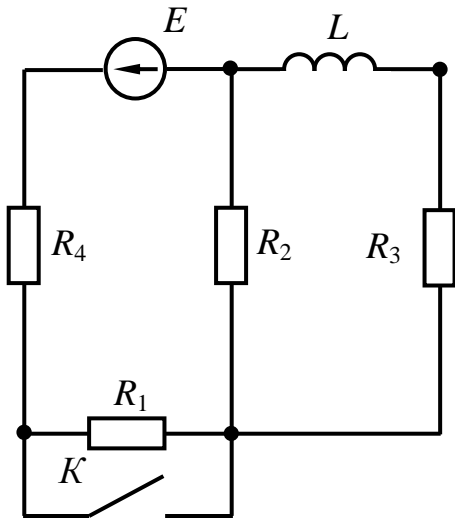


Рис. 4.13

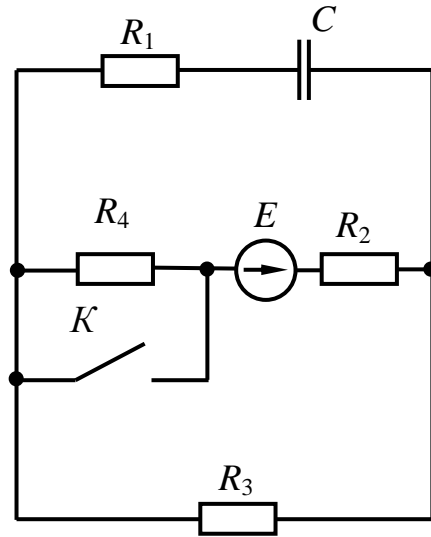


Рис. 4.14

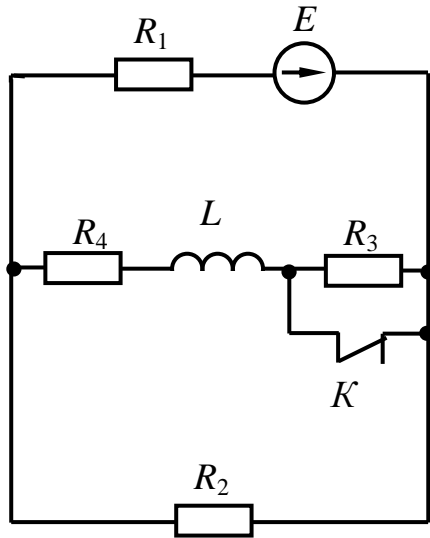


Рис. 4.15

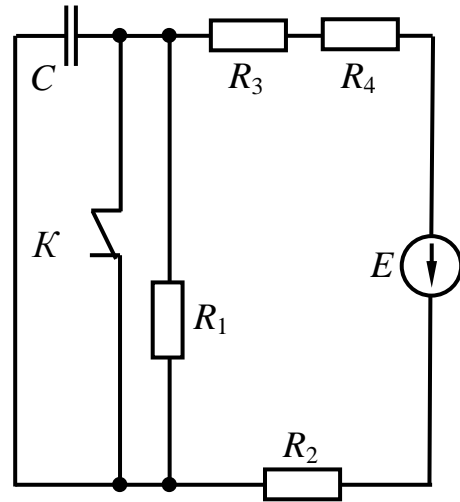


Рис. 4.16

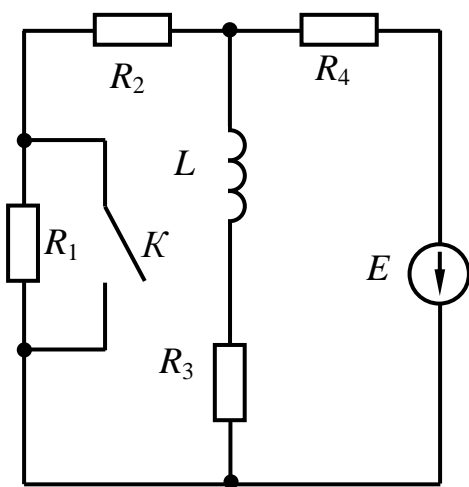


Рис. 4.17

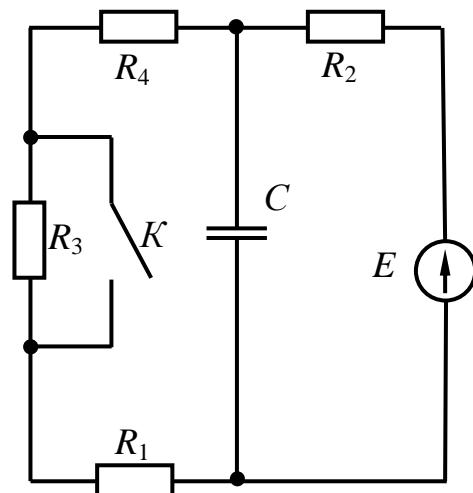


Рис. 4.18



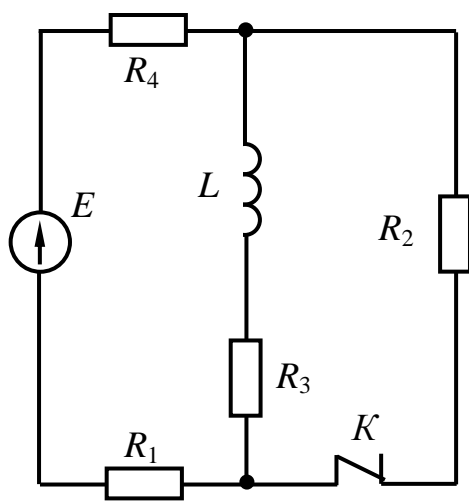


Рис. 4.19

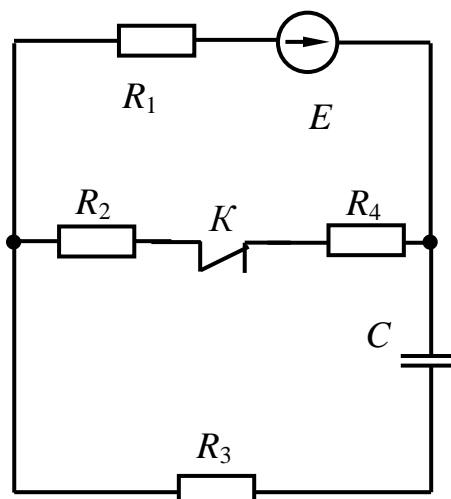


Рис. 4.20

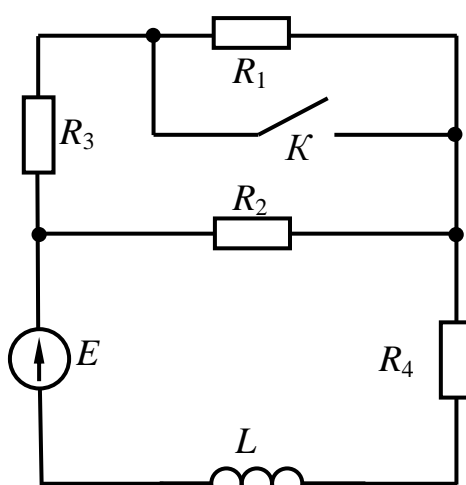


Рис. 4.21

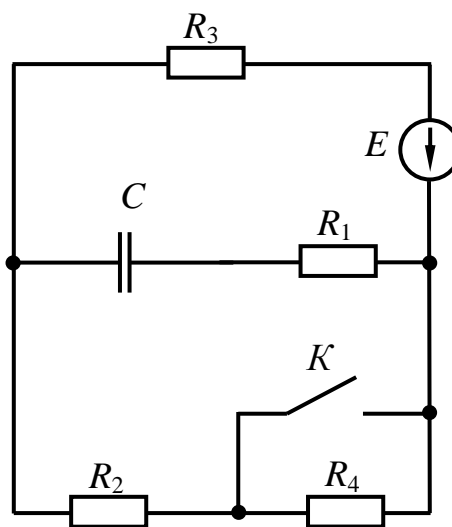


Рис. 4.22

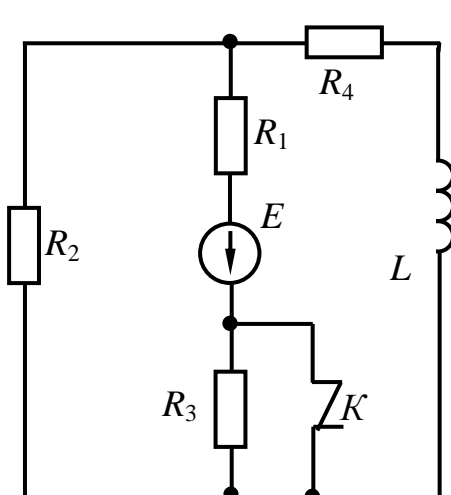


Рис. 4.23

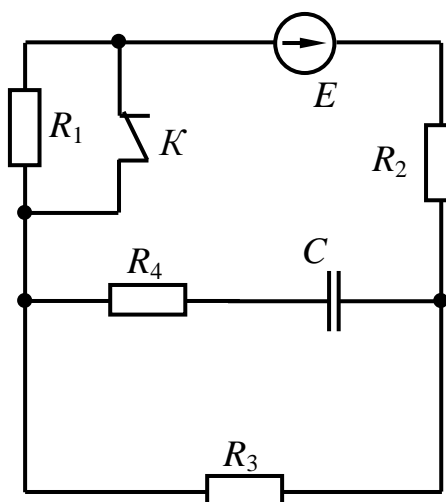


Рис. 4.24

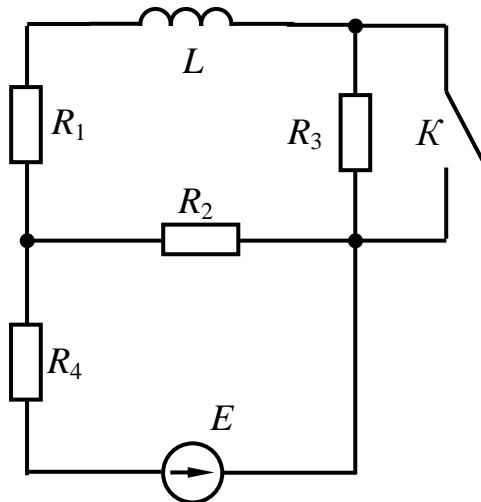


Рис. 4.25

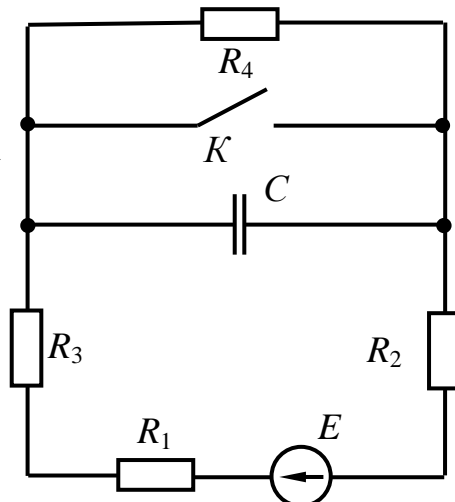


Рис. 4.26

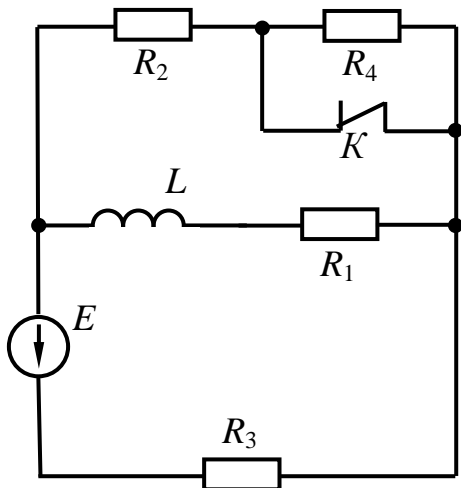


Рис. 4.27

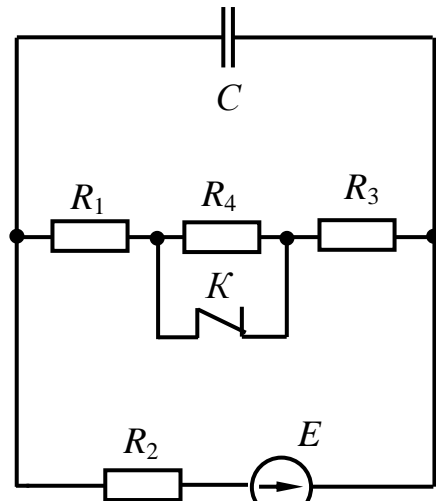


Рис. 4.28

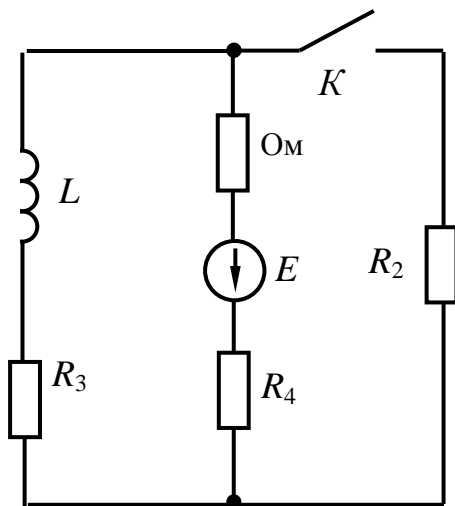


Рис. 4.29 $R_1$

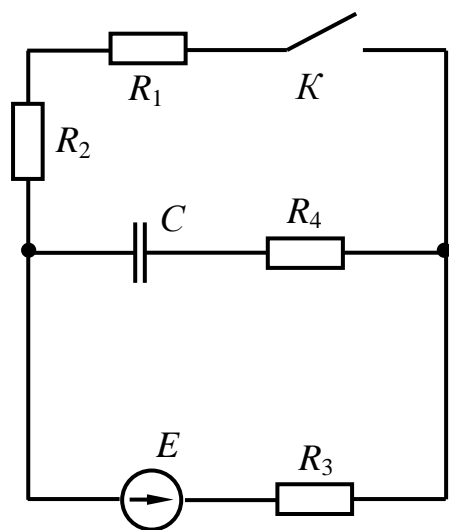


Рис. 4.30

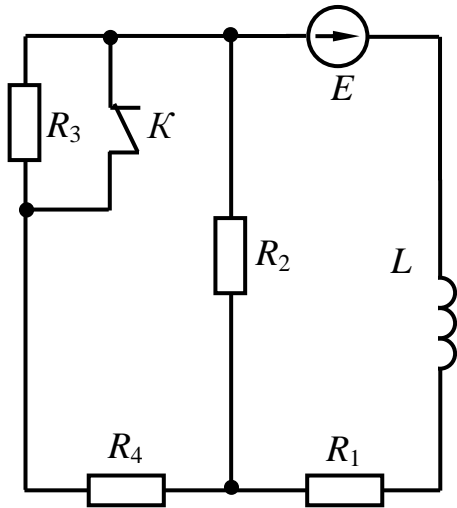


Рис. 4.31

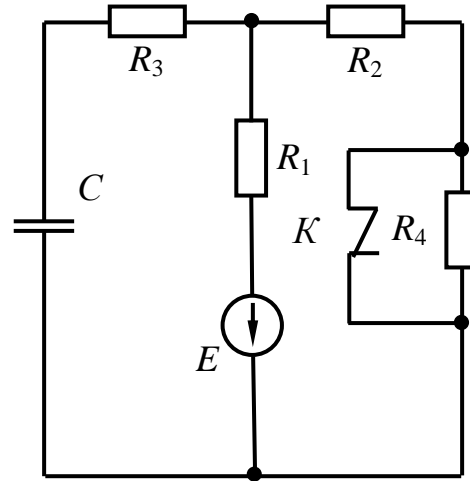


Рис. 4.32

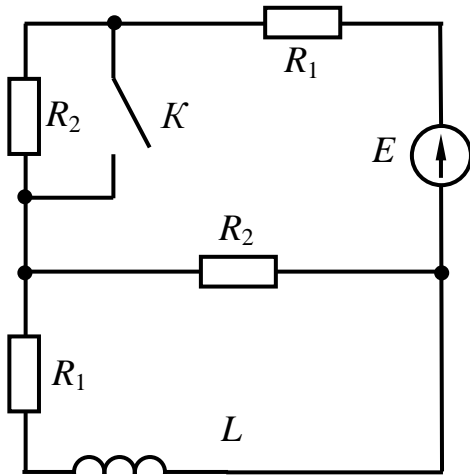


Рис. 4.33

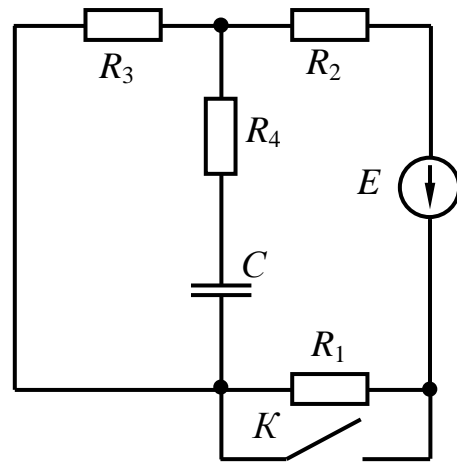


Рис. 4.34

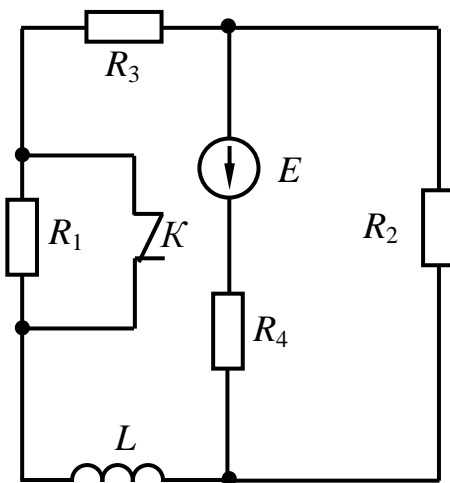


Рис. 4.35

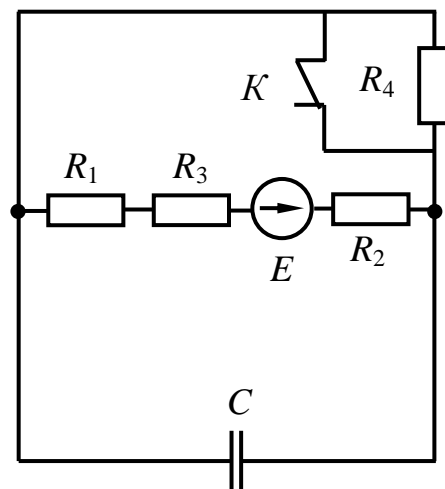


Рис. 4.36

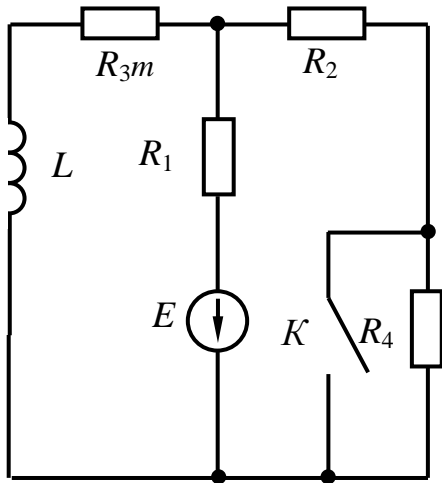


Рис. 4.37

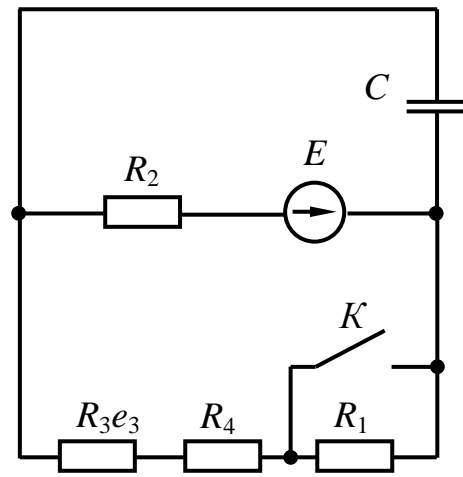


Рис. 4.38

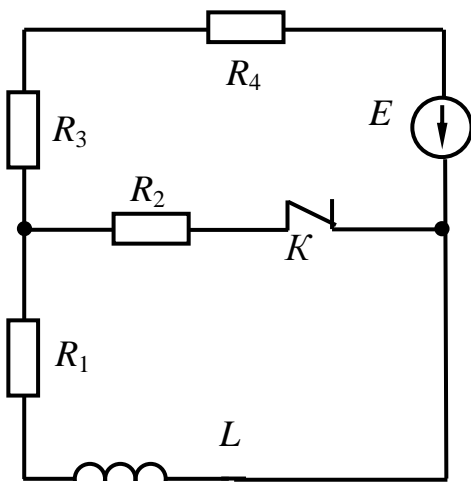


Рис. 4.39

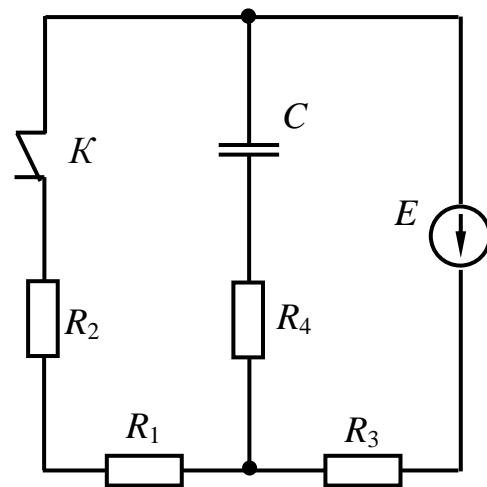


Рис. 4.40

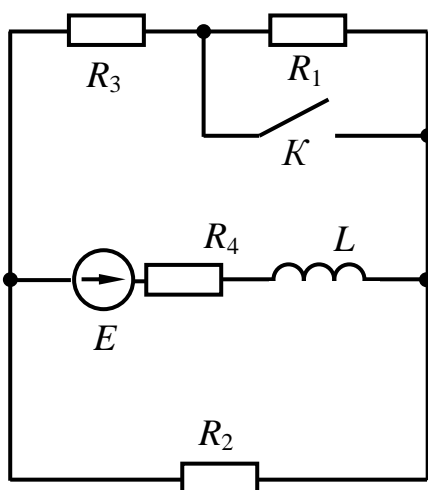


Рис. 4.41

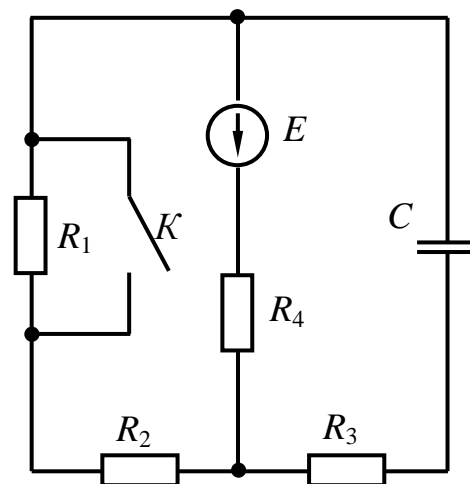


Рис. 4.42

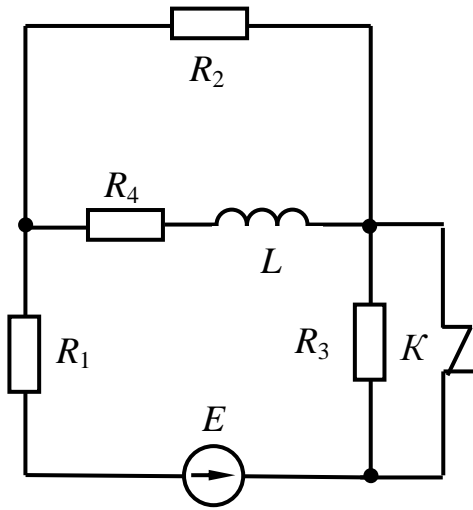


Рис. 4.43

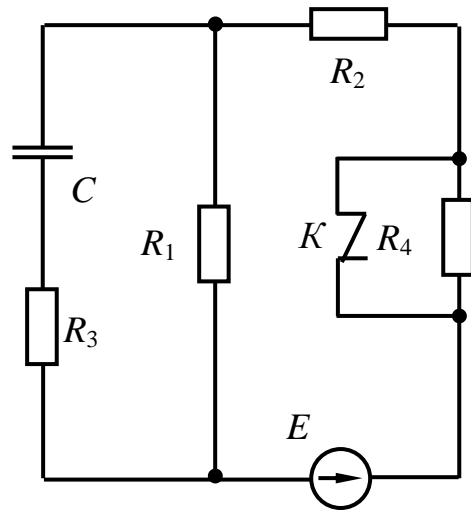


Рис. 4.44

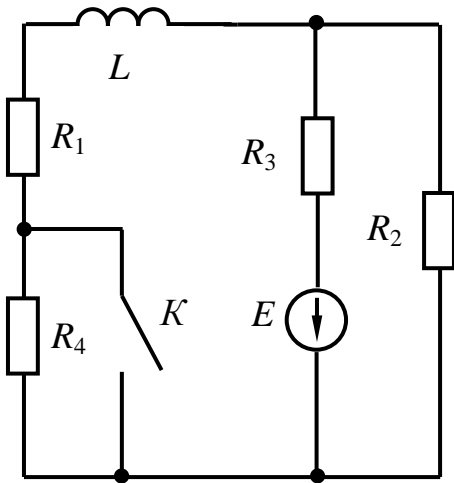


Рис. 4.45

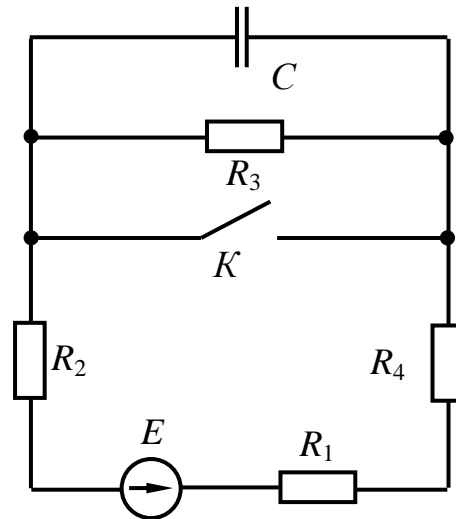


Рис. 4.46

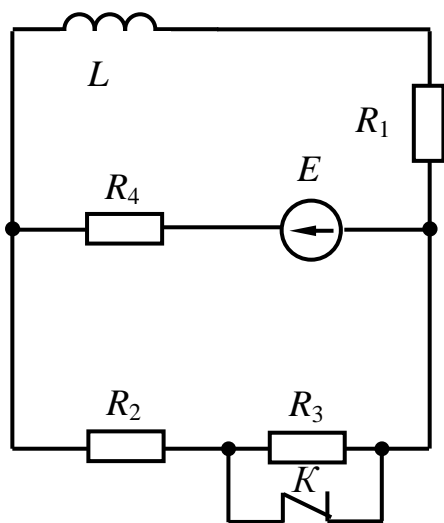


Рис. 4.47

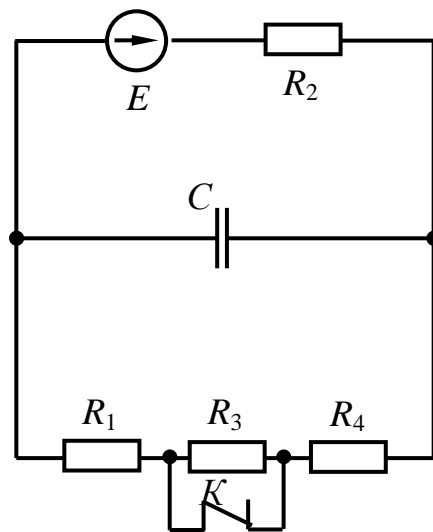


Рис. 4.48

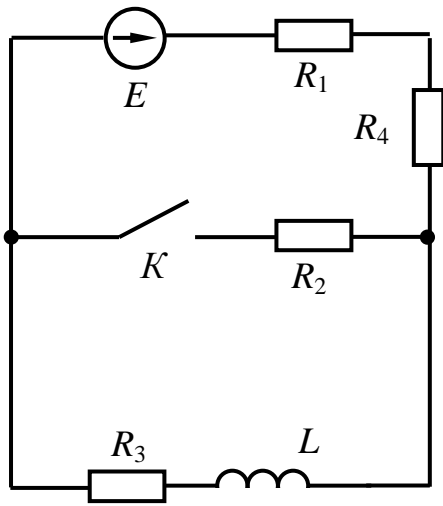


Рис. 4.49

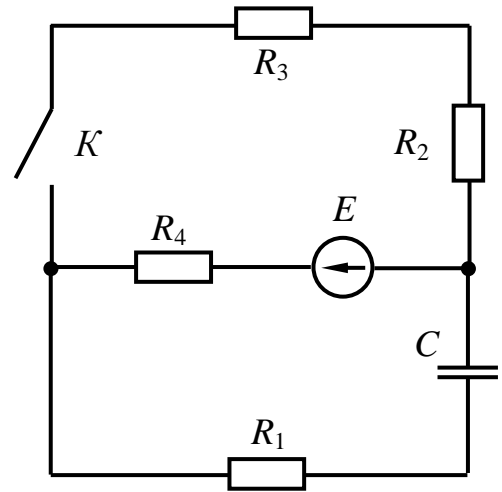


Рис. 4.50

## 4.2 Краткие теоретические положения

### Классический метод расчета переходных процессов

В тех случаях, когда мы имеем дело с электрическими цепями с сосредоточенными параметрами и когда параметры цепи постоянны, математический анализ переходных процессов сводится к нахождению общих интегралов обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Число уравнений должно быть равно числу неизвестных токов. Далее, исключая последовательно из системы все токи, кроме того, который подлежит определению, допустим  $i_s$ , получают неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами и свободным членом:

$$a_n \frac{d^n i_s}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} i_s}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{di_s}{dt} + a_0 i_s = f(t) \quad (4.1)$$

Порядок уравнения определяется числом реактивных элементов (накопителей энергии) и конфигурацией цепи. Свободный член включает в себя связанные ЭДС.

Общий интеграл линейного дифференциального уравнения (4.1) равен сумме его частного решения  $i_s'$  и общего решения  $i_s''$  однородного дифференциального уравнения:

$$a_n \frac{d^n i_s''}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} i_s''}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{di_s''}{dt} + a_0 i_s'' = 0 \quad (4.2)$$

$$\text{т.е. } i_s = i_s' + i_s'' \quad (4.3)$$

Частное решение  $i_s'$  находится при подстановке в (4.1)  $t = \infty$  и представляет собой значение тока  $i_s$  при установившемся после коммутации режиме работы цепи.

Общее решение  $i_s''$  однородного уравнения (4.2) имеет вид

$$i_s'' = A_{s1} e^{p_1 t} + A_{s2} e^{p_2 t} + \dots + A_{sn} e^{p_n t}, \quad (4.4)$$

где  $A_{s_1}, A_{s_2}, \dots, A_{s_n}$  – постоянные интегрирования;  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , корни характеристического уравнения, полученного из (4.2) путем замены  $\frac{d^n i_s''}{dt^n}$  на  $p_n$ ,  $\frac{d^{n-1} i_s''}{dt^{n-1}}$  на  $p_{n-1}$ ,  $\frac{d i_s''}{dt}$  на  $p$  и  $i_s''$  на  $p^0 = 1$ .

Тогда характеристическое уравнение запишется в виде

$$a_n p_n + a_{n-1} p_{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad (4.5)$$

Корни уравнения (4.5) должны быть либо вещественными, либо комплексно сопряженными, либо чисто мнимыми, причем как вещественные корни, так и вещественные части комплексных корней должны быть отрицательными. Подставляя (4) в (3) для общего интеграла уравнения (4.1), будем иметь:

$$i_s = i_s' + A_{s_1} e^{p_1 t} + A_{s_2} e^{p_2 t} + \dots + A_{s_n} e^{p_n t} \quad (4.6)$$

Общий интеграл (4.6) дифференциального уравнения (4.1) даст возможность считать ток  $i_s$  при переходном процессе состоящим из двух составляющих: принужденной  $i_s'$ , не зависящей от времени и равной току установившегося режима в послекоммутационной цепи, и свободной  $i_s''$ , затухающей к концу переходного процесса, обусловленной энергией электрического и магнитного полей, запасенной в накопителях энергии ( $L, C$ ) к моменту коммутации и параметрами цепи. Если до коммутации цепь была отключена от источника энергии, то свободная составляющая  $i_s''$  вызывается процессом создания запаса энергии в катушках ( $W_{\text{магн}} = \frac{Li^2}{2}$ ) и конденсаторах ( $W_{\text{эл}} = \frac{Cu^2}{2}$ ).

Постоянные интегрирования, входящие в (4.4) определяются из начальных условий, представляющих собой значения токов, напряжений и их производных в первый момент после коммутации.

Момент коммутации соответствует времени  $t = 0$ , т.е. началу переходного процесса. Однако нужно различать момент  $t = (0_-)$ , непосред-



венно предшествующий коммутации, и момент  $t = (0_+)$ , непосредственно следующий за ней. Оба соответствуют  $t = 0$  (рис. 4.51).

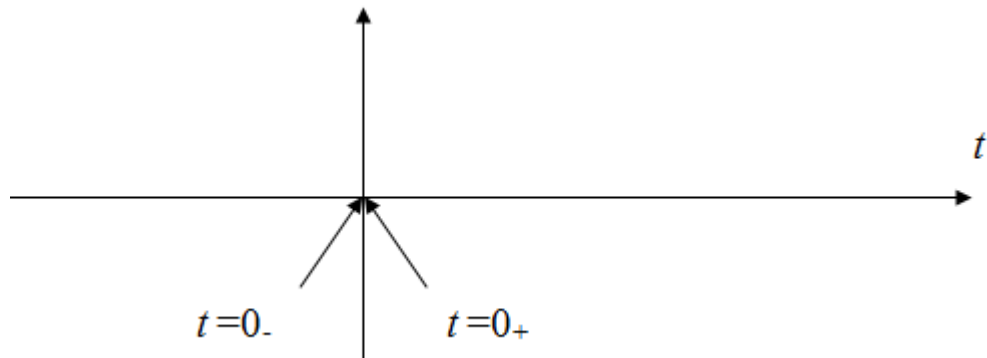


Рис. 4.51

Для определения постоянных интегрирования, при известных начальных условиях, кроме уравнения (4.6), необходимо ещё  $n-1$  уравнений. Эти уравнения получают, если взять  $n-1$  производных от (4.6). Полученная при этом система имеет вид:

$$\begin{cases} i_1(t) = i_1'(t) + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots + A_n e^{p_n t} \\ \frac{di_1}{dt} = \frac{di_1'}{dt} + p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t} + \dots + p_n A_n e^{p_n t} \\ \frac{d^{n-1} i_1}{dt^{n-1}} = \frac{d^{n-1} i_1'}{dt^{n-1}} + p_1^{n-1} A_1 e^{p_1 t} + p_2^{n-1} A_2 e^{p_2 t} + \dots + p_n^{n-1} A_n e^{p_n t} \end{cases} \quad (4.7)$$

Подставляя в (4.7) значение тока и его производных в момент  $t = (0_+)$  будем иметь:

$$\begin{cases} i_1(0_+) = i_1'(0_+) + A_1 + A_2 + \dots + A_n \\ \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0_+} = \frac{di_1'}{dt} \Big|_{t=0_+} + p_1 A_1 + p_2 A_2 + \dots + p_n A_n \\ \frac{d^{n-1} i_1}{dt^{n-1}} \Big|_{t=0_+} = \frac{d^{n-1} i_1'}{dt^{n-1}} \Big|_{t=0_+} + p_1^{n-1} A_1 + p_2^{n-1} A_2 + \dots + p_n^{n-1} A_n \end{cases} \quad (4.8)$$

Начальные значения тока и его производных определяются путем решения системы интегро-дифференциальных уравнений, составленной

для получения (4.1) на основании законов Кирхгофа, после подстановки в эти уравнения значений токов в ветвях с индуктивными катушками и напряжений на конденсаторах в момент коммутации. В свою очередь эти значения находятся из первого и второго законов коммутации.

После нахождения тока  $i_1$  остальные токи цепи определяются по уравнениям связи с  $i_1$ , полученным ранее, из системы интегро-дифференциальных уравнений цепи.

Трудоемкость классического метода значительно сокращается, если для получения характеристического уравнения (4.5) используется выражения комплекса входного сопротивления цепи после ее коммутации  $Z_{ВХ}(j\omega)$ .

В этом случае характеристическое уравнение цепи получают путем замены в выражении  $Z_{ВХ}(j\omega)$  произведения  $j\omega$  на  $p$ . Приравнявая, вновь полученное выражение к нулю, т.е.

$$Z_{ВХ}(p) = 0, \quad (4.9)$$

и решая это уравнение, получают корни характеристического уравнения.

После определения  $n$  корней характеристического уравнения значения токов в ветвях цепи находят по выражению:

$$i_s = i'_s + \sum_{k=1}^n A_{s_k} e^{p_k t} \quad (s = 1, 2, 3 \dots q) \quad (4.10)$$

где  $q$  – число токов, подлежащих определению.

Постоянные интегрирования  $A_{s_k}$  для каждого тока находятся по методике, описанной выше.

### **Операторный метод расчета переходных процессов**

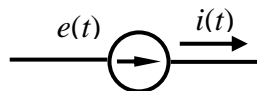
Решение электротехнических задач операторным методом производится по следующим этапам:

1. Для коммутационного режима цепи определяются все необходимые начальные значения токов и напряжений. Расчёт ничем не отличается от расчёта цепей в установившемся режиме. Если в цепи действуют переменные во времени источники энергии, то начальные значения определяются при  $t = 0_-$ , что соответствует моменту коммутации.

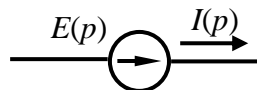
Учитывая первый и второй законы коммутации, определяются начальные значения токов через индуктивности  $i(0) = i(0_-)$  и начальные значения напряжений на ёмкостях  $u_c(0) = u_c(0_-)$  в первый момент после коммутации.

2. Для послекоммутационного режима цепи составляется операторная схема, в которой будут действовать операторные изображения токов, напряжений и ЭДС.

Идеальный источник ЭДС  $e(t)$  с током  $i(t)$ :



Заменяется операторным изображением по уравнению (4.17):



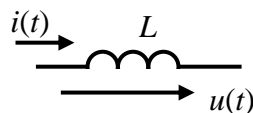
Значение  $E(p)$  будет определяться зависимость ЭДС от времени. Если имеем источник постоянной ЭДС  $e(t) = E$ , то его изображение будет равно:  $E(p) = \frac{E}{p}$ .

Реальные источники тока  $i(t)$  аналогично заменяются операторными источниками тока  $I(p)$ .

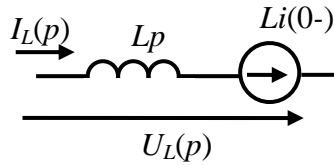
Активное сопротивление реальной схемы заменяют операторным сопротивлением  $R$ , не отличающимся по величине от активного сопротивления  $R$ , т.к. в преобразовании Лапласа это сопротивление является коэффициентом, вынесенным за знак интеграла.

Индуктивность реальной схемы с током  $i(t)$  и напряжением  $u(t)$

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$



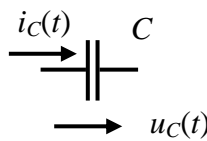
заменяют совокупностью последовательно соединенных операторного сопротивления равного  $pL$  и внутренней ЭДС равной  $Li(0_-)$ , учитывающей энергию, накопленную в индуктивности до коммутации:



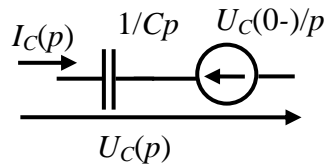
где  $i(0_-)$  – значение тока через индуктивность в момент времени до коммутации.

Емкость реальной схемы с током  $i(t)$  и напряжением  $u_c(t)$ :

$$u_c(t) = u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

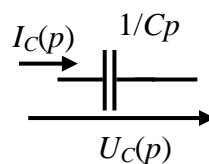
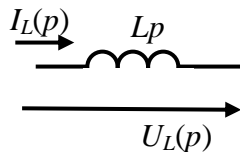


заменяют совокупностью последовательно соединенных операторного сопротивления равного  $\frac{1}{pC}$  и внутренней ЭДС, равной  $\frac{u_c(0_-)}{p}$ , учитывающей энергию, накопленную в конденсаторе до коммутации:



где  $u_c(0_-)$  – значение напряжения на емкости до коммутации.

В частном случае, если ток в момент коммутации через индуктивность отсутствовал, т.е.  $i(0) = 0$  и емкость в момент коммутации не была заряжена, т.е.  $u_c(0) = 0$ , то внутренние ЭДС этих элементов будут равны нулю, и операторные схемы соответственно индуктивности и емкости будут иметь вид:



3. По полученной операторной схеме определяются операторные изображения необходимых токов и напряжений.

Для операторных схем справедливы первый и второй законы Кирхгофа в операторной форме:

Для узла операторной схемы алгебраическая сумма операторных токов равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k(p) = 0;$$

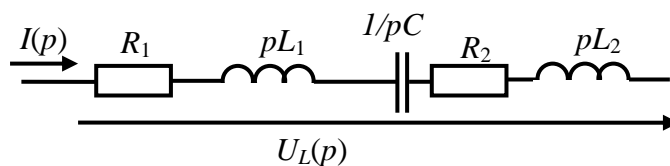
Для контура операторной схемы алгебраическая сумма операторных ЭДС входящих в этот контур равна алгебраической сумме операторных падений напряжений в этом же контуре:

$$\sum_{k=1}^n E_k(p) = \sum_{k=1}^n U_k(p),$$

здесь операторное падение напряжения на участке операторной цепи, не содержащей операторных ЭДС можно определить по закону Ома в операторной форме:

$$U(p) = I(p) \underline{Z}(p)$$

где  $\underline{Z}(p)$  – операторное сопротивление участка операторной цепи. Если этот участок имеет, например, вид:



$$\text{то } \underline{Z}(p) = R_1 + pL_1 + R_2 + \frac{1}{pC} + pL_2.$$

Так как для операторной цепи могут быть записаны законы Ома и Кирхгофа, то, следовательно, в расчете переходных процессов с помощью преобразования Лапласа могут быть использованы методы, основанные на этих законах (метод эквивалентных преобразований, метод контурных токов, принцип наложения, метод эквивалентного генератора и т.д.).

4. По рассчитанным операторным изображениям токов и напряжений определяются их оригиналы. В простых случаях изображения искоемых величин получаются в табличной форме или приводятся к ней. Тогда следует воспользоваться таблицей изображений по Лапласу и перейти от

изображений к оригиналам. Гораздо чаще табличной формы не получается и не видны пути приведения к ней. В этом случае необходимо использовать формулу разложения.

Формула разложения имеет вид:

$$X(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \equiv \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t} \quad (4.11)$$

Если знаменатель уравнения (4.11) имеет корень равный нулю, т.е.  $F_2(p) = pF_3(p)$ , то оригинал определяется по формуле:

$$X(p) = \frac{F_1(p)}{pF_3(p)} \equiv \frac{F_1(0)}{F_3(0)} \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{p_k F_3'(p_k)} e^{p_k t} \quad (4.12)$$

Если среди корней характеристического уравнения  $F_2(p) = 0$  имеются комплексно сопряженные, например  $p_1 = \alpha + j\beta$  и  $p_2 = \alpha - j\beta$ , то уравнение (4.12) будет иметь вид:

$$X(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \equiv 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} \right] + \sum_{k=3}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t} \quad (4.13)$$

если имеется ещё и нулевой корень  $p_3 = 0$ , то уравнение (4.13) будет иметь вид:

$$X(p) = \frac{F_1(p)}{pF_3(p)} \equiv 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{F_1(p_1)}{p_1 F_3'(p_1)} e^{p_1 t} \right] + \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + \sum_{k=4}^n \frac{F_1(p_k)}{p_k F_3'(p_k)} e^{p_k t} \quad (4.14)$$

Если один из корней характеристического уравнения мнимый:  $p_1 = j\omega$ , то уравнение (4.20) имеет вид:

$$X(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{F_1(p)}{(p - j\omega)F_3(p)} \equiv \operatorname{Im} \left[ \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \sum_{k=2}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t} \right] \quad (4.15)$$

### 4.3 Примеры расчета переходных процессов в цепях постоянного тока

4.3.1 Электромагнит  $R_2$ - $L$ , шунтированный резистором  $R_3$  для замедления нарастания тока, подключен к источнику постоянного напряжения с ЭДС  $E=60$  В (рис. 4.52). Для последующего ограничения тока источника

энергии последовательно с резистором  $R_1$  вводится еще  $R_1'$  (в результате размыкания выключателя  $K$ ).

Определить законы изменения во времени всех токов после размыкания контакта.  $E=60$  В,  $R_1=8$  Ом,  $R_2=10$  Ом,  $R_1'=10$  Ом,  $R_3=30$  Ом,  $L=25$  мГн.

### Решение

В соответствии с направлением токов на схеме рис. 4.52 составляем выражения для их определения. Используем общий порядок расчёта.

1. До коммутации:

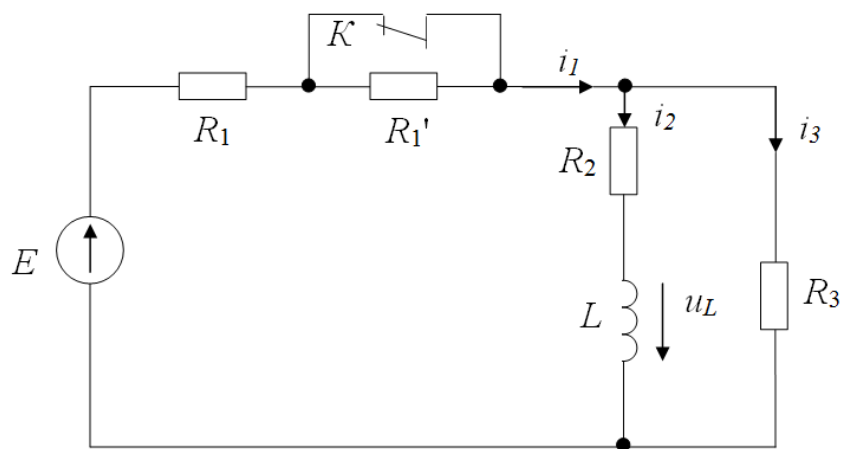


Рис. 4.52

$$i_1(0_-) = \frac{E}{R_{\text{экв}}} = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{60}{8 + \frac{10 \cdot 30}{40}} = \frac{60}{15,5} = 3,87 \text{ А}$$

$$i_2(0_-) = \frac{i_1(0_-) R_3}{R_2 + R_3} = 3,87 \cdot \frac{30}{10 + 30} = 2,9 \text{ А}$$

$$i_3(0_-) = \frac{i_1(0_-) R_2}{R_2 + R_3} = 3,87 \cdot \frac{10}{10 + 30} = 0,97 \text{ А}$$

В цепи независимое ненулевое начальное условие:

$$i_2(0_-) = 2,9 \text{ А}$$

2. Принужденный режим (после коммутации):

$$i_{1\text{пр}} = \frac{E}{R'_{\text{экв}}} = \frac{E}{R_1 + R_1' + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{60}{18 + \frac{10 \cdot 30}{40}} = 2,35 \text{ А}$$

$$i_{2\text{пр}} = \frac{i_{1\text{пр}} R_3}{R_2 + R_3} = 2,35 \cdot \frac{30}{40} = 1,76 \text{ A}$$

$$i_{3\text{пр}} = \frac{i_{1\text{пр}} R_2}{R_2 + R_3} = 2,35 \cdot \frac{10}{40} = 0,59 \text{ A}$$

3.  $Z(p) = 0$ . Для послекоммутационной цепи

$$R_1 + R_1' + \frac{(pL + R_2)R_3}{pL + R_2 + R_3} = 0$$

$$(R_1 + R_1')(pL + R_2 + R_3) + (pL + R_2)R_3 = 0$$

$$18(40 + 0,025p) + (10 + 0,025p)30 = 0$$

Откуда

$$p = -850 \text{ с}^{-1}; \tau = 1,18 \cdot 10^{-3} \text{ с} = 1,18 \text{ мс.}$$

4. Решим для  $t = 0_+$

Для нахождения токов момент коммутации необходимо составить систему уравнений:

$$\begin{cases} i_1(0_+) - i_2(0_+) - i_3(0_+) = 0 \\ (R_1 + R_1') \cdot i_1(0_+) + R_2 i_2(0_+) + L \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0_+} = E \\ R_3 i_3(0_+) - R_2 i_2(0_+) - L \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0_+} = 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Система содержит три неизвестных:

$$i_1(0_+), i_3(0_+), L \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0_+}$$

Ток  $i_2(0_+)$  известен, т.к. его можно найти по первому закону коммутации:

$$i_2(0_+) = i_2(0_-) = 2,9 \text{ A}$$

Решая систему уравнений (4.16), можно обычным способом найти значения величин для  $t = 0_+$ .

Рассмотрим несколько иной способ решения, состоящий в том, что сначала определяются только токи для  $t = 0_+$ , а в конце решения опреде-



ляется закон изменения напряжения  $u_L$  на индуктивности катушки из выражения:

$$u_L = L \frac{di_2}{dt}$$

Итак:

$$\text{Для } t = 0_+ \quad (R_1 + R_1') \cdot i_1(0_+) + R_3 i_3(0_+) = E$$

Но  $i_1(0_+) = i_2(0_+) + i_3(0_+)$ . Тогда

$$(R_1 + R_1') \cdot i_2(0_+) + (R_1 + R_1') \cdot i_3(0_+) + R_3 i_3(0_+) = E$$

Отсюда

$$i_3(0_+) = \frac{E - (R_1 + R_1') \cdot i_2(0_+)}{R_1 + R_1' + R_3} = \frac{60 - 18 \cdot 2,9}{18 + 40} = 0,163 \text{ А}$$

Тогда

$$i_1(0_+) = i_2(0_+) + i_3(0_+) = 2,9 + 0,163 = 3,063 \text{ А}$$

Учитывая, что каждый ток в момент  $t = 0_+$  представляет сумму принужденной и свободной составляющих для  $t = 0_+$ , найдем начальные значения свободных составляющих всех трех токов. Эти значения, как известно, и будут представлять собой постоянные интегрирования.

$$A_1 = i_{1\text{св}}(0_+) = i_1(0_+) - i_{1\text{пр}}(0_+) = 3,063 - 2,35 = 0,713 \text{ А}$$

$$A_2 = i_{2\text{св}}(0_+) = i_2(0_+) - i_{2\text{пр}}(0_+) = 2,9 - 1,76 = 1,14 \text{ А}$$

$$A_3 = i_{3\text{св}}(0_+) = i_3(0_+) - i_{3\text{пр}}(0_+) = 0,163 - 0,59 = -0,427 \text{ А}$$

5. Закон изменения во времени токов в цепи

$$i_1 = i_{1\text{пр}} + i_{1\text{св}} = 2,35 + 0,713e^{-850t}$$

$$i_2 = i_{2\text{пр}} + i_{2\text{св}} = 1,76 + 1,14e^{-850t}$$

$$i_3 = i_{3\text{пр}} + i_{3\text{св}} = 0,59 - 0,427e^{-850t}.$$

6. Напряжение на индуктивности

$$\begin{aligned} u_L &= L \frac{di_2}{dt} = L \frac{d}{dt} (1,76 + 1,14e^{-850t}) = 0,025 \cdot (-850) \cdot 1,14e^{-850t} = \\ &= -24,23e^{-850t} \text{ В.} \end{aligned}$$

Как видно из выражения, это напряжение представляет собой только свободную составляющую

4.3.2 Определить закон изменения напряжения на конденсаторе и тока через конденсатор после замыкания выключателя в цепи на рис.4.53.  $E=100$  В,  $R_1=R=10$  Ом,  $C=100$  мкФ.

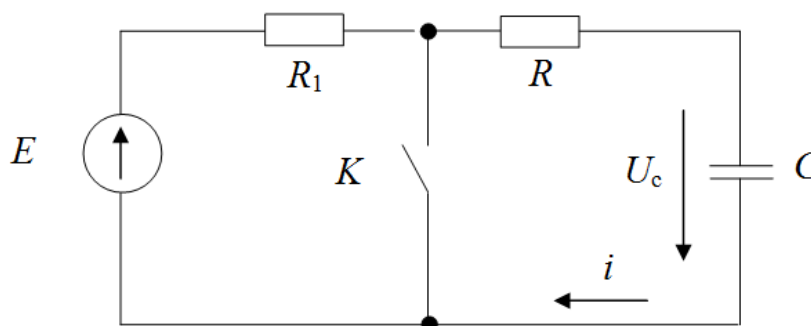


Рис.4.53

### Решение

После замыкания контакта образуется два контура. В контуре  $E - R_1$  скачком устанавливается ток  $I = \frac{E}{R_1} = \frac{100}{10} = 10$  А. В контуре  $R - C$  под действием запаса энергии на обкладках конденсатора будет создаваться ток, который уменьшается по модулю до нуля, так что принужденные значения и тока, и напряжения  $u_C(t)$  – нулевые.

1. Начальные условия. В цепи одно независимое ненулевое начальное условие

$$u_C(0_-) = E = 100 \text{ В}$$

2. Принужденный режим

$$u_{C_{\text{пр}}} = 0; \quad i_{\text{пр}} = 0.$$

3. Корень характеристического уравнение и выражение свободной составляющей:

$$R + \frac{1}{Cp} = 0; \quad p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1 \cdot 10^6}{10 \cdot 100} = -10^3 \text{ с}^{-1}$$

$$u_{C_{\text{св}}} = Ae^{pt}$$

4. Режим для момента  $t = 0_+$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = E = 100 \text{ В}$$

$$u_{C_{св}}(0_+) = A = u_C(0_+) - u_{C_{пр}}(0_+) = 100 - 0 = 100 \text{ В}$$

5. Закон изменения напряжения на конденсаторе

$$u_C = u_{C_{пр}} + u_{C_{св}} = 0 + Ae^{pt} = 100e^{-10^3 t} \text{ В}$$

6. Ток через конденсатор

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} = 100 \cdot 10^{-6} \frac{d}{dt} \left( 100e^{-10^3 t} \right) =$$
$$= 100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \left( -10^3 \right) e^{-10^3 t} \approx 10e^{-10^3 t} \text{ А}$$

Из анализа расчёта видно, что ток через конденсатор определен только свободной составляющей и в момент коммутации возникает скачок этого тока до значения 10 А, тогда как до коммутации этого тока не было.

7. Графики для  $i(t)$  и  $u_C(t)$  представлены на рис. 4.54.

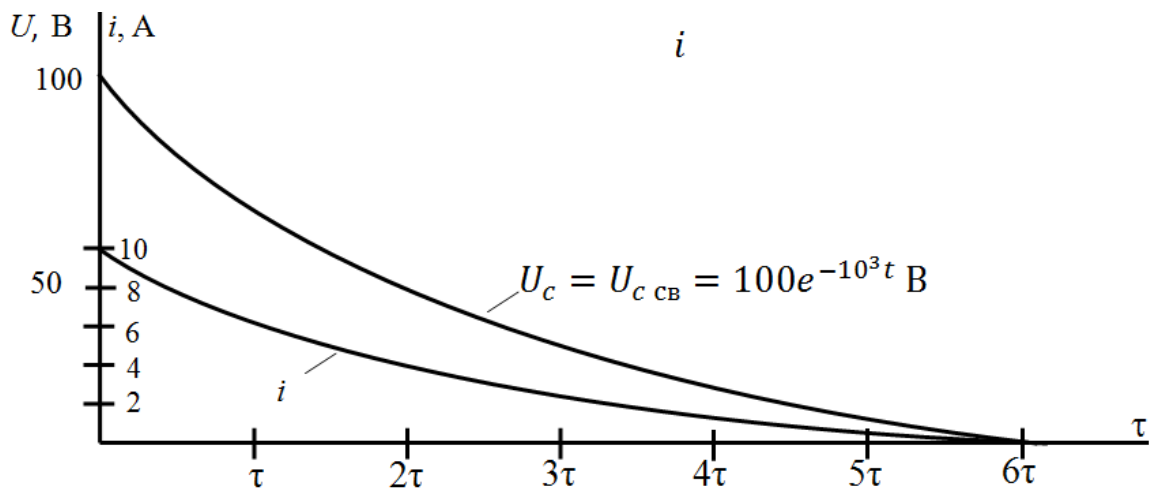


Рис. 4.54

4.3.3 Конденсатор, заряженный предварительно до  $E=100 \text{ В}$  подключается к реальной катушке. Определить закон изменения тока в послекоммутационной цепи рис. 4.55 в трех случаях:

а)  $R=100 \text{ Ом}, L=0,5 \text{ Гн}, C=267 \text{ мкФ},$

б)  $R=100 \text{ Ом}, L=0,5 \text{ Гн}, C=200 \text{ мкФ},$

в)  $R=100 \text{ Ом}, L=0,5 \text{ Гн}, C=18 \text{ мкФ}.$

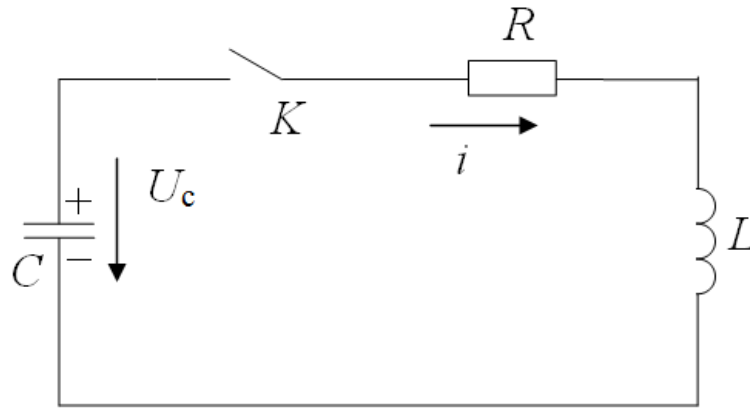


Рис. 4.55

### Решение

В каждом случае определим вначале  $u_C(t)$ , а затем найдем

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt}$$

#### 1 случай

1. Докоммутационный режим

$$u_C(0_-) = 100 \text{ В}; \quad i(0_-) = 0.$$

2. Принужденный режим:

$$u_{C_{\text{пр}}} = 0; \quad i_{\text{пр}} = 0.$$

3. Корни характеристического уравнения и выражение свободной составляющей:

$$R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0; \quad p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}};$$

$$p_{1,2} = -\frac{100}{2 \cdot 0,5} \pm \sqrt{\left(\frac{100}{2 \cdot 0,5}\right)^2 - \frac{10^6}{0,5 \cdot 267}}; \quad p_1 = -50 \text{ с}^{-1}; \quad p_2 = -150 \text{ с}^{-1}$$

$$u_{C_{\text{св}}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \tag{4.17}$$

4. Режим в момент коммутации

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 100 \text{ В}$$

$i(0_+) = i(0_-) = 0$ , т.к. последовательно в цепи включена катушка  $L$ .

В рассматриваемой цепи отсутствует принужденная составляющая и переходное напряжение представлено только одной свободной составляющей:

$$u_C = u_{C_{CB}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

Для  $t = 0_+$  это выражение запишется в виде

$$u_{C_{CB}} = A_1 + A_2,$$

$$\text{т.е. } A_1 + A_2 = 100 \quad (4.18)$$

Второе уравнение, дающее возможность найти постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  получим, продифференцировав (4.17) и записав результат для  $t = 0_+$ :

$$\left. \frac{du_{C_{CB}}}{dt} \right|_{t=0_+} = p_1 A_1 + p_2 A_2$$

Тогда система

$$\left. \begin{aligned} A_1 + A_2 &= 100 \\ \left. \frac{du_{C_{CB}}}{dt} \right|_{t=0_+} &= p_1 A_1 + p_2 A_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

дает возможность найти  $A_1$  и  $A_2$ , определив предварительно

$$\left. \frac{du_{C_{CB}}}{dt} \right|_{t=0_+}.$$

Т.к.  $i_{CB} = C \frac{du_{C_{CB}}}{dt}$ , то для  $t = 0_+$

$$i_{CB}(0_+) = C \left. \frac{du_{C_{CB}}}{dt} \right|_{t=0_+}, \text{ отсюда}$$

$$\left. \frac{du_{C_{CB}}}{dt} \right|_{t=0_+} = \frac{i_{CB}(0_+)}{C} = \frac{0}{C} = 0.$$

Подставляя в (4.19) получим

$$\left. \begin{aligned} A_1 + A_2 &= 100 \\ p_1 A_1 + p_2 A_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{или} \left. \begin{aligned} A_1 + A_2 &= 100 \\ -50A_1 - 150A_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$A_1 = 150 \text{ В}; \quad A_2 = -50 \text{ В.}$$

5. Закон изменения напряжения  $u_C(t)$

$$u_C(t) = u_{C_{\text{пр}}} + u_{C_{\text{св}}} = 0 + u_{C_{\text{св}}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} = 150 e^{-50t} - 50 e^{-150t} \text{ В}$$

Проверка: при  $t = 0_+$   $u_{C_{\text{св}}}(0_+) = 150 - 50 = 100 = E$  – верно

6. Закон изменения тока в цепи:

$$i_{\text{св}} = C \frac{du_{C_{\text{св}}}}{dt} = C \frac{d}{dt} (150 e^{-50t} - 50 e^{-150t}) = 267 \cdot 10^{-6} \cdot 150 \cdot (-50) e^{-50t} - 267 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot (-150) e^{-150t} = 2 e^{-50t} - 2 e^{-150t} \text{ А}$$

Проверка: при  $t = 0_+$   $i_{\text{св}}(0_+) = 2 - 2 = 0$  – верно.

## 2-й случай.

Докоммутационный и принужденный режимы те же, что и в 1-ом случае.

Корни характеристического уравнения

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}};$$

$$p_{1,2} = -\frac{100}{2 \cdot 0,5} \pm \sqrt{100^2 - \frac{10^6}{0,5 \cdot 200}} = -100 \pm 0$$

т.е.  $p_1 = p_2 = p = -100$  – кратные корни.

Выражение свободной составляющей

$$u_{C_{\text{св}}} = (A_1 + A_2 t) e^{pt}$$

Проанализируем режим для  $t = 0_+$  и найдем из того анализа постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$ .

$$100 = A_1 + A_2 t; \text{ или } A_1 = 100 \text{ В}$$

Продифференцируем выражение  $u_{C_{\text{св}}}$  и запишем результат для  $t = 0_+$

$$\begin{aligned} \frac{du_{C_{\text{св}}}}{dt} &= p A_1 e^{pt} + A_2 (p t e^{pt} + e^{pt}) = p A_1 e^{pt} + A_2 e^{pt} + p A_2 t e^{pt} = \\ &= (A_2 + p A_1 + p A_2 t) e^{pt} \end{aligned}$$

Для  $t = 0_+$

$$\left. \frac{du_{C_{\text{св}}}}{dt} \right|_{t=0_+} = A_2 + p A_1 = A_2 - 100 A_1,$$

$$\text{НО } \frac{du_{C_{CB}}}{dt} \Big|_{t=0_+} = \frac{i_{CB}(0_+)}{C} = \frac{0}{C} = 0.$$

$$\text{Тогда: } 0 = A_2 - 100 \cdot 100 = A_2 - 10^4; \quad A_2 = 10^4 \frac{\text{В}}{\text{с}}$$

Выражение  $u_C(t)$  будет

$$u_C(t) = u_{C_{IP}} + u_{C_{CB}} = 0 + (A_1 + A_2 t) e^{pt} = (100 + 10^4 t) e^{-100t} \text{ В}$$

Проверка:  $u_C(0_+) = 100 \text{ В}$  – верно.

Выражение  $i(t)$

$$\begin{aligned} i_{CB}(t) &= C \frac{du_{C_{CB}}}{dt} = C \frac{d}{dt} \left[ (100 + 10^4 t) e^{-100t} \right] = \\ &= C \cdot 100 \cdot (-100) e^{-100t} + C \cdot 10^4 \frac{d}{dt} (t e^{-100t}) = \\ &= -C \cdot 10^4 e^{-100t} + C \cdot 10^4 e^{-100t} - C \cdot 10^4 \cdot 100 t e^{-100t} = -200 e^{-100t} \\ &= -C \cdot 10^4 e^{-100t} + C \cdot 10^4 e^{-100t} - C \cdot 10^4 \cdot 100 t e^{-100t} = -200 e^{-100t} \text{ А} \end{aligned}$$

Проверка: при  $t = 0_+$   $i(0_+) = 0$  – верно.

### 3-й случай

Корни характеристического уравнения

$$p_{1,2} = -\frac{100}{2 \cdot 0,5} \pm j \sqrt{\frac{10^6}{0,5 \cdot 8} - \left( \frac{100}{2 \cdot 0,5} \right)^2} = -100 \pm j318 \text{ с}^{-1}$$

$$p_1 = -100 + j318 \text{ с}^{-1}; \quad p_2 = -100 - j318 \text{ с}^{-1}$$

$$\delta = 100 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_0 = 318 \text{ с}^{-1}$$

$$f_0 = 50,6 \text{ Гц}; \quad T_0 = 0,0198 \text{ с}.$$

При этих значениях параметров возникает колебательный разряд конденсатора с частотой  $f_0 = 50,6 \text{ Гц}$  и периодом этих колебаний

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = 0,0198 \text{ с}$$

Выражение для напряжения  $u_{C_{CB}}(t)$

$$u_{C_{CB}}(t) = A e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t + \nu)$$

Постоянную интегрирования  $A$  и начальную фазу напряжения  $\nu$  определим из начальных условий для  $t = 0_+$ .

$$\text{В этот момент } u_C(0_+) = 100 \text{ В.}$$

$$\text{Тогда } 100 = A \sin \nu.$$

По аналогии с предыдущими случаями

$$i_{CB}(0_+) = 0, \text{ но}$$

$$i_{CB} = C \frac{du_{CB}}{dt} \Big|_{t=0_+} = C \frac{d}{dt} [A e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t + \nu)] = C(-\delta A \sin \nu + \omega_0 A \cos \nu)$$

имеем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} A \sin \nu &= 100 \\ -\delta C A \sin \nu + \omega_0 C A \cos \nu &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Решение дает } A = 104,8; \quad \nu = 72,57^\circ.$$

Тогда:

$$u_{CB} = 104,8 e^{-100t} \sin(318t + 72,57^\circ).$$

$$\text{Проверка: при } t = 0_+ \quad u_{CB} = 104,8 \sin 72,57^\circ = 100 \text{ В} - \text{ верно.}$$

Ток в цепи в этом случае

$$\begin{aligned} i_{CB} &= C \frac{du_{CB}}{dt} = C \frac{d}{dt} [104,8 e^{-100t} \sin(318t + 72,57^\circ)] = \\ &= 18 \cdot 10^{-6} \cdot 104,8 e^{-100t} [-100 \sin(318t + 72,57^\circ) + 318 \cos(318t + 72,57^\circ)] \text{ А.} \end{aligned}$$

$$\text{Если принять } I_m = \frac{E}{\omega_0 L} = \frac{100}{318 \cdot 0,5} = 0,629 \text{ А и учесть, что}$$

$$\sin \nu = \frac{\omega_0}{\sqrt{\delta^2 + \omega_0^2}}; \quad \cos \nu = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + \omega_0^2}}, \quad \text{то}$$

$$i_{CB} = I_m e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t + \pi) = 0,629 e^{-100t} \sin(318t + 180^\circ) \text{ А}$$

$$\text{Проверка: при } t = 0_+ \quad i = 0,629 \sin 180^\circ = 0 - \text{ верно.}$$

Для всех трех случаев построим график функции  $u_C(t)$  – рис. 4.56



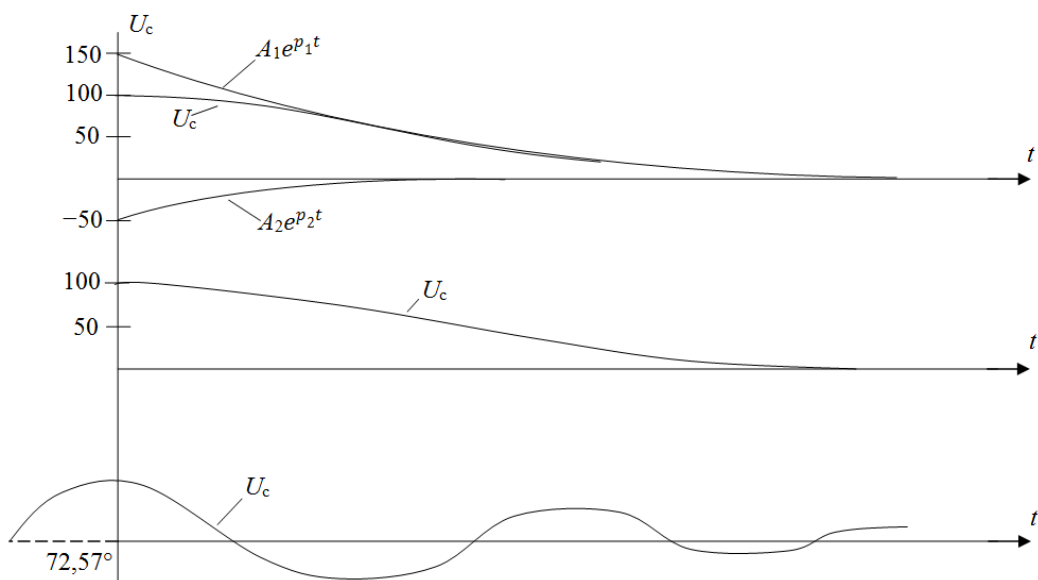


Рис. 4.56

4.3.4 В цепи рис. 4.57 определить аналитически и построить графики переходного процесса тока и напряжения на индуктивности после коммутации при замыкании ключа  $K$ . Параметры элементов цепи:  $E=60$  В,  $C=0,12$  мкФ,  $R_1=50$  Ом,  $R_2=100$  Ом,  $R_3=80$  Ом,  $L=0,4$  Гн.

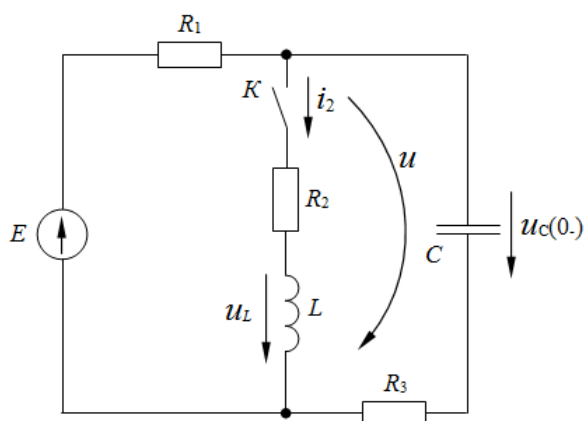


Рис. 4.57

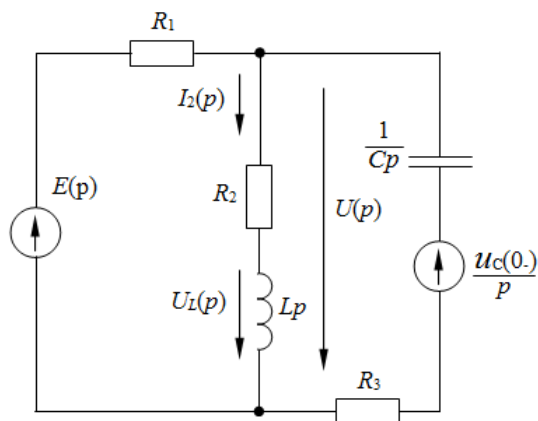


Рис. 4.58

### Решение

1. В документационном режиме емкость заряжена до напряжения источника ЭДС:

$$u_c(0_-) = E = 60 \text{ В.}$$

Ток в этом режиме в цепи отсутствует, т.к. емкость эквивалентна разрыву цепи при неизменном во времени напряжении на ней.

2. Для послеконмутационного режима на рис. 4.58 составлена операторная схема замещения цепи.

В этой схеме  $E(p) = \frac{E}{p}$ , а внутренняя ЭДС индуктивности равна ну-

лю, т.к. ток через индуктивность до коммутации не протекал.

3. По составленной операторной схеме определяются операторные изображения искомых параметров. По методу двух узлов записывается выражение для напряжения между узлами цепи:

$$\begin{aligned}
 U(p) &= \frac{\frac{E}{p} \frac{1}{R_1} + \frac{u_c(0_-)Cp}{p(R_3Cp + 1)}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + Lp} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{Cp}}} = \\
 &= \frac{\frac{E(R_3Cp + 1) + u_c(0_-)CpR_1}{pR_1(R_3Cp + 1)}}{\frac{(R_2 + Lp)(R_3Cp + 1) + R_1(R_3Cp + 1) + CpR_1(R_2 + Lp)}{R_1(R_2 + Lp)(R_3Cp + 1)}} = \\
 &= \frac{(ER_3Cp + E + u_c(0_-)CpR_1)(R_2 + Lp)}{p(R_2R_3Cp + R_2 + LCR_3p^2 + Lp + R_1R_3Cp + R_1 + R_1R_2Cp + LCR_1p^2)} = \\
 &= \frac{[(ER_3C + u_c(0_-)CR_1)p + E](R_2 + Lp)}{p[LCR_3 + LCR_1)p^2 + (R_2R_3C + R_1R_3C + R_1R_2C + L)p + R_1 + R_2]};
 \end{aligned}$$

Операторное изображение тока через индуктивность определяется по закону Ома в операторной форме:

$$\begin{aligned}
 I_2(p) &= \frac{U(p)}{(R_2 + Lp)} = \\
 &= \frac{(ER_3C + u_c(0_-)CR_1)p + E}{p[LCR_3 + LCR_1)p^2 + (R_2R_3C + R_1R_3C + R_1R_2C + L)p + R_1 + R_2]} = \\
 &= \frac{F_1(p)}{pF_3(p)}
 \end{aligned}$$

Так как характеристическое уравнение имеет один нулевой корень, для этого выражения можно применить формулу разложения (4.12).

Операторное изображение падения напряжения на индуктивности также по закону Ома:

$$U_L(p) = I_2(p)Lp = \frac{(LER_3C + Lu_c(0_-)CR_1)p + LE}{(LCR_3 + LCR_1)p^2 + (R_2R_3C + R_1R_3C + R_1R_2C + L)p + R_1 + R_2} = \frac{F_1(p)}{F_3(p)}$$

Для этого выражения можно применить формулу разложения (4.11).

4. Применяя формулу разложения, определяют оригиналы функций времени тока и напряжения на индуктивности. Вначале определяются корни характеристического уравнения  $F_3(p) = 0$ . После подстановки исходных данных:

$$F_3(p) = 6,24 \cdot 10^{-3} p^2 + 2,44p + 150 = 0$$

Корни этого уравнения:

$$p_{1,2} = \frac{-2,44 \pm \sqrt{2,44^2 - 2 \cdot 6,24 \cdot 10^{-3} \cdot 150}}{2 \cdot 6,24 \cdot 10^{-3}} = 195,2 \pm 118,9;$$

$$\text{откуда: } p_1 = -314 \text{ с}^{-1}, \quad p_2 = -76,3 \text{ с}^{-1}.$$

Мгновенное значение падения напряжения на индуктивности:

$$u_L = \frac{F_1(p_1)}{F_3'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_3'(p_2)} e^{p_2 t}, \quad \text{где}$$

$$F_3'(p_1) = 2 \cdot 6,24 \cdot 10^{-3} (-314) + 2,44 = -1,48;$$

$$F_3'(p_2) = 2 \cdot 6,24 \cdot 10^{-3} (-76,3) + 2,44 = 1,49;$$

$$F_1(p_1) = 0,374(-314) + 24 = -93,6;$$

$$F_1(p_2) = 0,374(-76,3) + 24 = -4,57;$$

Таким образом:

$$u_L = \frac{-93,6}{-1,48} e^{-314t} + \frac{-4,57}{1,48} e^{-76,3t} = \left[ 63e^{-314t} - 3e^{-76,3t} \right], \text{ В}$$

Мгновенное значение тока через индуктивность:

$$i_2 = \frac{F_1(p)}{F_3(p)} + \frac{F_1(p_1)}{p_1 F_3'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_3'(p_2)} e^{p_2 t}, \quad \text{где}$$

$$F_1(0) = 60; \quad F_3(0) = 150; \quad F_1(p_1) = 0,936 \cdot (-314) + 60 = -234;$$

$$F_1(p_2) = 0,936 \cdot (-76,3) + 60 = -11,42;$$

Значит:

$$i_2 = [0,4 - 0,5e^{-314t} + 0,1e^{-76,3t}], \text{ A}$$

В установившемся после коммутации режиме при  $t = \infty$ , а  $i_{2\text{уст}} = 0,4 \text{ A}$ , что можно проверить, рассчитав ток через индуктивность непосредственно по схеме цепи рис. 4.30 при замкнутом ключе  $K$ :

$$i_{2\text{уст}} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{60}{50 + 150} = 0,4 \text{ A};$$

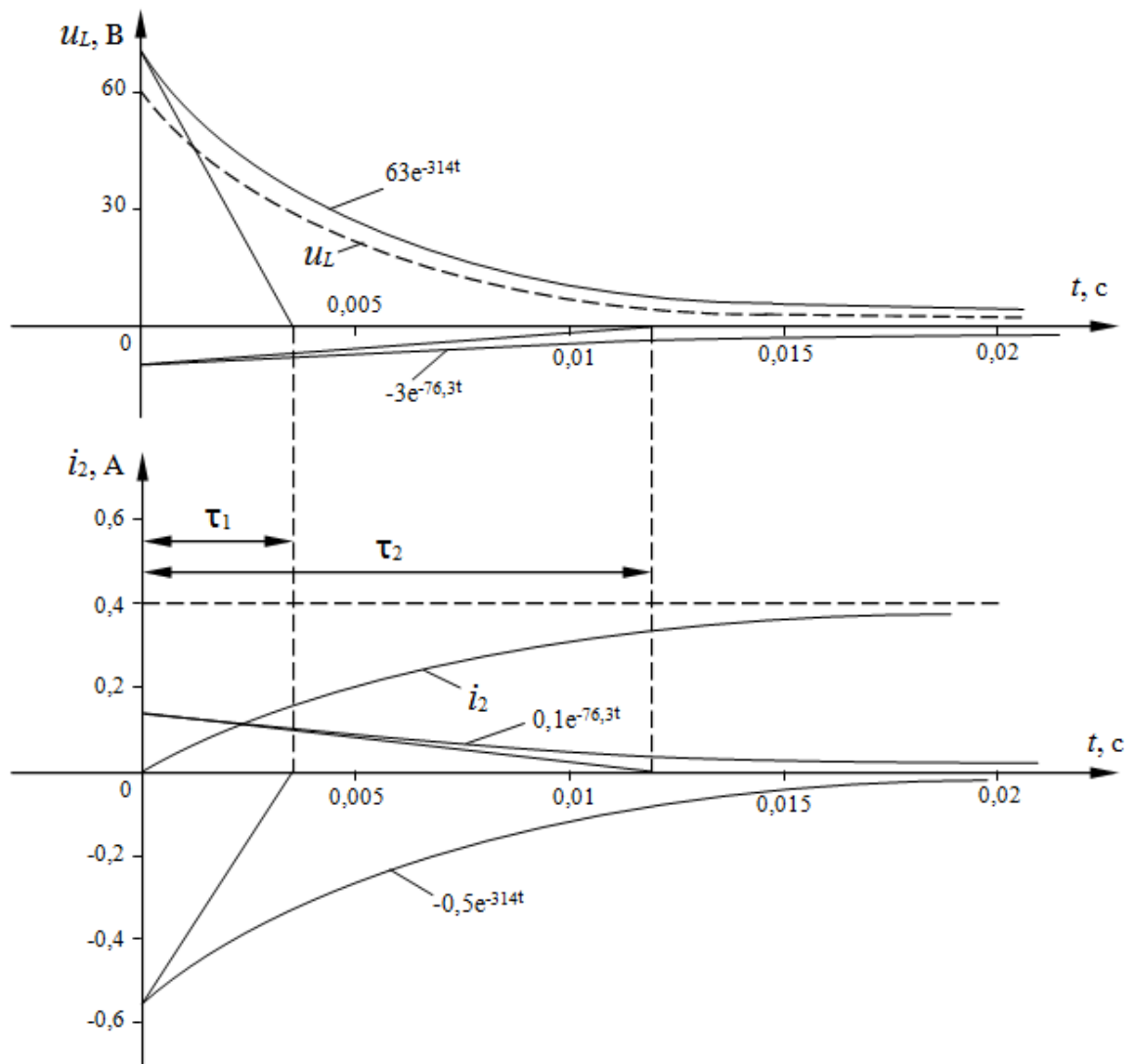


Рис. 4.59

этот ток, протекающий через индуктивность неизменен во времени, поэтому

$$u_{L\text{уст}} = L \frac{di_{2\text{уст}}}{dt} = 0$$

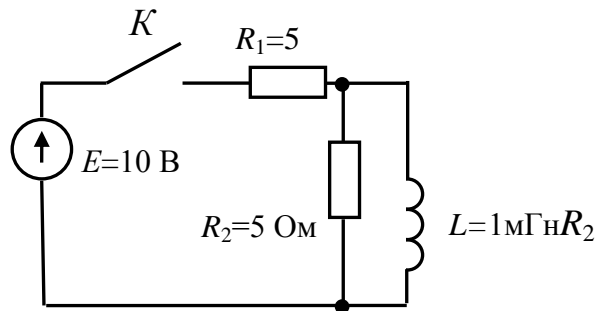
Переходные функции тока и напряжения имеют в своем составе свободные составляющие в виде экспонент с постоянными времени:

$$\tau_1 = -\frac{1}{p_1} = -\frac{1}{-314} = 0,0032 \text{ с}, \quad \tau_2 = -\frac{1}{p_2} = -\frac{1}{-76,3} = 0,013 \text{ с}.$$

Графики изменения тока и напряжения и их составляющих показаны на рис. 4.59.

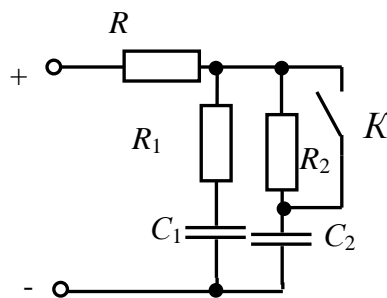
#### 4.4 Вопросы и задачи для самоконтроля

4.4.1 Постоянная времени показанной на рисунке цепи при разомкнутом ключе К равна

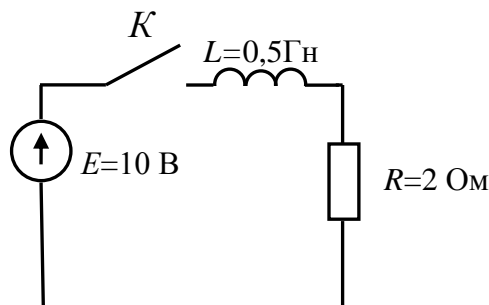


4.4.2 Начальные условия для расчета переходного процесса в электрической цепи определяются в соответствии с ...

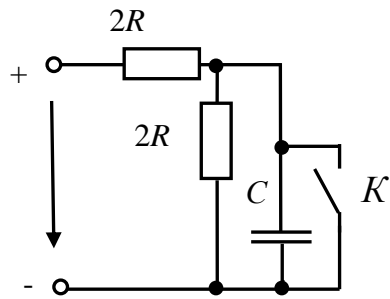
- а) вторым законом коммутации; б) вторым законом Кирхгофа;
- в) первым законом Кирхгофа; г) первым законом коммутации



4.4.3 Определить установившееся значение тока в цепи после замыкания ключа



4.4.4 Какое уравнение соответствует закону изменения напряжения  $u_C$  для незаряженного конденсатора?



$$1) u_C(t) = \frac{U}{2} - \frac{U}{2} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}; \quad 2) u_C(t) = U - U \cdot e^{-\frac{t}{RC}}; \quad 3) u_C(t) = -\frac{U}{2} \cdot e^{-\frac{t}{RC}};$$

$$4) u_C(t) = \frac{U}{2} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

## 5. Анализ электрической цепи с несинусоидальным источником

### 5.1. Задание №5

В линейной электрической цепи, схема и параметры которой приведены в табл. 5.1 и 5.2, соответственно, действует источник несинусоидального напряжения, графическая форма которого задана на рис. 5.1- 5.28.

Требуется:

1. Представить ЭДС источника, заданную графически согласно рис. 5.1-5.28, рядом Фурье, ограничив число членов ряда четырьмя составляющими, включая постоянную составляющую, если она есть.

2. После ограничения принятым количеством гармоник определить приближенное действующее значение ЭДС по формуле  $E \approx \sqrt{\sum_{k=1}^N (E_k)^2}$

3. Определить токи в ветвях электрической цепи для каждой гармоники приложенного напряжения и постоянной составляющей. При расчете каждой гармоники выполнить построение векторных диаграмм токов соответствующих гармоник и проверить правильность расчётов балансом активной и реактивной мощностей.

4. Используя метод наложения, в виде ряда Фурье записать мгновенные значения токов ветвей схемы.

Определить действующие значения несинусоидальных токов в цепи.

5. Определить значения мощности искажения и коэффициента мощности в заданной электрической цепи



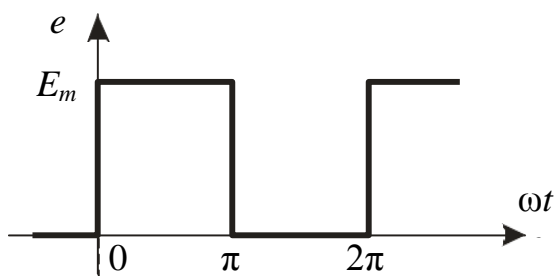


Рис. 5.1

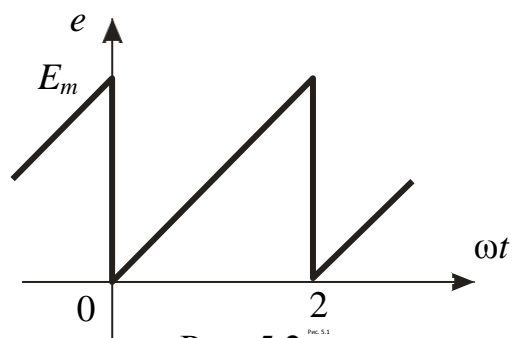


Рис. 5.2

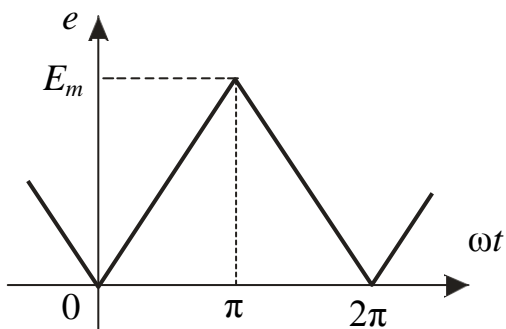


Рис. 5.3

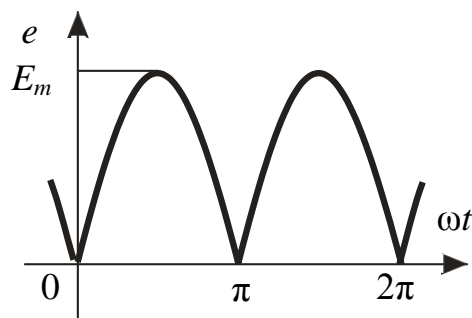


Рис. 5.4

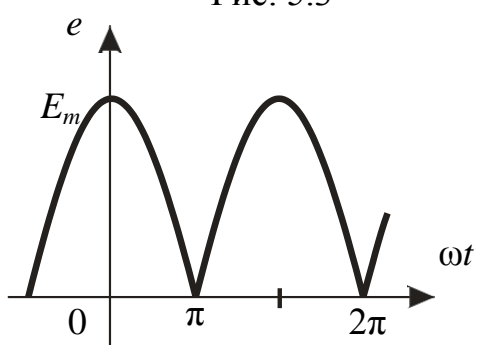


Рис. 5.5

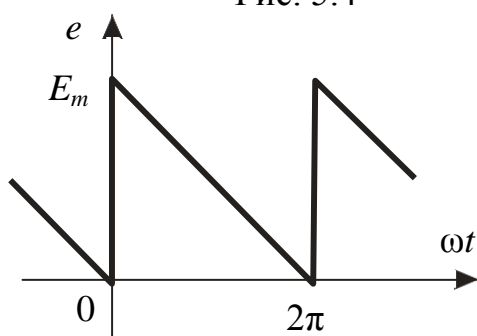


Рис. 5.6

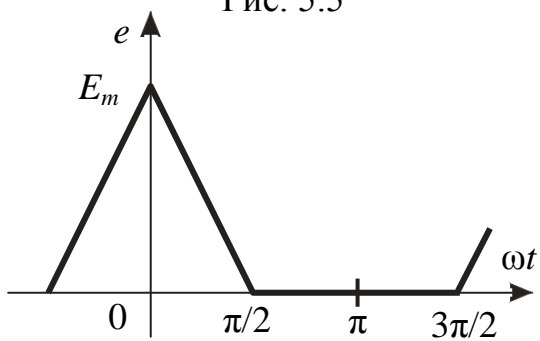


Рис. 5.7

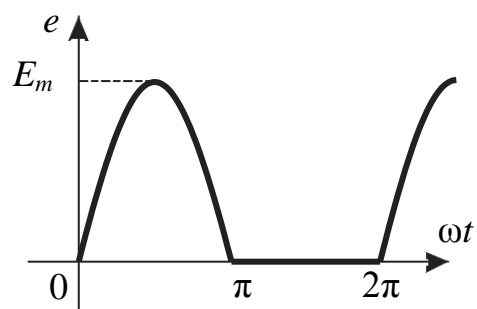


Рис. 5.8

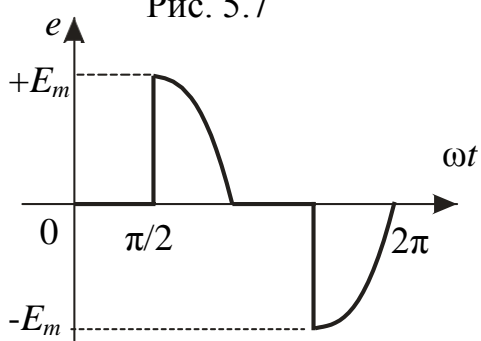


Рис. 5.9

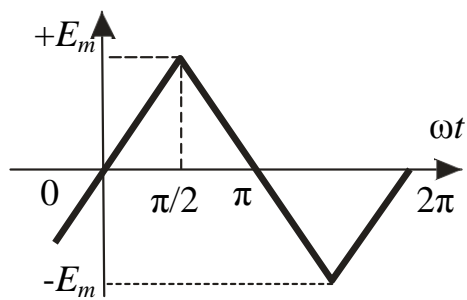


Рис. 5.10

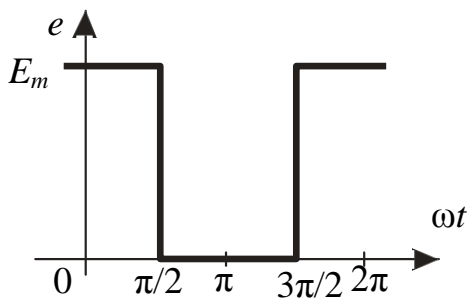


Рис. 5.11

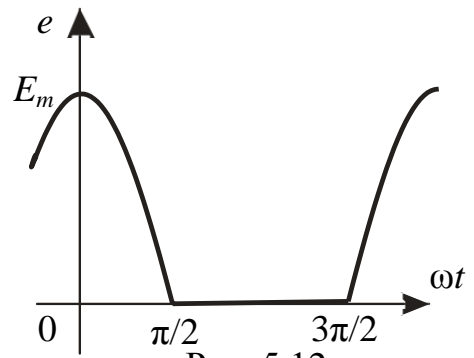


Рис. 5.12

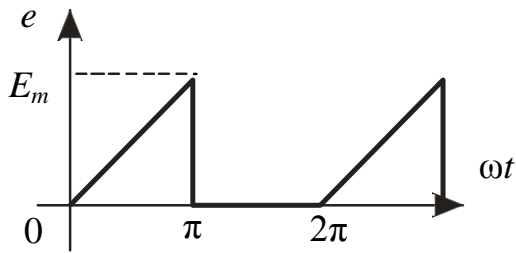


Рис. 5.13

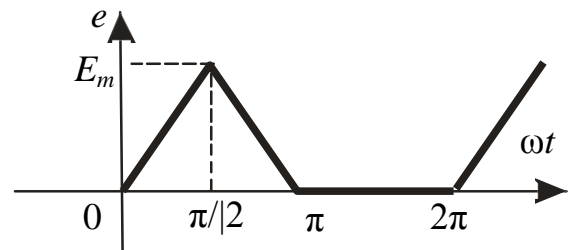


Рис. 5.14

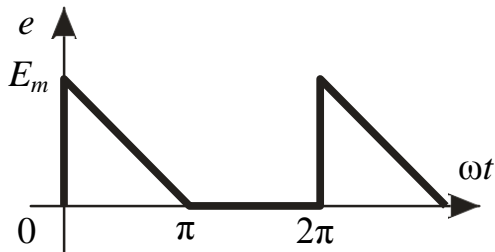


Рис. 5.15

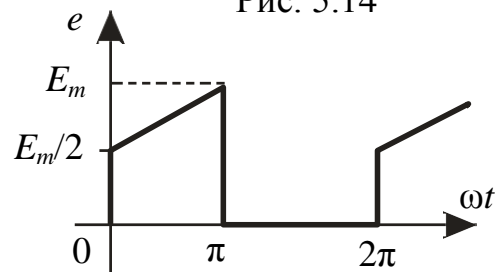


Рис. 5.16

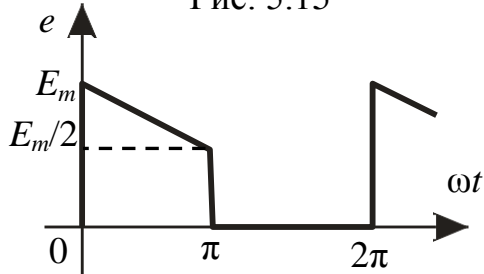


Рис. 5.17

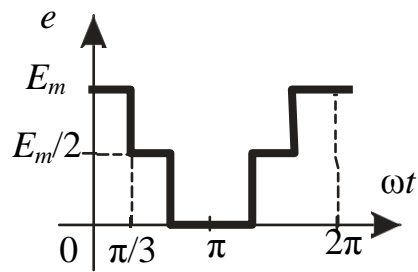


Рис. 5.18

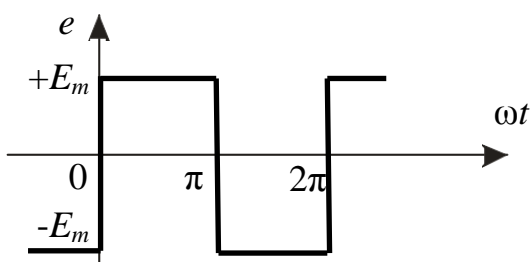


Рис. 5.19

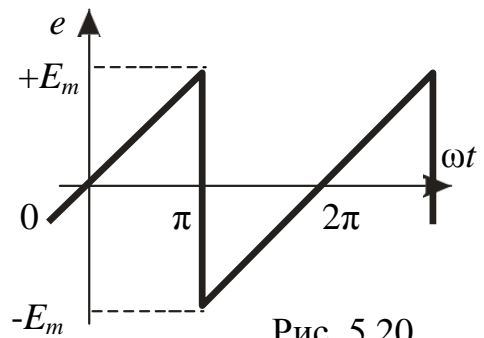


Рис. 5.20

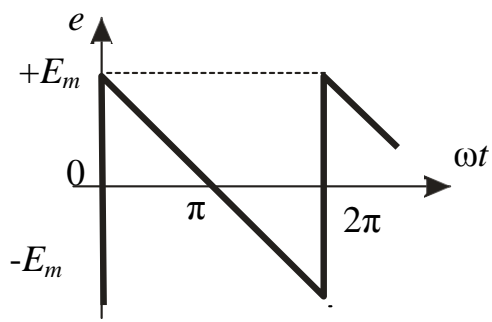


Рис. 5.21

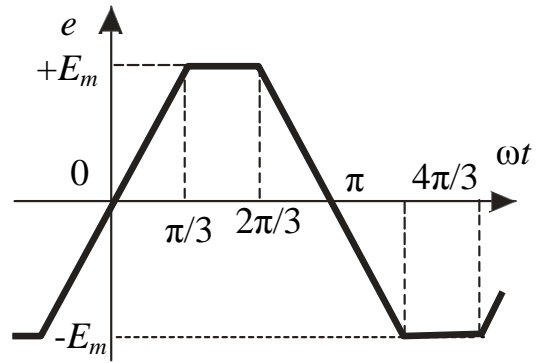


Рис. 5.22

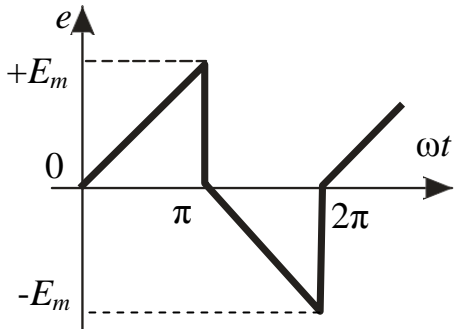


Рис. 5.23

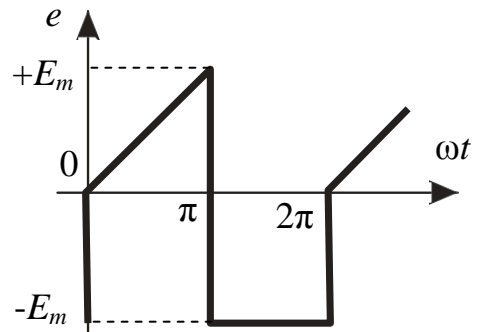


Рис. 5.24

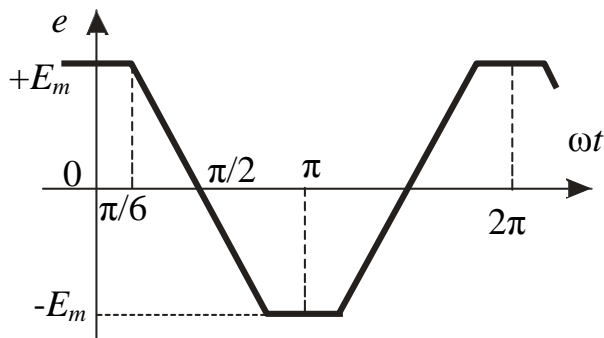


Рис. 5.25

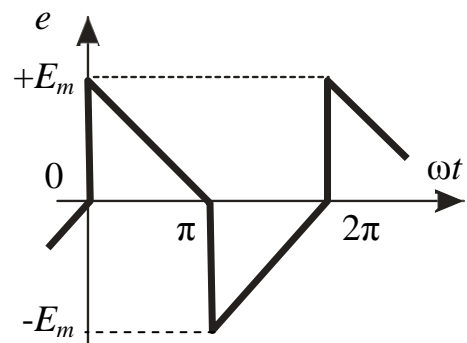


Рис. 5.26

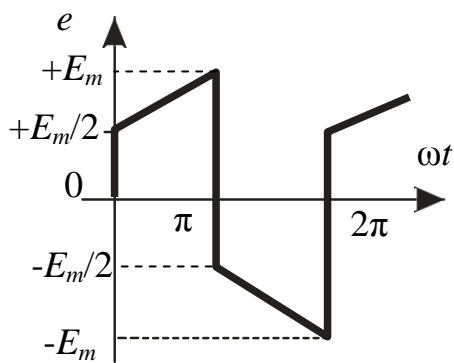


Рис. 5.27

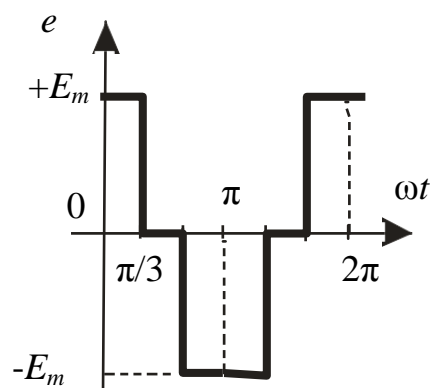


Рис. 5.28

Ряды Фурье для несинусоидальных функций согласно рис. 5.1-5.28

№ графика функции	Разложение функции в ряд Фурье
1	$e(\omega t) = \frac{E_m}{2} + \frac{2E_m}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$
2	$e(\omega t) = \frac{E_m}{2} - \frac{2E_m}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots \right)$
3	$e(\omega t) = \frac{E_m}{2} - \frac{4E_m}{\pi^2} \left( \cos \omega t + \frac{1}{9} \cos 3\omega t + \frac{1}{25} \cos 5\omega t + \dots \right)$
4	$e(\omega t) = \frac{2E_m}{\pi} - \frac{4E_m}{\pi} \left( \frac{1}{3} \cos 2\omega t + \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \frac{1}{35} \cos 6\omega t + \dots \right)$
5	$e(\omega t) = \frac{2E_m}{\pi} + \frac{4E_m}{\pi} \left( \frac{1}{3} \cos 2\omega t - \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \frac{1}{35} \cos 6\omega t + \dots \right)$
6	$e(\omega t) = \frac{E_m}{2} + \frac{E_m}{\pi} \left( \frac{1}{3} \sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots \right)$
7	$e(\omega t) = \frac{E_m}{4} + \frac{4E_m}{\pi^2} \left( \cos \omega t + \frac{1}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{9} \cos 3\omega t + \frac{1}{25} \cos 5\omega t \dots \right)$
8	$e(\omega t) = \frac{E_m}{\pi} + 2E_m \left( \frac{1}{4} \sin \omega t - \frac{1}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{1}{15\pi} \cos 4\omega t + \dots \right)$
9	$e(\omega t) = \frac{E_m}{\pi} \left( \sqrt{\left( \frac{\pi^2}{4} + 1 \right)} + \sin(\omega t - 32,5^0) + \sin(3\omega t - 90^0) + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \sin(5\omega t - 90^0) + \frac{1}{3} \sin(7\omega t + 90^0) \right)$
10	$e(\omega t) = \frac{8E_m}{\pi^2} \left( \sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t + \dots \right)$
11	$e(\omega t) = \frac{E_m}{2} + \frac{2E_m}{\pi} \left( \cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t \dots \right)$
12	$e(\omega t) = \frac{E_m}{\pi} + 2E_m \left( \frac{1}{4} \cos \omega t + \frac{1}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{1}{15\pi} \cos 4\omega t + \dots \right)$
13	$e(\omega t) = \frac{E_m}{4} + \frac{E_m}{\pi} \left( \frac{\sin(\omega t - 32,5^0)}{0,843} - \frac{\sin(2\omega t)}{2} + \frac{\sin(3\omega t)}{3} - \frac{\sin(4\omega t)}{4} \right)$

14	$e(\omega t) = \frac{E_m}{4} + \frac{4E_m}{\pi^2} \left( \sin \omega t - \frac{1}{2} \cos 2\omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t \dots \right)$
15	$e(\omega t) = \frac{E_m}{4} + \frac{E_m}{\pi} \left( \frac{\sin(\omega t + 32,5^0)}{0,843} + \frac{\sin(2\omega t)}{2} + \frac{\sin(3\omega t)}{3} + \frac{\sin(4\omega t)}{4} \right)$
16	$e(\omega t) = \frac{3E_m}{8} + \frac{E_m}{\pi} \left( \frac{\sin(\omega t - 12^0)}{0,653} - \frac{\sin(2\omega t)}{4} + \frac{\sin(3\omega t)}{2} - \frac{\sin(4\omega t)}{8} \right)$
17	$e(\omega t) = \frac{3E_m}{8} + \frac{E_m}{\pi} \left( \frac{\sin(\omega t + 12^0)}{0,653} + \frac{\sin(2\omega t)}{4} + \frac{\sin(3\omega t)}{2} + \frac{\sin(4\omega t)}{8} \right)$
18	$e(\omega t) = \frac{E_m}{2} + \frac{\sqrt{3}E_m}{\pi} \left( \cos \omega t - \frac{1}{5} \cos 5\omega t + \frac{1}{7} \cos 7\omega t \dots \right)$
19	$e(\omega t) = \frac{4E_m}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t \dots \right)$
20	$e(\omega t) = \frac{2E_m}{\pi} \left( \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t \dots \right)$
21	$e(\omega t) = \frac{2E_m}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t \dots \right)$
22	$e(\omega t) = \frac{6\sqrt{3} \cdot E_m}{\pi^2} \left( \sin \omega t - \frac{1}{25} \sin 5\omega t + \frac{1}{49} \sin 7\omega t - \frac{1}{121} \sin 11\omega t \dots \right)$
23	$e(\omega t) = \frac{E_m}{\pi} \left( \frac{\sin(\omega t - 32,5^0)}{0,422} + \frac{\sin(3\omega t)}{1,5} + \frac{\sin(5\omega t)}{2,5} + \frac{\sin(7\omega t)}{3,5} + \dots \right)$
24	$e(\omega t) = -\frac{E_m}{4} + \frac{E_m}{\pi} \left( \frac{\sin(\omega t - 12^0)}{0,326} - \frac{\sin(2\omega t)}{2} + \frac{\sin(3\omega t)}{1} - \frac{\sin(4\omega t)}{4} + \dots \right)$
25	$e(\omega t) = \frac{6\sqrt{3} \cdot E_m}{\pi^2} \left( \cos \omega t - \frac{1}{25} \cos 5\omega t - \frac{1}{49} \cos 7\omega t + \frac{1}{121} \cos 11\omega t \dots \right)$

26	$e(\omega t) = \frac{E_m}{\pi} \left( \frac{\sin(\omega t + 32,5^0)}{0,422} + \frac{\sin(3\omega t)}{1,5} + \frac{\sin(5\omega t)}{2,5} + \frac{\sin(7\omega t)}{3,5} + \dots \right)$
27	$e(\omega t) = \frac{E_m}{\pi} \left( \frac{\sin(\omega t - 12^0)}{0,326} + \frac{\sin(3\omega t)}{1} + \frac{\sin(5\omega t)}{1,67} - \frac{\sin(7\omega t)}{2,22} + \dots \right)$
28	$e(\omega t) = \frac{2\sqrt{3} \cdot E_m}{\pi} (\cos\omega t - \frac{1}{5}\cos 5\omega t + \frac{1}{7}\cos 7\omega t - \dots)$

Таблица 5.2

Параметры схемы цепи

Вариант	$E_m$ , В	$T \cdot 10^{-2}$ , с	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ
1	200	0,4	10	10	20	30	30
2	250	0,5	12	12	10	40	25
3	300	0,6	15	10	15	20	30
4	200	0,7	10	14	12	15	44
5	350	0,8	14	8	10	25	60
6	200	0,9	9	13	9	10	55
7	300	1,0	20	15	4	26	60
8	400	1,1	10	14	8	40	70
9	250	1,2	12	15	15	20	50
10	350	1,3	8	25	20	30	40
11	200	1,4	15	10	20	28	55
12	300	1,5	14	18	6	24	70
13	320	1,6	9	10	10	25	45
14	340	1,7	14	12	8	35	60
15	360	1,8	10	20	12	35	60
16	200	1,9	25	9	30	20	40
17	250	2,0	30	20	15	35	75
18	240	0,4	12	10	30	25	25

19	220	0,6	16	15	12	20	50
20	200	0,8	20	16	20	25	60
21	400	1,4	10	10	20	30	30
22	300	1,5	12	12	10	40	25
23	200	1,6	10	15	15	20	30
24	350	1,7	14	10	12	15	44
25	300	1,8	8	14	10	25	60
26	240	1,9	13	9	9	10	55
27	320	2,0	15	20	4	26	60
28	380	0,4	10	10	8	40	70

Таблица 5.2

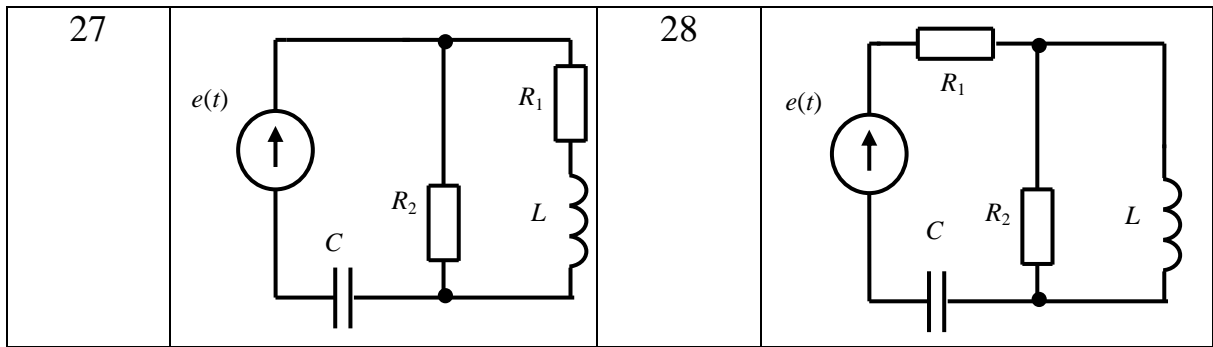
Параметры схемы цепи

вариант	схема	вариант	схема
1		4	
2		5	
3		6	

вариант	схема	вариант	схема
7		12	
8		13	
9		14	
10		15	
11		16	



вариант	схема	вариант	схема
17		22	
18		23	
19		24	
20		25	
21		26	



## 5.2 Краткие теоретические положения

Если на цепь воздействуют несинусоидальные источники ЭДС или тока, или же в цепи присутствуют нелинейные элементы, то и в такой цепи токи и напряжения будут иметь несинусоидальную форму. Работать с уравнениями, составленными для такой цепи, проще, если несинусоидальную функцию разложить в ряд Фурье:

$$f(\omega t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + A_k \sin(k\omega t + \psi_k) \quad (5.1)$$

Первый член ряда называется постоянной составляющей, второй  $A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$  - первой или основной гармоникой (во-первых, его частота совпадает с частотой самой функции, во-вторых, он несет в себе максимальную мощность по сравнению с другими гармониками). Остальные члены ряда – это высшие гармоники. Гармоники представляют собой синусоиды, частота которых увеличивается с их порядковым номером. Если мгновенное значение гармоники  $A_k \sin(k\omega t + \psi_k)$ , то, как и всякую синусоидальную функцию, ее можно представить вектором на комплексной плоскости и записать комплексным числом:

$$A_k e^{j\psi_k} = A_k (\cos \psi_k + j \sin \psi_k).$$

Если в выражении (6.1) раскрыть синусы суммы каждой из гармоник, то оно примет вид:

$$f(\omega t) = A_0 + B_{1m} \sin \omega t + B_{2m} \sin 2\omega t + \dots + B_{km} \sin k\omega t + \dots + C_{1m} \cos \omega t + \\ + C_{2m} \cos 2\omega t + \dots + C_{km} \cos k\omega t = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_{km} \sin k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \cos k\omega t$$

$$B_{km} = A_{km} \cos \psi_k, \quad C_{km} = A_{km} \sin \psi_k,$$

$$A_{km} = \sqrt{(B_{km})^2 + (C_{km})^2}, \quad \psi_k = \arctg\left(\frac{C_{km}}{B_{km}}\right).$$

Каждая несинусоидальная функция имеет свой гармонический состав. Например, она может содержать только четные или только нечетные гармоники, или содержать только косинусные составляющие четных гармоник, или – синусные нечетных и т.п.

Чтобы определить, есть ли в составе сигнала постоянная составляющая, нужно мысленно провести средний уровень сигнала, и если этот уровень отличается от нуля, то постоянная составляющая присутствует.

Нечетные гармоники (которые, в свою очередь, могут быть разложены на синусные и косинусные составляющие, включать либо только четные (косинусы), либо только нечетные функции (синусы), либо и те, и другие) входят в состав сигналов, симметричных относительно оси абсцисс  $f(\omega t) = -f(\omega t) + \pi$  (если сигнал можно отразить по горизонтали, сдвиг на полпериода при этом не учитывают).

Четные функции (косинусы) входят в состав сигналов, симметричных относительно оси ординат:  $f(\omega t) = -f(-\omega t)$  (если сигнал можно отразить по вертикали).

В состав функций, симметричных относительно начала координат, входят нечетные функции (синусы) (если, повернув часть сигнала, лежащую в левой полуплоскости, на  $180^\circ$  - получим половину сигнала в правой полуплоскости).

Одной из основных характеристик периодических величин является их действующее или эффективное значение. Действующее значение неси-

нусоидальной величины зависит только от действующих значений гармоник и не зависит от их начальных фаз  $A_k = \sqrt{2}A_{km}$ .

$$I = \sqrt{(I_0)^2 + (I_1)^2 + (I_2)^2 + \dots},$$

$$U = \sqrt{(U_0)^2 + (U_1)^2 + (U_2)^2 + \dots},$$

$$E = \sqrt{(E_0)^2 + (E_1)^2 + (E_2)^2 + \dots}$$

Среднее значение несинусоидальной величины равно и является постоянной составляющей несинусоидальной величины.

$$A_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T f(\omega t) dt$$

Среднее по модулю значение называется также средним выпрямленным значением, т.к. математическая операция определения модуля функции технически реализуется устройством, называемым выпрямителем. Для функции среднее по модулю значение равно:

$$A_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(\omega t)| dt$$

Если несинусоидальная величина симметрична относительно оси абсцисс и не меняет знака в течение полупериода, то её среднее значение за половину периода равно среднему выпрямленному значению.

Кривые несинусоидальных периодических величин отличаются бесконечным разнообразием. При этом требуется произвести оценку их гармонического состава и формы, не прибегая к точным расчётам. Для этого используют коэффициенты формы, амплитуды и искажений.

Коэффициент формы определяют как отношение действующего значения к среднему по модулю значению:

$$k_{\phi} = \frac{A}{A_{cp}}$$

Коэффициент амплитуды определяют как отношение максимального к действующему значению периодической функции:

$$k_a = \frac{A_{\max}}{A}$$

Коэффициент искажений определяют как отношение действующего значения основной гармоники к действующему значению всей функции:

$$k_{\text{И}} = \frac{A_1}{A}$$

*Мощность цепи несинусоидального тока*

Активная мощность цепи несинусоидального равна сумме активных мощностей отдельных гармоник, включая постоянную составляющую, как гармонику с нулевой частотой ( $\omega_0 = 0, \varphi_0 = 0$ ).

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k$$

Здесь  $U_k, I_k$  – действующие значения напряжения и тока соответствующей гармоники.

По аналогии с синусоидальным током можно ввести понятие реактивной мощности, как суммы реактивных мощностей гармонических составляющих, т.е.

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \varphi_k$$

Также по аналогии вводится понятие полной или кажущейся мощности, как произведение действующих значений напряжения и тока

$$S = UI$$

где  $U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_k^2}$ ;  $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots + I_k^2}$

В цепях с несинусоидальными токами в отличие от синусоидальных цепей  $S^2 > P^2 + Q^2$ ,

так как в них действует **мощность искажения** ( $T$ , ВАр), обусловленная наличием высших гармоник

$$S^2 = P^2 + Q^2 + T^2,$$

$$T^2 = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$$

Отношение активной мощности к полной называется **коэффициентом мощности**

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{U \cdot I}.$$

Для синусоидальных цепей  $\lambda = \cos\varphi$ , но в несинусоидальных цепях появляется **коэффициент искажения**

$$\lambda = \frac{I_1}{I} \cos\varphi = K_{\text{и}} \cos\varphi$$

где  $K_{\text{и}}$  - коэффициент искажения

#### **Порядок расчета цепей несинусоидального тока.**

1. Раскладывают ЭДС источника на постоянную и синусоидальные составляющие (при этом ограничиваемся *некоторым числом гармоник*);
2. Ограничивают ряд некоторым числом гармоник, обычно 3-5.
3. Выполняют расчет цепи для каждой гармоники напряжения или тока, помня, что с изменением частоты сопротивления реактивных элементов (емкостей и индуктивностей) меняются:  $X_{L(k)} = k \cdot \omega \cdot L = k \cdot X_{L(1)}$ ,

$$X_{C(k)} = \frac{1}{k \cdot \omega \cdot C} = \frac{X_{C(1)}}{k}.$$

4. Применяя метод наложения, и, рассматривая действие каждой составляющей ЭДС в отдельности, находят составляющие токов на всех участках цепи.

#### **5.3 Пример расчета электрической цепи с несинусоидальным источником**

К электрической цепи, схема которой приведена на рис. 5.29 прило-

жено напряжение  $u(t) = 50 + 141\sin(\omega t + 30^0) + 70,7\sin(3t - 60^0)$ , В. Рассчитать мгновенные значения токов в ветвях, найти их действующие значения, если  $R_1 = 20\text{ Ом}$ ,  $\omega L = 3\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 5\text{ Ом}$ ,  $\frac{1}{\omega C} = 9\text{ Ом}$ .

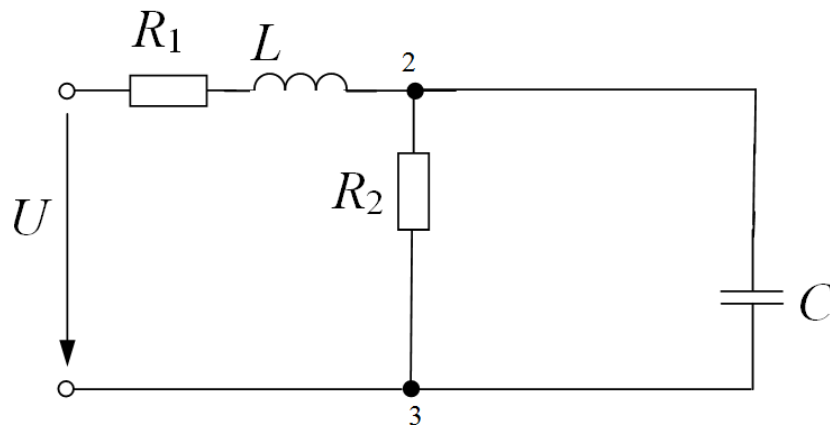


Рис. 5.29

### Решение

Рассчитаем цепь от действия  $U^0 = 50\text{ В}$ .

$$I_1^0 = I_2^0 = \frac{U^0}{R_1 + R_2} = \frac{50}{20 + 5} = 2\text{ А}; \quad I_3^0 = 0.$$

Расчет цепи от действия первой гармоники

$$u^1 = 141\sin(\omega t + 30^0), \text{ следовательно } \underline{U}^1 = \frac{141}{\sqrt{2}}e^{j30^0} = 100e^{j30^0}\text{ В.}$$

Комплексное сопротивление параллельного участка

$$\underline{Z}_{23}^1 = \frac{\underline{Z}_2^1 \underline{Z}_3^1}{\underline{Z}_2^1 + \underline{Z}_3^1} = \frac{R_2(-j\frac{1}{\omega C})}{R_2 + (-j\frac{1}{\omega C})} = \frac{5(-j9)}{5 - j9} = 4,37e^{-j29,05^0} = (3,82 - j2,12)\text{ Ом.}$$

Эквивалентное комплексное сопротивление всей цепи для первой гармоники

$$\underline{Z}_{\text{ЭКВ}}^1 = \underline{Z}_1^1 + \underline{Z}_{23}^1 = R_1 + j\omega L + \underline{Z}_{23}^1 = 20 + j3 + 3,82 - j2,12 =$$

$$= 23,82 + j0,88 = 23,9e^{j2,12^0} \text{ Ом.}$$

Комплекс действующего значения общего тока первой гармоники

$$\underline{I}_1^1 = \frac{\underline{U}^1}{\underline{Z}_{\text{ЭКВ}}^1} = \frac{100e^{j30^0}}{23,9e^{j2,12^0}} = 4,184e^{j27,88^0} \text{ А.}$$

Напряжение на параллельном участке:

$$\underline{U}_{23}^1 = \underline{I}_1^1 \underline{Z}_{23}^1 = 4,184e^{j27,88^0} \cdot 4,37e^{-j29,05^0} = 18,28e^{-j1,17^0} \text{ В.}$$

Токи второй и третьей ветви

$$\underline{I}_2^1 = \frac{\underline{U}_{23}^1}{R_2} = \frac{18,28e^{-j1,17^0}}{5} = 3,66e^{-j1,17^0} \text{ А,}$$

$$\underline{I}_3^1 = \frac{\underline{U}_{23}^1}{-j\frac{1}{\omega C}} = \frac{18,28e^{-j1,17^0}}{-j9} = 2,03e^{j88,83^0} \text{ А.}$$

Мгновенные значения токов первой гармоники:

$$i_1^1 = 4,184\sqrt{2} \sin(\omega t + 27,88^0) \text{ А,}$$

$$i_2^1 = 3,66\sqrt{2} \sin(\omega t - 1,17^0) \text{ А,}$$

$$i_3^1 = 2,03\sqrt{2} \sin(\omega t + 88,83^0) \text{ А.}$$

Расчет цепи для третьей гармоники:

$$u^3 = 70,7 \sin(3\omega t - 60^0), \text{ следовательно}$$

$$\underline{U}^3 = \frac{70,7}{\sqrt{2}} e^{-j60^0} = 50e^{-j60^0} \text{ В.}$$

Комплексные сопротивления для третьей гармоники

$$\underline{Z}_{23}^3 = \frac{\underline{Z}_2^3 \underline{Z}_3^3}{\underline{Z}_2^3 + \underline{Z}_3^3} = \frac{R_2(-j\frac{1}{3\omega C})}{R_2 + (-j\frac{1}{3\omega C})} = \frac{5(-j3)}{5 - j3} = 2,57e^{-j59^0} = (1,32 - j2,2) \text{ Ом.}$$



$$\begin{aligned}\underline{Z}_{\text{ЭКВ}}^1 &= \underline{Z}_1^1 + \underline{Z}_{23}^1 = R_1 + j\omega L + \underline{Z}_{23}^1 = 20 + j3 + 3,82 - j2,12 = \\ &= 23,82 + j0,88 = 23,9e^{j2,12^0} \text{ Ом.}\end{aligned}$$

Токи и напряжения для третьей гармоники:

$$\underline{I}_1^3 = \frac{\underline{U}^3}{\underline{Z}_{\text{ЭКВ}}^3} = \frac{50e^{-j60^0}}{22,38e^{j17,69^0}} = 2,23e^{-j77,69^0} \text{ А.}$$

$$\underline{U}_{23}^3 = \underline{I}_1^3 \underline{Z}_{23}^3 = 2,23e^{-j77,69^0} \cdot 2,57e^{-j59^0} = 5,73e^{-j136,69^0} \text{ В.}$$

$$\underline{I}_2^3 = \frac{\underline{U}_{23}^3}{R_2} = \frac{5,73e^{-j136,69^0}}{5} = 1,146e^{-j136,69^0} \text{ А,}$$

$$\underline{I}_3^3 = \frac{\underline{U}_{23}^3}{-j\frac{1}{3\omega C}} = \frac{5,73e^{-j136,69^0}}{-j3} = 1,91e^{-j46,69^0} \text{ А.}$$

Мгновенные значения токов третьей гармоники

$$i_1^3 = 2,23\sqrt{2} \sin(3\omega t - 77,69^0) \text{ А,}$$

$$i_2^3 = 1,146\sqrt{2} \sin(3\omega t - 136,69^0) \text{ А,}$$

$$i_3^3 = 1,91\sqrt{2} \sin(3\omega t - 46,69^0) \text{ А.}$$

Результирующие токи в ветвях:

$$i_1 = i_1^0 + i_1^1 + i_1^3 = 2 + 4,184\sqrt{2} \sin(\omega t + 27,88^0) + 2,23\sqrt{2} \sin(3\omega t - 77,69^0) \text{ А,}$$

$$i_2 = i_2^0 + i_2^1 + i_2^3 = 2 + 3,66\sqrt{2} \sin(\omega t - 1,17^0) + 1,146\sqrt{2} \sin(3\omega t - 136,69^0) \text{ А,}$$

$$i_3 = +i_3^1 + i_3^3 = 2,03\sqrt{2} \sin(\omega t + 88,83^0) + 1,91\sqrt{2} \sin(3\omega t - 46,69^0) \text{ А.}$$

Действующие значения токов ветвей

$$I_1 = \sqrt{(I_1^0)^2 + (I_1^1)^2 + (I_1^3)^2} = \sqrt{2^2 + 4,184^2 + 2,23^2} = 5,146 \text{ А,}$$

$$I_2 = \sqrt{(I_2^0)^2 + (I_2^1)^2 + (I_2^3)^2} = \sqrt{2^2 + 3,66^2 + 1,146^2} = 4,32 \text{ А,}$$

$$I_3 = \sqrt{(I_2^1)^2 + (I_2^3)^2} = \sqrt{2,03^2 + 1,91^2} = 2,79 \text{ А.}$$

Активная мощность всей цепи

$$\begin{aligned} P &= P^0 + P^1 + P^3 = U^0 \cdot I_1^0 + U^1 \cdot I_1^1 \cdot \cos \varphi_1^1 + U^3 \cdot I^3 \cdot \cos \varphi_1^3 = \\ &= 50 \cdot 2 + 100 \cdot 4,184 \cos(30^0 - 27,88^0) + 50 \cdot 2,23 \cos(-60^0 - (-77,69^0)) = \\ &= 624,34 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Реактивная мощность всей цепи

$$\begin{aligned} Q &= Q^1 + Q^3 = U^1 \cdot I_1^1 \cdot \sin \varphi_1^1 + U^3 \cdot I^3 \cdot \sin \varphi_1^3 = \\ &= 100 \cdot 4,184 \sin(30^0 - 27,88^0) + 50 \cdot 2,23 \sin(-60^0 - (-77,69^0)) = \\ &= 49,36 \text{ Вар.} \end{aligned}$$

## 5.4 Вопросы и задачи для самоконтроля

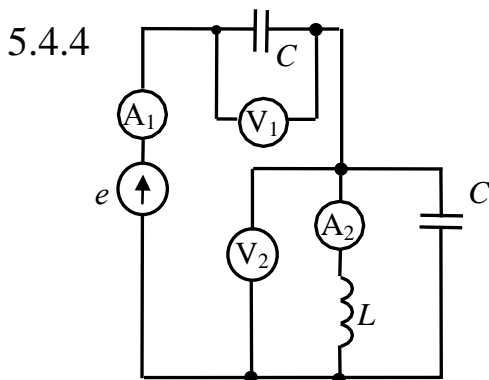
5.4.1 Какое значение напряжения покажет вольтметр электродинамической системы, подключенный к участку электрической цепи, если на участке цепи несинусоидальное напряжение

$$u(t) = 100 + 60\sqrt{2} \sin \omega t - 80\sqrt{2} \sin 3\omega t$$

5.4.2 Несинусоидальное периодическое напряжение  $u(t) = 180 + 353,55 \sin 1000t$  приложено к последовательной цепи  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $C = 250 \text{ мкФ}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ . Вычислить действующее значение тока в данной цепи.

5.4.3 Найти активную мощность, выделяемую в цепи, если

$$u = 100\sqrt{2} \sin \omega t + 40\sqrt{2} \sin 2\omega t, \text{ В; } R = 20 \text{ Ом, } \omega L = 100 \text{ Ом.}$$



$$e = 100 + 50\sqrt{2} \sin \omega t, \text{ В,}$$

$$\frac{1}{\omega L} = \omega C = 0,1 \text{ См.}$$

Определить показания приборов электромагнитной системы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи./ Л.А. Бессонов. – 9-е изд., перераб. и доп. – М.: «Высшая школа». – 1996. – 638 с.
2. Иванов И. И. Электротехника. Основные положения, примеры и задачи / И.И. Иванов, А.Ф. Лукин, Г.И Соловьев. – 2-е изд., исправленное. – СПб.: Издательство «Лань». – 2002. – 192 с.
3. Основы электротехники, микроэлектроники и управления. Теория и расчет. В 2 т. Т. 1. Учебное пособие для вузов /Ю.А. Комиссаров, Л.С. Гордеев, Д.П. Вент, Г.И. Бабокин; Под. ред. П.Д. Саркисова – М.: Химия. – 2007. –451 с.
4. Шебес М. Р., Каблукова М. В. Задачник по теории линейных электрических цепей: Учеб. пособ. для электротехнич., радиотехнич. спец. вузов. / М.Р. Шебес, М. В. Каблукова — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1990. — 544 с.
5. Ребенков Е.С. Методические указания по практическим занятиям курса «Теоретические основы электротехники». Раздел «Цепи постоянного тока» / Е.С. Ребенков, Г.И. Бабокин. — Новомосковск. — Издательство НФ МХТИ им. Д.И. Менделеева. — 1986. — 45 с.
6. Бабокин Г.И. Методические указания по практическим занятиям курса «Теоретические основы электротехники». Раздел «Цепи переменного тока» / В.Г. Куницкий, Е.Б. Колесников, Г.И. Бабокин. — Новомосковск. — Издательство НФ МХТИ им. Д.И. Менделеева. — 1986. — 77 с.
7. Куницкий В.Г. Методические указания по практическим занятиям курса «Теоретические основы электротехники». Раздел «Трехфазные цепи» / Г.И. Бабокин, В.Г. Куницкий, Е.Б. Колесников. — Новомосковск. — Издательство НФ МХТИ им. Д.И. Менделеева. — 1987. — 61 с.
8. Адашкевич А.М. Методические указания по практическим занятиям курса «Теоретические основы электротехники». Раздел «Переходные

процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами (классический метод)» /А.М. Адашкевич. Под. ред. Г.И. Бабокина — Новомосковск. — Издательство НФ МХТИ им. Д.И. Менделеева. — 1988. — 56 с.

9. Ребенков Е.С. Методические указания по практическим занятиям курса «Теоретические основы электротехники». Раздел «Операторный метод расчета переходных процессов» /Е.С. Ребенков — Новомосковск. — Издательство НФ МХТИ им. Д.И. Менделеева. — 1989. — 36 с.

10. Саутов А.С. Методические указания по практическим занятиям курса «Теоретические основы электротехники». Раздел «Нелинейные цепи» /А.С. Саутов, Г.И. Бабокин — Новомосковск. — Издательство НФ МХТИ им. Д.И. Менделеева. — 1986. — 45 с.

11. Шпрехер Д.М. Методические указания по практическим занятиям курса «Теоретические основы электротехники». Раздел «Несинусоидальные цепи и четырехполюсники» /Д.М. Шпрехер. Под. ред. Г.И. Бабокина — Новомосковск. — Издательство НФ МХТИ им. Д.И. Менделеева. — 1988. — 46 с.

12. Бабокин Г.И. Методические указания по курсу «Теоретические основы электротехники»: контрольные вопросы, расчетные задания. Часть 1 /Г.И. Бабокин, Е.С. Ребенков — Новомосковск. — Издательство НФ МХТИ им. Д.И. Менделеева. — 1983. — 51 с.

13. Бабокин Г.И. Методические указания по курсу «Теоретические основы электротехники»: контрольные вопросы, типовые задачи, расчетные задания. Часть 2 /Г.И. Бабокин, Е.С. Ребенков — Новомосковск. — Издательство НФ МХТИ им. Д.И. Менделеева. — 1983. — 29 с.

14. Семенова Н.Г. Анализ линейных электрических цепей в установленных режимах / Н.Г. Семенова, Н.Ю.Ушакова, Л.В.Быковская; Оренбургский гос. ун-т. — Оренбург: ОГУ, 2013. — 65 с.



**Пример оформления титульного листа**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Кафедра «Электротехника и электрооборудование»

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

по дисциплине «Теоретические основы электротехники»

**АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ В УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ**

Руководитель работы

Доктор технических наук, профессор

\_\_\_\_\_ Д.М. Шпрехер

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 202\_\_ г.

Исполнитель

студент группы \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Тула 20\_\_\_\_\_

Пример оформления бланка задания на курсовую работу

Задание на курсовую работу

Анализ линейных электрических цепей в установившихся режимах

Текст задания

Исходные данные задания

№ варианта	№ рис.	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$R_5$ , Ом	$E_1$ , В	$E_2$ , В	$E_3$ , В	$J$ , А

Электрическая схема, согласно варианта задания

Пример оформления текстовой части курсовой работы

