ЛУГАНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени ВЛАДИМИРА ДАЛЯ

Кафедра «Прикладная математика»

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

по дисциплине «**МАТЕМАТИКА**»

«ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ»

для студентов 2-го курса
инженерно-технических и информационно-компьютерных специальностей

Вариант №7

РАЗРАБОТАЛ
Доцент кафедры
«Прикладная математика»
к.т.н. Малый В.В.

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
«Прикладная математика»
протокол №1 от 28.08.2017

Луганск-2017

«ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ»

Вариант №7

Пример 1. Найти u_{n+1} и u_{2n-1} члены ряда

$\frac{1}{\sqrt{1\cdot 2}}+\frac{1}{\sqrt{2\cdot 3}}+\frac{1}{\sqrt{3\cdot 4}}+\ldots$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{4\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{5}}+\ldots$	$\frac{1}{3\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 17}+\frac{1}{11\cdot 15}+\ldots$

Пример 2. Найти сумму ряда

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{48}+\ldots$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+3^n}{6^n}$

Пример 3. Можно ли решить вопрос о сходимости ряда с помощью необходимого признака?

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{3n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^4+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n+4}$

Пример 4. Используя первый признак сравнения, исследовать на сходимость следующие числовые знакоположительные ряды:

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n(2+n^5)}}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{6^n+1}.$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-\sin n}{n}.$

Пример 5. Используя второй признак сравнения (в предельной форме), исследовать на сходимость следующие числовые знакоположительные ряды:

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{3n-1}\right)^{2}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n}{4n-1}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{1+e^n}$

Пример 6. Пользуясь признаками Даламбера, Коши или интегральным признаком Коши, исследовать на сходимость следующие числовые знакоположительные ряды:

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{3n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^4+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n+4}$

Пример 7. Исследовать на абсолютную и условную сходимость числовые знакочередующиеся ряды

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{4^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2^n n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$

Пример 8. Определить интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах интервала

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-6)^n}{4^n n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n 4^n}{n+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^n}{3^n n}$

Пример 9. Разложить указанную функцию в ряд по степеням x. Указать интервал сходимости полученного ряда.

$y = xe^{-x}$	$y=\sqrt[3]{1-2x}$	$y=\cos^2\sqrt{x}$

Пример 10. Используя разложение функции в степенной ряд, вычислить заданное выражение с точностью до 10^{-4}.

$e^{0,3}$	$arctg\frac{1}{4}$	$\sqrt[4]{80}$

Пример 11. Вычислить определенный интеграл с точностью $\varepsilon = 0{,}001$ путём разложения подынтегральной функции в ряд с его последующим интегрированием.

$\int_0^1 \sin x^2 dx$	$\int_0^{0.5}\ln(1+\sqrt{x})dx$	$\int_0^{0,25}\frac{dx}{\sqrt[5]{1+x^2}}$

Пример 12. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки x_0.

$f(x)=\sin\frac{\pi x}{8}\quad x_0=4$	$f(x)=\sqrt[3]{x}\quad x_0=2$	$f(x)=\frac{1}{x^2-8x+5}\quad x_0=4$

Пример 13. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданному начальному условию

$y' = x^2 + y \quad y(0)=0{,}1$	$y' = 2x - y^2 \quad y(0)=1$	$y' = 2x^2 + xy \quad y(0)=1$

Пример 14. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $T = 2\pi$) функцию $f(x)$, заданную на отрезке [-π ; π].

$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi \le x \le 0,\\ x-1, & 0 \le x \le \pi.\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi \le x \le 0,\\ 3x-1, & 0 \le x \le \pi.\end{cases}$

Пример 15. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $T = 2\ell$) функцию $f(x)$, заданную на отрезке [-ℓ ; ℓ].

$f(x)=2x+1,$ [-3; 3]; T = 6.	$f(x)=4x+5,$ [-1; 1]; T = 2.

Пример 16. На заданном отрезке разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$.

$f(x)=\frac{1}{2}x^2-1,$ [-π; π]; T = 2π.	$f(x)=\frac{1}{4}x,$ [-2; 2]; T = 4.

Пример 17. На заданном отрезке разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$.

$f(x)=\begin{cases}1+\sin x, & -\pi \le x \le 0,\\ 0, & 0 < x \le \pi.\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}0, & 0 \le x \le \pi/2\\ -\sin x, & \pi/2 < x \le \pi.\end{cases}$

ПРОГРАММА КУРСА «МАТЕМАТИКА»

для студентов 2-го курса инженерно-технических и информационно-компьютерных специальностей.

Раздел: «Числовые и функциональные ряды»

1. Числовые ряды. Понятие сходимости ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимый признак сходимости ряда.
2. Простейшие действия над рядами. Свойства рядов с положительными членами. Исследование сходимости рядов с помощью признаков сравнения.
3. Признаки сходимости Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости рядов с положительными членами.
4. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Оценка остатка знакочередующегося ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема об абсолютной сходимости.
5. Функциональные ряды. Область сходимости, методы её определения. Равномерная и правильная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса.
6. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Его равномерная сходимость.
7. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора.
8. Разложение основных элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.
9. Ряды Фурье. Коэффициенты Фурье и их свойства. Теорема о сходимости тригонометрических рядов Фурье. Понятие ортонормированной системы функций. Её применение для разложения функций.
10. Разложение чётных и нечетных функций в тригонометрический ряд Фурье. Специальные приёмы разложения функций в зависимости от заданного интервала разложения.
11. Применение тригонометрическим рядов Фурье в приближенных вычислениях.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Карасев А.И., Аксютина З.М., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов. М.: Высш. шк., 1982. Ч. I, II.
2. Малый В.В. Методические указания и контрольные задания по высшей математике в I-м семестре (для студентов экономических и инженерно-технических специальностей заочной формы обучения). – Луганск, СНУ, 2012.

3. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). - М.: Высш. шк., 1983.
4. Шнейдер В.Е., Слуцкий А.И., Шумов А.С. Краткий курс высшей математики. Ч.1,2. - М.: Высш. шк., 1978.
5. Шипачев В.С. Высшая математика. - М.: Высш. шк., 1985.

Дополнительная

6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Наука, 1980, 1984.
7. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. – М.: Наука, 1979.
8. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1980.
9. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. - М.: Наука, 1980.