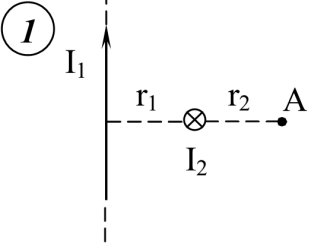
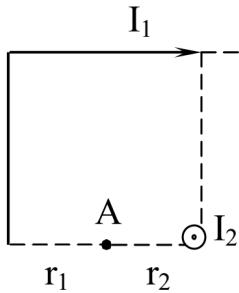
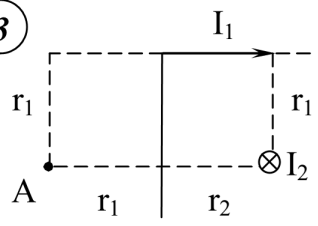
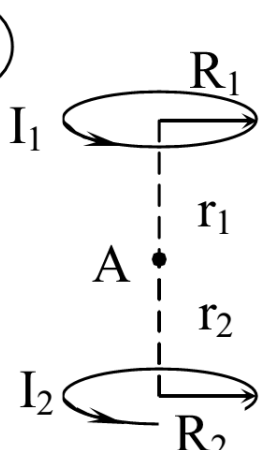
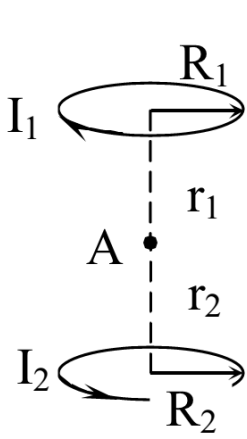
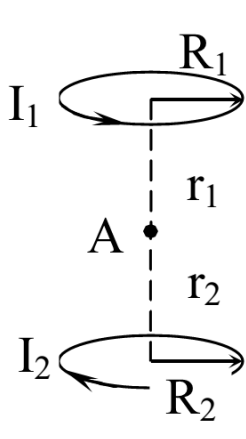
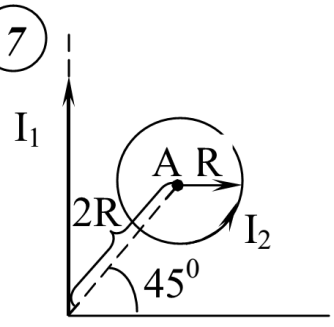
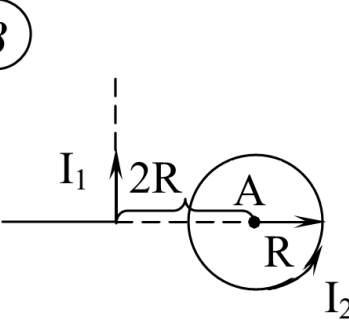
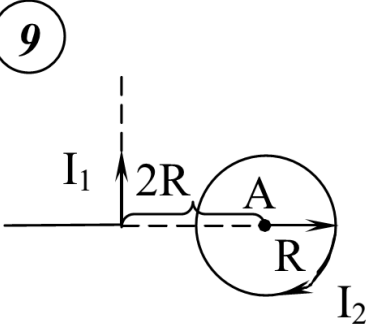
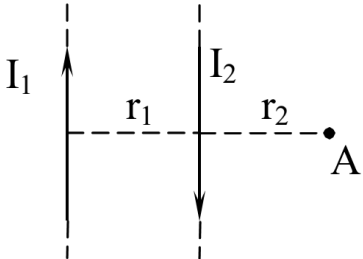
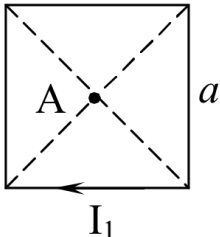
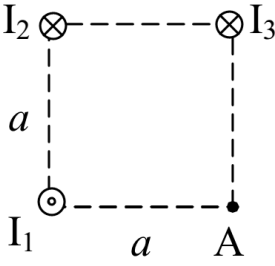
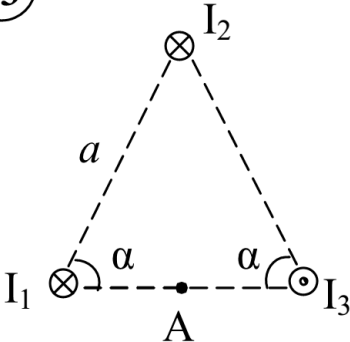
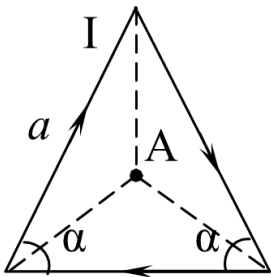
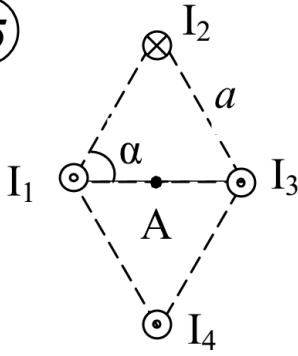
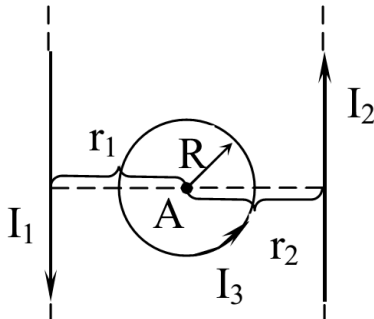
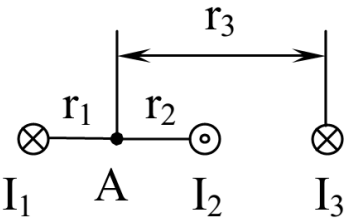
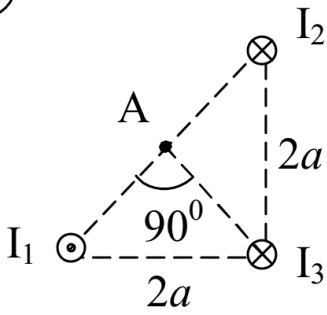
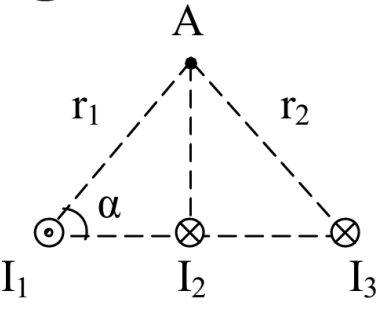
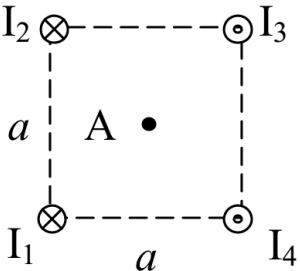
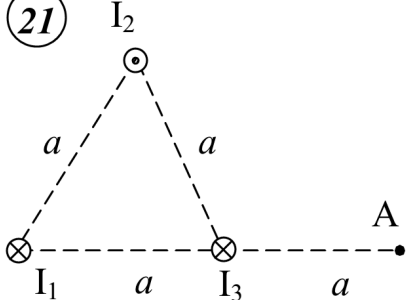


Задача 23 Определение индукции магнитного поля токов.

Магнитное поле создано проводниками с токами. Найти индукцию магнитного поля в точке А. Номера вариантов проставлены в левом верхнем углу приведенных ниже рисунков.

Таблица 23

<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 
<p>$I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$ $r_1 = r_2 = 2 \text{ cm}$</p>	<p>$I_1 = I_2 = 0,5 \text{ A}$ $r_1 = r_2 = 2 \text{ cm}$</p>	<p>$I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$ $r_1 = r_2 = 5 \text{ cm}$</p>
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>$r_1 = r_2 = 2 \text{ cm}$ $R_1 = R_2 = 2 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$</p>	<p>$r_1 = r_2 = 2 \text{ cm}$ $R_1 = R_2 = 3 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$</p>	<p>$r_1 = r_2 = 1 \text{ cm}$ $R_1 = R_2 = 2 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$</p>
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p> 
<p>$R = 10 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = 0,5 \text{ A}$</p>	<p>$R = 1 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$</p>	<p>$R = 1 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$</p>

<p>10</p> 	<p>11</p> 	<p>12</p> 
<p>$r_1 = r_2 = 2 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$</p>	<p>$l = 4a = 20 \text{ cm}$ $I_1 = 0,5 \text{ A}$</p>	<p>$a = 5 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = I_3 = 1 \text{ A}$</p>
<p>13</p> 	<p>14</p> 	<p>15</p> 
<p>$a = 2 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$ $I_1 = I_2 = I_3 = 1 \text{ A}$</p>	<p>$a = 2 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$ $I = 1 \text{ A}$</p>	<p>$a = 2 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$ $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = 1 \text{ A}$</p>
<p>16</p> 	<p>17</p> 	<p>18</p> 
<p>$R = 2 \text{ cm}, r_1 = r_2 = 5 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = I_3 = 1 \text{ A}$</p>	<p>$r_1 = r_2 = r_3/2 = 2 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = I_3 = 0,5 \text{ A}$</p>	<p>$a = 3 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = I_3 = 1 \text{ A}$</p>
<p>19</p> 	<p>20</p> 	<p>21</p> 
<p>$\alpha = 45^\circ, r_1 = r_2 = 5 \text{ cm}$ $I_1 = I_2 = I_3 = 1 \text{ A}$</p>	<p>$a = 5 \text{ cm}, I_1 = I_4 = 0,5 \text{ A}$ $I_2 = I_3 = 1 \text{ A}$</p>	<p>$a = 3 \text{ cm}, I_2 = 4 \text{ A}$ $I_1 = I_3 = 1 \text{ A}$</p>

Пример решения задачи 23 (вариант 21, таблица 23)

Дано:

$$I_1 = I_3 = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = 4 \text{ A}$$

$$a = 3 \text{ см}$$

$B = ?$

Решение:

Покажем направления векторов индукции магнитных полей (рис.23). Магнитные поля B_1 и B_3 , направленные одинаково, найти просто по формуле для бесконечно длинного прямолинейного проводника:

$$B_1 = \frac{(\mu_0 I_1)}{(2\pi \cdot 2a)}, \quad B_3 = \frac{(\mu_0 I_3)}{(2\pi a)}.$$

Магнитные поля подчиняются принципу суперпозиции. Поэтому равнодействующая полей B_1, B_2

$$B_{13} = \frac{(\mu_0 I_1)}{(2\pi a)} \cdot \frac{3}{2}.$$

Для нахождения B_2 надо знать расстояние до точки А от тока I_2 . Его, например, найдем по теореме косинусов $r = (a^2 + a^2 - 2a^2 \cos 120^\circ)^{1/2} = a\sqrt{3}$. Теперь

$$B_2 = \frac{(\mu_0 I_2)}{(2\pi a \cdot \sqrt{3})}.$$

Построив равнодействующую из векторов B_2 и B_{13} , найдем ее длину. Вновь по теореме косинусов

$$B = (B_{13}^2 + B_2^2 - 2B_{13}B_2 \cos \alpha)^{1/2},$$

где $\alpha = 30^\circ$, как нетрудно найти.

С учетом того, что $I_2 = 4I_1$, получаем

$$B^2 = \frac{9}{4} \cdot \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\mu_0 4I_1}{2\pi a} \right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\mu_0 4I_1}{2\pi a} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{73}{12} \cdot \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \right)^2;$$

$$B = \sqrt{\frac{73}{12}} \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a};$$

$$B = \sqrt{\frac{73}{12}} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = 1,64 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}.$$

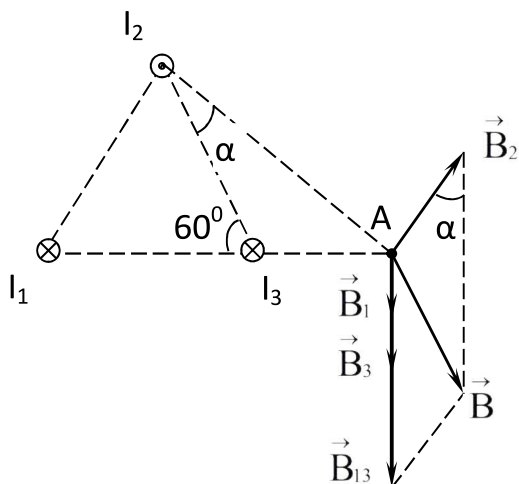


Рис. 23

Задача 25. Контур с током в магнитном поле. Электромагнитная индукция

Контур с током не только создает магнитное поле, но и сами подвергаются воздействию со стороны магнитных полей других токов. Работа сил Ампера по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле $A = I\Delta\Phi$, где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока сквозь контур, I – сила тока в контуре.

При изменении магнитного потока сквозь проводящий контур, в контуре индуцируется ЭДС индукции. Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея-Максвелла) $\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi}{dt}$, где \mathcal{E}_i – ЭДС индукции, N – число витков в контуре.

Большинство задач на применение закона электромагнитной индукции можно разбить на три типа:

1. Неподвижный контур находится в переменном магнитном поле с индукцией

$B(t)$. В этом случае $\mathcal{E}_i = -NS \frac{dB}{dt} \cos \alpha$, где α - угол между нормалью \mathbf{n} к контуру и вектором \mathbf{B} .

2. Контур поворачивается в однородном стационарном магнитном поле,

при этом угол α изменяется по закону $\alpha(t)$. В этом случае $\mathcal{E}_i = -NBS \frac{d(\cos \alpha)}{dt}$.

3. Изменяется площадь контура S . Магнитное поле стационарно и однородно.

В этом случае $\mathcal{E}_i = -NB \frac{dS}{dt} \cos \alpha$.

При изменении силы тока в проводящем контуре возникает ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$, где L - индуктивность контура.

При любом изменении силы тока в электрической цепи сопротивлением R и индуктивностью L за счет ЭДС самоиндукции возникают дополнительные токи (экстратоки самоиндукции). Экстратоки всегда препятствуют изменению силы тока в цепи. Мгновенное значение силы тока I в цепи к моменту времени t :

а) после замыкания $I(t) = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

б) после размыкания $I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$,

где $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ - установившийся ток при $t \rightarrow \infty$, $\tau = \frac{L}{R}$ - время релаксации.

Решите одну из приведенных ниже задач в соответствии с номером Вашего варианта.

25.1 Плоская круглая рамка состоит из $n=5$ витков радиусом $R=2$ см. Нормаль к рамке составляет угол $\alpha=0^\circ$ с направлением однородного магнитного поля с индукцией $B=3 \cdot 10^{-5}$ Тл. Найти изменение магнитного потока, пронизывающего рамку, если из пяти витков сделать один круглый виток.

25.2 Из гибкой проволоки длиной $L=20$ см сделан круговой контур, помещенный в однородное магнитное поле так, что плоскость контура расположена под углом $\alpha=45^\circ$ к направлению поля. Индукция поля $B=0.1$ Тл, ток в контуре $I=1$ А. Контур деформировали в квадрат. Пренебрегая работой против упругих сил, определить работу по деформации контура и отношение вращающих моментов до и после деформации контура.

25.3 Виток, по которому течет ток $I=20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,016$ Тл. Диаметр d витка равен 10 см. Определить работу, которую надо совершить, чтобы повернуть виток на угол $\alpha=90^\circ$ относительно оси, совпадающей с диаметром.

25.4 В однородном магнитном поле с индукцией $B=2$ Тл перпендикулярно линиям индукции движется металлический проводник, концы которого замкнуты вне поля, скорость проводника изменяется по закону $v=v_0 + at$, где $v_0=1$ м/с, $a=0,5$ м/с². Сопротивление проводника $R=1$ Ом. Найти длину проводника ℓ , если известно, что через 10 с после начала движения сила Ампера $F_A=240$ мН.

25.5 В однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной к линиям магнитной индукции, вращается ускоренно металлический стержень вокруг оси, проходящей через конец стержня. Скорость стержня изменяется по закону $\omega = \omega_0 + \epsilon t$, где $\omega_0=10$ с⁻¹, $\epsilon=0,2$ с⁻². Индукция поля $B=0.1$ Тл, длина проводника $\ell=10$ см. Найти разность потенциалов $\Delta\phi$, возникающую на концах стержня через $t=10$ с.

25.6 Рамка площадью $S = 200$ см² равномерно вращается с частотой $\nu=10$ с⁻¹ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля ($B=0,2$ Тл). Каково среднее значение ЭДС $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ индукции за время, в течении которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменяется от нуля до максимального значения?

25.7 По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной длиной $a=10$ см, течет постоянный ток $I=20$ А. Плоскость квадрата составляет угол $\alpha=20^\circ$ с линиями индукции однородного магнитного поля ($B=0,1$ Тл). Вычислить работу A , которую надо совершить для того, чтобы удалить провод за пределы поля.

25.8 Круговой виток из медной проволоки сечением $S_0=1\text{ мм}^2$ равномерно вращается вокруг оси, лежащей в плоскости витка и проходящей по диаметру, с угловой скоростью $\omega=50$ с⁻¹. Ось вращения перпендикулярна магнитному полю, которое меняется по закону $B=B_0\sin\omega t$, где $B_0=0,1$ Тл, $\omega=50$ с⁻¹. Площадь витка $S=10$ см². Найти зависимость от времени и наибольшее значение силы тока в контуре.

25.9 Катушка из медной проволоки сечением $S_0=1\text{ мм}^2$ расположена в магнитном поле так, что плоскость витков составляет угол $\alpha=120^\circ$ с линиями индукции. Поле меняется по закону $B=B_0+At$, где $A=0,1$ Тл/с. Площадь витка $S=20$ см². Найти силу установившегося тока.

25.10 Электрическая цепь содержит активное сопротивление, катушку индуктивности и источник тока. Найти время t , по истечении которого ток при замыкании достигает 0,33 предельного значения, если при размыкании цепи ток падает вдвое за время $t_1=2$ мс.

25.11 Электрическая цепь содержит активное сопротивление, катушку индуктивности и источник тока. Найти время t , по истечении которого ток при размыкании достигает 0,33 начального значения. При замыкании цепи ток достигает 0,5 предельного значения через время $t_1=4$ мс.

25.12 Электрическая цепь содержит источник тока, катушку с индуктивностью L и два последовательно соединенных сопротивления R_1, R_2 ($R_1=2R_2$). Последовательное соединение сопротивлений заменяется на их параллельное соединение. Во сколько раз при этом следует изменить индуктивность катушки, чтобы скорость спада тока при размыкании цепи осталась той же?

25.13 Источник тока замкнули на длинный соленоид с сопротивлением $R=20$ Ом и индуктивностью $L=0,5$ Гн. Через какое время сила тока достигает 0,8 предельного значения? Как изменится это время, если число витков в соленоиде увеличить вдвое?

25.14 Тонкий медный провод массой $m=5$ г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,2$ Тл так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции. Найти количество электричества, которое протекает по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

25.15 Проволочный виток диаметром $d=8$ см находится в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,5$ Тл. Плоскость витка составляет угол $\alpha=30^\circ$ с линиями индукции поля. Если магнитное поле исчезает, по витку протечет заряд $Q=10$ мКл. Определить сопротивление витка R .

25.16 Медное кольцо диаметром $d=10$ см и сечением провода $S=2\text{ мм}^2$ расположено в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Если взявшись за диаметрально противоположные точки кольца, вытянуть его в линию, по проводнику протечет заряд $Q=2,94$ Кл. Определить индукцию магнитного поля B .

25.17 Круглую рамку радиусом $r=4$ см, расположенную под углом $\alpha=30^\circ$ к направлению однородного магнитного поля, деформировали так, что она стала квадратной. Затем ее повернули перпендикулярно полю, индукция которого $B=0,2$ Тл. Какое количество электричества индуцировалось в рамке, если сопротивление ее $R=0,05$ Ом?

25.18 Индуктивность катушки $L=2$ мГн. Ток частотой $\nu=50$ Гц, протекающий по катушке, изменяется по синусоидальному закону. Определить среднюю ЭДС самоиндукции $\langle \mathcal{E}_s \rangle$, возникающую за интервал времени Δt , в течении которого ток в катушке изменяется от минимального до максимального значения. Амплитудное значение силы тока $I_0=10$ А.

25.19 Две катушки расположены на небольшом расстоянии одна от другой. Когда сила тока в одной катушке изменяется с быстротой $\frac{\Delta I}{\Delta t}=5$ А/с, во второй катушке возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_i=0,1$ В. Определить коэффициент взаимной индукции L_{12} катушек.

25.20 В середине длинного соленоида находится коаксиальное ему кольцо. Радиус соленоида $r_1=0,1\text{м}$, радиус кольца $r_2=0,05\text{м}$, электрическое сопротивление кольца $R=25\text{ мОм}$. Найти силу индукционного тока в кольце, если индукция магнитного поля в соленоиде начинает меняться по закону $B=3,18t\text{ мТл}$. Индуктивностью кольца можно пренебречь.

25.21 Обмотка соленоида состоит из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода диаметром $d=0.2\text{ мм}$. Диаметр D соленоида равен 5 см . По соленоиду течет ток $I_0=1\text{А}$. Определить заряд, протекающий через обмотку, если её концы замкнуть накоротко.

Пример решения задачи 25 (вариант 21)

Обмотка соленоида состоит из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода диаметром $d=0.2\text{ мм}$. Диаметр D соленоида равен 5 см . По соленоиду течет ток $I_0=1\text{А}$. Определить заряд, протекающий через обмотку, если её концы замкнуть накоротко.

Дано:

$$D=0,05\text{ м};$$

$$d=2\cdot 10^{-4}\text{ м};$$

$$I_0=1\text{ А};$$

$$\rho=17\cdot 10^{-9}\text{ Ом}\cdot\text{м}$$

$$Q=?$$

Решение:

Сила тока в проводнике $I=\frac{dQ}{dt}$, откуда заряд, протекающий за время dt при силе тока I , определим по формуле $dQ=Idt$. При замкнутой обмотке $I=\frac{\mathcal{E}_i}{R}$. С учетом закона электромагнитной индукции найдем заряд $dQ=\frac{\mathcal{E}_i}{R} dt=-\frac{N}{R} \frac{d\Phi}{dt} dt = -\frac{N}{R} d\Phi$.

Интегрируя последнее выражение, получим $Q=-\frac{\Delta\Psi}{R}$. Здесь $\Delta\Psi=\Psi_2-\Psi_1$ -изменение потокосцепления соленоида $\Psi=N\Phi$ при изменении силы тока от I_0 до 0 . Потокосцепление соленоида (полный магнитный поток) находится по формуле $\Psi=LI$, где L -индуктивность соленоида. Следовательно, $\Psi_1=LI_0$, а $\Psi_2=0$.

Тогда

$$Q=\frac{(\Psi_1-\Psi_2)}{R}=\frac{LI_0}{R}.$$

Индуктивность соленоида

$$L=\mu_0 \frac{N^2}{l_1} S_1 = \frac{\mu_0 \pi D^2 N^2}{4l_1},$$

сопротивление обмотки соленоида

$$R=\rho \frac{l}{S}=\frac{4\rho l}{\pi d^2},$$

где $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\text{ Гн/м}$ - магнитная постоянная, N -число витков соленоида, l_1 -длина соленоида, S_1 -площадь сечения соленоида,

ρ -удельное сопротивление обмотки, l -длина провода, S -площадь сечения провода.

Подставим L и R в формулу для заряда Q и получим

$$Q=\frac{LI_0}{R}=\frac{\mu_0 \pi D^2 N^2}{4\cdot 4l_1 \rho l} \pi d^2 I_0.$$

Заметим, что длина провода

$$l=\pi DN,$$

а длина соленоида

$$l_1 = Nd.$$

Окончательно получим

$$Q=\frac{\mu_0 \pi D d^2 N}{16\rho l_1} I_0=\frac{\mu_0 \pi D d}{16\rho} I_0=363\text{ мкКл}$$