

Задача 33. Законы теплового излучения.

33.1 Муфельная печь потребляет мощность $P = 1$ кВт. Температура ее внутренней поверхности при открытом отверстии площадью $S = 25$ см² $T = 1,2$ кК. Считая, что отверстие печи излучает как черное тело, определить, какая часть η мощности рассеивается стенками.

33.2 Определить относительное увеличение $\Delta M_e / M_e$ энергетической светимости черного тела при увеличении его температуры на 1%.

33.3 Вольфрамовая нить нагревается в вакууме током силой $I = 1$ А до температуры $T_1 = 1000$ К. При какой силе тока нить накаляется до температуры $T_2 = 3000$ К? Коэффициенты теплового излучения (степени черноты) вольфрама и его удельные сопротивления, соответствующие температурам T_1 , T_2 равны $a_{T1} = 0,115$, $a_{T2} = 0,334$, $\rho_1 = 25,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $\rho_2 = 96,2 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

33.4 Масса Солнца $M = 2 \cdot 10^{33}$ г, его радиус $r_c = 7 \cdot 10^{10}$ см и температура поверхности $T = 5700$ К. Подсчитать, пользуясь законом Стефана-Больцмана, какую массу теряет Солнце на излучение за одну секунду. За какое время масса Солнца M уменьшилась на 1%.

33.5 Определить установившуюся температуру тонкой пластинки, расположенной вблизи Земли за пределами ее атмосферы перпендикулярно лучам Солнца. Считать температуру пластинки одинаковой во всех ее точках. Считать пластинку абсолютно черным телом.

33.6 Определить энергетическую светимость абсолютно черного тела, приходящуюся на узкий спектральный интервал длин волн $\Delta\lambda = 10$ Å вблизи максимума спектральной плотности энергетической светимости при температуре $T = 3000$ К.

33.7 Медный шарик диаметром $d = 1,2$ см поместили в откаченный сосуд, температура стенок которого поддерживается близкой к абсолютному нулю. Начальная температура шарика $T_0 = 300$ К. Считая поверхность шарика абсолютно черной, найти, через сколько времени его температура уменьшится в $n = 2,0$ раза. Для меди плотность $\rho = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость $c_{уд} = 395$ Дж/(кг·К).

33.8 Определить установившуюся температуру T зачерненной металлической пластинки, расположенной перпендикулярно солнечным лучам вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца. Солнечная постоянная $E_e = 1,4$ кДж/(м²·с).

33.8 Медный шар диаметром $d = 10$ см с абсолютно черной поверхностью остывает, находясь в термостате, абсолютно черные стенки которого поддерживаются при температуре, близкой к абсолютному нулю. Определить, до какой температуры остынет шар через промежуток времени $\tau = 5$ ч, если его первоначальная температура $T_0 = 300$ К. Теплоемкость меди $c_{уд} = 0,38$ Дж/(г·К), плотность $\rho = 8,93$ г/см³.

33.10 Мощность излучения шара радиусом $R = 10$ см при некоторой постоянной температуре $P = 1$ кВт. Найти температуру T , считая шар серым телом с коэффициентом теплового излучения $a_T = 0,25$.

33.11 Определить установившуюся температуру тонкой пластинки, расположенной вблизи Земли за пределами ее атмосферы перпендикулярно лучам Солнца. Считать температуру пластинки одинаковой во всех ее точках. Считать пластинку серым телом.

33.12 Температура верхних слоев Солнца $T = 5,3$ кК. Считая Солнце абсолютно черным телом, определить длину волны λ_m , которой соответствует максимальная спектральная плотность энергетической светимости $(M_{\lambda T \max})$ Солнца.

33.13 Определить температуру T черного тела, при которой максимум спектральной плотности светимости $(M_{\lambda T \max})$ приходится на красную границу видимого спектра ($\lambda_1 = 760$ нм), на фиолетовую ($\lambda_2 = 380$ нм).

33.14 Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности энергетической светимости $(M_{\lambda T \max})$ сместился с $\lambda_m = 2,4$ мкм на $\lambda_m = 0,8$ мкм. Как и во сколько раз изменится спектральная плотность энергетической светимости?

33.15 При увеличении термодинамической температуры T абсолютно черного тела в два раза длина волны λ_m , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости $(M_{\lambda T \max})$ уменьшилась на $\Delta\lambda_m = 400$ нм. Определить начальную и конечную температуры T_1 и T_2 .

33.16 Максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела $(M_{\lambda T \max}) = 4,16 \cdot 10^{11} \text{ (Вт/м}^2\text{)}/\text{м}$. На какую длину волны λ_m она приходится?

33.17 Определить максимальную спектральную плотность энергетической светимости $(M_{\lambda T \max})$ для длины волны $\lambda = 600$ нм.

33.18 Начальная температура абсолютно черного тела $T = 2000$ К. На сколько изменилась температура тела, если длина волны, соответствующая максимуму спектре излучения, увеличилась на $\Delta\lambda = 260$ нм?

33.19 Во сколько раз надо увеличить мощность излучения абсолютно черного тела для того, чтобы максимум спектральной энергетической светимости сместился от красной границы видимого спектра к его фиолетовой границе?

33.20 С поверхности сажи площадью $S = 2 \text{ см}^2$ при температуре $T = 400$ К за время 5 мин излучается энергия $W = 83$ Дж. Определить коэффициент теплового излучения a_T сажи.

Пример решения задачи 33

33.21 В спектре Солнца максимум спектральной плотности энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda_m = 0,5$ мкм, радиус Солнца $r_c = 6,95 \cdot 10^8$ м. Приняв, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, найти солнечную постоянную E_e . Солнечной постоянной называется величина, равная поверхностной плотности потока энергии излучения Солнца вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца, $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ м.

Решение:

Температуру поверхности Солнца определим с помощью закона смещения Вина

$$T = b / \lambda_{MAX}$$

Произведем вычисления
$$T = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 5800 K$$

Значение Солнечной постоянной E_e найдем, разделив поток энергии Солнца Φ на площадь поверхности сферы, радиус которой равен среднему расстоянию от Земли до Солнца $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ м

$$E_e = \frac{\Phi}{4\pi r^2}$$

Поток энергии Солнца равен произведению энергетической светимости Солнца R_e на площадь излучающей поверхности Солнца. Энергетическую светимость Солнца R_e найдем по закону Стефана-Больцмана, принимая Солнце за абсолютно черное тело. Таким образом, поток энергии Солнца равен $\Phi = R_e S_c = \sigma T^4 \cdot 4\pi r_c^2$

Тогда Солнечная постоянная

$$E_e = \frac{4\pi r_c^2}{4\pi r^2} \sigma T^4 = \frac{(6,95 \cdot 10^8)^2}{(1,5 \cdot 10^{11})^2} \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 = 1400 Bm / m^2$$

Задача 33.1. Равновесное тепловое излучение

Вакуумированный контейнер имеет небольшое окно, изготовленное из прозрачного материала. Объем контейнера V , температура его стенок T и площадь его окна S заданы в таблице 33.

1. Определить среднее число фотонов $\langle n \rangle$, приходящееся на моду электромагнитного излучения в контейнере с частотой ω_1 , соответствующей длине волны λ_1 (см. табл. 33)

2. Число мод $N(\omega)$ электромагнитного поля в диапазоне длин волн от λ_1 до λ_2

3. Найти число фотонов N_0 с длинами волн от λ_1 до λ_2 , вылетающих каждую секунду через окно контейнера.

4. Мощность теплового излучения из окна контейнера.

Таблица 33

Вар.	$V, \text{л}$	$S, \text{см}^2$	$T, \text{К}$	$\lambda_1, \text{нм}$	$\lambda_2, \text{нм}$
1	1	0,09	1100	3000	3010
2	1000	1	3000	900	901
3	100	0,85	300	9660	9670
4	500	1,2	2500	1100	1110
5	2	0,15	1000	2900	2910
6	700	1,1	273	10000	10010
7	3	0,17	1500	2000	2010
8	0,5	0,1	4000	600	601
9	7	0,2	500	6000	6010
10	150	0,9	750	4000	4010
11	20	0,3	370	7900	7910
12	0,2	0,11	1800	1700	1710
13	25	0,4	400	7300	7310
14	0,6	0,12	2200	1300	1310
15	50	0,35	330	9000	9010
16	0,8	0,13	600	4900	4910
17	200	0,8	800	3600	3610
18	12	0,45	1400	2000	2010
19	70	0,7	3100	940	941
20	24	0,25	1600	1800	1810
21	0,7	0,14	3300	880	881
22	6	0,5	1900	1500	1510
23	36	1,1	2900	1000	1010
24	17	0,6	350	8300	8310
25	400	1,3	3400	850	851

Задача 34 Фотоэффект

На поверхность металла падает электромагнитное излучение, под действием которого происходит фотоэффект. Энергия падающих фотонов - ε , частота - ν , длина волны- λ . Красная граница фотоэффекта - λ_0 , работа выхода электронов из металла – A , U_3 – задерживающее напряжение. Скорость вылетающих фотоэлектронов – v_{\max} , их максимальная кинетическая энергия - T_{\max} .

Сформулируйте и решите задачу, используя данные таблицы 34.

Таблица 34

вар	материал катода	работа выхода A ,эВ	λ ,нм	λ_0 , мкм	T_{\max} , эВ	U_3 ,В	v_{\max} , м/с	ν , с ⁻¹	ε , эВ	найти
1	металл	?	400	0.6	-	-	?	-	-	-
2	металл	-	-	0.6	-	4	?	?	-	-
3	металл	?	-	0.4	2	-	-	-	-	$A/h\nu$
4	калий	2,29	-	-	?	?	-	-	8,3	-
5	металл	-	-	0.31	?	-	?	$1,5 \cdot 10^{15}$	-	-
6	литий	2,93	200	?	-	?	-	-	-	-
7	платина	5,12	-	?	-	-	$3 \cdot 10^6$	-	?	-
8	металл	?	-	-	-	0.96	?	$1,2 \cdot 10^{15}$	-	-
9	марганец	4,1	100	-	-	?	-	-	-	$T/h\nu$
10	металл	-	0,01	-	-	-	?	-	?	-
11	металл	?	-	-	?	0.95	-	-	2,95	-
12	цинк	3,63	200	?	-	?	-	-	-	-
13	металл	-	0,008	-	-	-	?	-	?	-
14	серебро	4,62	0,001	-	?	-	?	-	-	-
15	металл	-	?	-	?	-	10^8	-	-	-
16	натрий	-	-	-	?	-	-	$2 \cdot 10^{15}$	-	$T/h\nu$
17	металл	?	-	-	1,2	?	-	-	2,58	-
18	никель	5	-	?	-	-	$2.8 \cdot 10^6$?	-	-
19	металл	-	-	?	-	1.14	-	-	5,64	-
20	металл	?	-	0.307	1	-	-	-	-	$A/h\nu$
21	металл	-	0,003	-	-	-	?	-	-	-

Пример решения задачи 34 (вариант 21,таблица 34)

Определить максимальную скорость электронов, вылетающих с поверхности металла под действием γ – излучения с длиной волны $\lambda = 3\text{пм}$.

Дано:

$$\lambda = 3 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

v_{\max} -?

Решение:

Максимальную скорость фотоэлектронов можно найти по их кинетической энергии T . Для вычисления кинетической энергии следует определить: классической или релятивистской частицей является электрон в условиях данной задачи. Электрон можно считать классическим, если его кинетическая энергия

$$T \ll E_0, \quad (1)$$

где $E_0 = m_0 c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$ -энергия покоя электрона.

При фотоэффекте в кинетическую энергию превращается лишь часть энергии фотона ε . Поэтому неравенство $T \ll E_0$ будет заведомо выполняться при условии

$$\varepsilon \ll E_0 \quad \text{или} \quad \frac{hc}{\lambda} \ll m_0 c^2.$$

Последнее неравенство можно записать так:

$$\lambda \gg \lambda_c, \quad (2)$$

где $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$ - комптоновская длина волны электрона. Значению $\lambda_c = 2,42$ пм соответствует

"жесткое" рентгеновское, а также γ -излучение. Если неравенства (1) или (2) не выполняются, значит электрон релятивистский, а его скорость v_{\max} сравнима по порядку величины со скоростью света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

В нашем случае длина волны падающего излучения сравнима с λ_c . Поэтому для нахождения скорости электрона следует взять релятивистскую формулу кинетической энергии

$$T = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \quad (3)$$

Выполнив преобразования, найдем из (3)

$$\beta = \frac{\sqrt{(2E_0 + T)}}{E_0 + T} \quad (4)$$

Кинетическую энергию электрона T найдем из уравнения Эйнштейна $\varepsilon = A + T$, где работа выхода A для любого металла составляет лишь несколько эВ.

Поэтому для релятивистского электрона можно считать $T = \varepsilon$.

Рассчитаем энергию падающего излучения :

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,41 \text{ МэВ}$$

Подставим значение величины $T = 0,41$ МэВ и $E_0 = 0,51$ МэВ в (4) и получим

$$\beta = 0,76.$$

Следовательно, максимальная скорость фотоэлектронов, вырываемых γ -излучением с поверхности металла $v_{\max} = \beta c = 2,88 \cdot 10^8$ м/с.

Примечание:

Для классического электрона кинетическую энергию следует находить по формуле

$T = \frac{mv_{\max}^2}{2}$. Работа выхода A с поверхности указанного металла приводится в справочных таблицах.

Задача 35. Эффект Комптона

Фотон с энергией ε_1 и длиной волны λ_1 рассеивается на свободном электроне под углом θ . После столкновения энергия рассеянного фотона уменьшается до ε_2 , длина волны увеличивается до λ_2 . Электрон (электрон отдачи) после упругого столкновения приобретает скорость v , импульс p и кинетическую энергию T . Электрон отдачи движется под углом φ к направлению движения первичного фотона. По данным таблицы 35 сформулируйте условие задачи и решите её, выполнив чертёж.

Таблица 34

вар.	θ^0	λ_1 , пм	λ_2 , пм	$\Delta\lambda$, пм	ε_1 , кэВ	ε_2 , кэВ	T , кэВ	v , м/с	φ^0	$p \cdot 10^{-21}$, кг·м/с
1	?	-	?	$0,2\lambda_1$	600	-	?	-	-	-
2	60	?	-	-	?	?	-	-	45	-
3	?	-	-	0,79	-	400	-	-	?	?
4	-	-	-	1,215	-	335	?	-	?	?
5	150	?	-	-	1022	?	-	-	-	?
6	180	-	?	-	10	?	-	?	-	-
7	?	-	20	3,62	-	-	-	?	-	?
8	?	-	?	?	420	-	-	0,4с	-	-
9	120	-	-	-	511	?	?	-	-	?
10	180	?	-	?	-	-	?	0,3с	-	-
11	90	?	-	-	?	$0,5\varepsilon_1$	-	-	?	-
12	90	?	-	-	?	200	-	-	?	-
13	?	-	?	4,86	-	-	$0,3\varepsilon_1$	-	?	-
14	45	?	-	-	?	?	-	0,6с	45	-
15	60	-	25,4	-	?	-	-	?	-	?
16	?	-	$1,2\lambda_1$	-	-	?	100	?	-	-
17	90	72	-	-	-	?	?	?	-	-
18	180	-	-	?	255	-	?	-	?	-
19	-	70,8	75,34	-	-	-	?	-	?	?
20	?	-	?	1,21	-	-	?	-	40	0,23
21	?	?	?	?	1533	?	255	?	?	?