

Задача 36. Атом водорода в теории Бора

Ударами электронов осуществлено возбуждение атомов водорода, после чего проводится анализ спектра излучения водорода. Количество линий в спектре зависит от степени возбуждения атомов.

Определите: 1)какой наименьшей скоростью должны обладать электроны, чтобы осуществить данное возбуждение; 2)радиус возбуждённой орбиты; 3)показать на энергетической диаграмме переходы, соответствующие возникшим спектральным линиям, и рассчитать одну из характеристик (λ , ν или $h\nu$) спектральной линии, указанной в задаче. Сформулируйте и решите задачу, используя данные таблицы 36.

Таблица 36

Вар.	Характеристика возбуждения атома водорода	Спектральная линия, характеристику которой надо рассчитать	Определяемая характеристика спектральной линии		
			Длина волны λ	Частота ν	Энергия фотона $h\nu$
1	Перевод электрона на 2-ой энергетический уровень	?	?	-	-
2	Перевод электрона на 3-ий энергетический уровень	Принадлежит серии Бальмера	-	-	?
3	Перевод электрона на 3-ий энергетический уровень	Наименьшей длины волны на серии Лаймана	-	?	-
4	Перевод электрона на 3-ий энергетический уровень	Наименьшей частоты из серии Лаймана	?	-	-
5	Перевод электрона на 4-ый энергетический уровень	Принадлежащей серии Пашена	-	?	-
6	Перевод электрона на 4-ый энергетический уровень	Наибольшей длины волны из серии Бальмера	-	?	-
7	Перевод электрона на 4-ый энергетический уровень	Третья линия серии Лаймана	?	-	-
8	Перевод электрона на 4-ый энергетический уровень	Наименьшей частоты из серии Лаймана	-	-	?
9	Перевод электрона на 4-ый энергетический уровень	Вторая линия серии Лаймана	-	?	-
10	Перевод электрона на 4-ый энергетический уровень	Линия наибольшей частоты из серии Лаймана	?	-	-
11	Перевод электрона на 4-ый энергетический уровень	Линия наибольшей частоты из серии Лаймана	-	-	?

Вар.	Характеристика возбуждения атома водорода	Спектральная линия, характеристику которой надо рассчитать	Определяемая характеристика спектральной линии		
			Длина волны λ	Частота ν	Энергия фотона $h\nu$
12	Ионизация	Граница серии Бальмера	?	-	-
13	Ионизация	Граница серии Пашена	-	?	-
14	Ионизация	Первая линия серии Пашена	-	-	?
15	Ионизация	Граница серии Лаймана	?	-	-
16	Ионизация	Первая линия серии Лаймана	?	-	-
17	Ионизация	Вторая линия серии Лаймана	-	-	?
18	Ионизация	Самая коротковолновая из серии Бальмера	-	?	-
19	Ионизация	Наибольшей длины волны из серии Лаймана	-	?	-
20	Ионизация	Вторая линия серии Пашена	-	-	?
21	Перевод электрона на 4-ый энергетический уровень	Наименьшей частоты из серии Бальмера	?	-	-

Пример решения задачи 36 (вариант 21, таблица 36)

Ударами электронов осуществлён перевод электрона атома водорода на 4-ый энергетический уровень. Определить:

1. какой наименьшей скоростью должны обладать налетающие электроны, чтобы осуществить данное возбуждение;
2. радиус возбужденной орбиты;
3. показать на энергетической диаграмме переходы, соответствующие возникающим спектральным линиям;
4. рассчитать длину волны спектральной линии наименьшей частоты из серии Бальмера.

Решение:

Построим схему энергетических уровней атома водорода (рис.36), используя записанную в электрон-вольтах формулу полной энергии электрона в атоме

$$E_n = -\frac{hcR}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (эВ)}, \quad (1)$$

где n-номер энергетического уровня, $h=6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с -постоянная Планка, $R=1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ - постоянная Ридберга, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с -скорость света, $1\text{эВ}=1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

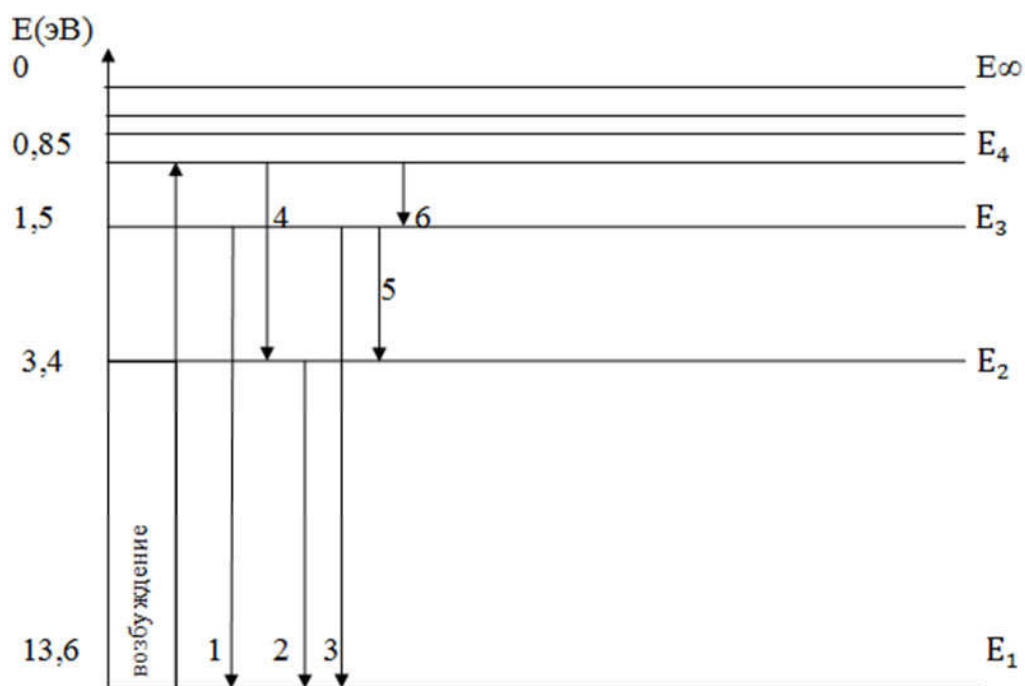


Рисунок 36

Состояние с наименьшей энергией E_1 называется основным. При сообщении энергии атому его электрон переходит на более высокие уровни с $n > 1$. Получив достаточную энергию, электрон может покинуть атом. Переход $E_1 \rightarrow E_\infty$ соответствует ионизации атома.

В данной задаче задано третье возбуждение $E_1 \rightarrow E_4$, которое изображено вертикальной стрелкой, направленной вверх от уровня E_1 до уровня E_4 . Возвращение атома в основное состояние осуществляется различными вариантами перехода электрона на более низкие уровни. Возможные переходы изображены стрелками, направленными вниз (рис.36). Из шести возникших линий 1, 2, 3- линии принадлежат серии Лаймана; 4,5- серии Бальмера, а 6- серии Пашена. Наименьшую частоту в серии Бальмера будет иметь фотон, излучаемый при переходе электрона $E_3 \rightarrow E_2$. Длину волны этого фотона определим из серийной формулы Ридберга:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (2)$$

где n_1, n_2 -номера уровней, между которыми осуществляется переход. Подставим $n_1 = 2, n_2 = 3$ в формулу (2) и рассчитаем

$$\lambda = \frac{n_1^2 n_2^2}{R(n_2^2 - n_1^2)} = 6,57 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

Ответ на 1-ый вопрос задачи найдём по закону сохранения энергии, согласно которому кинетическая энергия $\frac{mv^2}{2}$ электронов в пучке должна быть достаточной для возбуждения атома. Указанное в условии третье возбуждение возможно, если электрон получит энергию равную разности энергий ($E_4 - E_1$).

Таким образом, $\frac{mv^2}{2} = E_4 - E_1$ и согласно (1): $\frac{mv^2}{2} = -hcR \left(\frac{1}{16} - 1 \right)$

Выразим скорость электрона v и рассчитаем: $v = \sqrt{\frac{2hcR}{m} \left(1 - \frac{1}{16} \right)} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ м/с}$

Радиус n -ой орбиты электрона в атоме водорода по теории Бора

$$r_n = r_1 n^2, \quad (3)$$

где n - номер орбиты, $r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ - радиус 1-ой орбиты.

Согласно (3) радиус 4-ой орбиты $r_4 = 16r_1 = 8,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.