Лабораторная работа №4.2

«Динамические и частотные характеристики САУ»

Цель работы: Ознакомление с динамическими и частотными характеристиками систем автоматического управления (САУ) и получение навыков исследования линейных динамических моделей.

**Постановка задачи**

В качестве объекта исследования выступают линейные (линеаризованные) динамические стационарные системы управления с одним входом и одним выходом. При этом модель одномерной САУ задана в виде комплексной передаточной функции, записанной как отношение полиномов

.

Необходимо:

1. Определить полюса и нули передаточной функции

. 

2. Записать дифференциальное уравнение, определяющее функционирование САУ.

3. Построить графики переходной и импульсно-переходной функции:

*h*(*t*), *w*(*t*).

4. Построить логарифмические частотные характеристики

*L* (ω).

5. Построить частотный годограф Найквиста

*W*(*i*ω), ω = [0, ∞].

6. Представить исходную систему в виде последовательного соединения типовых звеньев. Построить характеристики этих типовых звеньев.

Краткие сведения из теории

Рассмотрим систему автоматического управления (САУ), описываемую линейным (линеаризованным) дифференциальным уравнением вида:

 (1.1)

где *u*(*t*) – входной процесс, *y*(*t*) – выходной процесс, *ai*, *bj*, (– постоянные коэффициенты, *n*, *m* (*n* ≥ *m*) – постоянные числа. В операторной форме выражение (1.1) может быть записано –



Здесь D – оператор дифференцирования . Отсюда преобразование «вход-выход» системы –

, (1.2)

где *W*(*D*) называется операторной передаточной функции.

Один из способов моделирования систем заключается в представлении преобразования «вход-выход» в виде комплексной передаточной функции:

, (1.3)

которая получается путем применения преобразования Лапласа к (1.2) при начальных нулевых условиях. Здесь *s*-комплексная переменная. Связь между операторной (1.2) и комплексной (1.3) передаточными функциями можно записать в виде



Комплексные числа, являющиеся корнями многочлена *В*(*s*), называются нулями передаточной функции, а корни многочлена *A*(s) – полюсами.

Явный вид связи входа и выхода определяется выражением:

, (1.4)

где *w*(*t*) – оригинал (т.е. полученный с помощью обратного преобразования Лапласа) комплексной передаточной функции *W*(*s*).

Динамические свойства систем характеризуют реакции на входные воздействия специального вида. В частности анализ выхода системы на единичный скачок и δ-функцию (дельта-функцию).

Пусть *u*(*t*) = 1(*t*), то есть на вход системы подается функция Хевисайда (единичный скачок), определяемая



График функции Хевисайда приведен на рис. 1.1. Реакция САУ на единичный скачек называется переходной функцией системы и обозначается *h*(*t*).



*Рис. 1.1. Функция Хевисайда. Рис. 1.2. Функция Дирака.*

Если *u*(*t*) = δ(*t*), то есть на вход системы поступает функция Дирака (δ-функция, импульсная функция, рис. 1.2) определяемая



то реакция САУ называется импульсной переходной функцией системы и обозначается *w*(*t*). Таким образом оригинал комплексной передаточной функции можно измерить как реакцию систему на импульс.

Импульсная и переходная функции системы связаны соотношением (из (1.4)):

.

Благодаря широкому применению при исследовании устойчивости динамических систем и проектировании регуляторов получили распространение частотные характеристики.

Пусть на вход системы с передаточной функцией *W*(*s*) подается гармонический сигнал

. (1.5)

В этих условиях справедлива следующая теорема:

Если звено является устойчивым, то установившаяся реакция *y*(*t*) на гармоническое воздействие является функцией той же частоты с амплитудой

,

и относительным сдвигом по фазе

.

Таким образом, выход определяется гармонической функцией

,

где *i* – комплексная единица – частотная характеристика.

Частотной характеристикой *W*(*i*ω) стационарной динамической системы называется преобразование Фурье переходной функции:

,

где *w*(*t* – τ) – импульсная переходная функция.

Связь между комплексной передаточной функцией и частотной характеристикой, исходя из свойств преобразований Фурье можно представить в виде соотношения:

.

При фиксированном значении ω частотная характеристика является комплексным числом, и, следовательно, может быть представлена в виде

.

Здесь

– амплитудно-частотная характеристика (АЧХ);

– фазово-частотная характеристика (ФЧХ);

– вещественная частотная характеристика (ВЧХ);

– мнимая частотная характеристика (МЧХ).

Геометрическое место точек *W*(*i*ω) на комплексной плоскости при изменении ω от ω0 до от ω1 (обычно ω0 = 0, ω1 = ∞), называется амплитудно-фазовой характеристикой (АФХ) или частотным годографом Найквиста.

Имеет широкое практическое значение диаграмма Боде (логарифмическая амплитудная характеристика, ЛАХ), которая определяется как *L* = 20 lg A(ω), измеряется в децибелах и строится как функция от lg ω.

Последовательность выполнения работы

Для выполнения лабораторной работы используется пакет прикладных программ (ППП) Control System Toolbox. ППП предназначен для работы с LTI-моделями (Linear Time Invariant Models) систем управления.

В Control System Toolbox имеется тип данных, определяющих динамическую систему в виде комплексной передаточной функции. Синтаксис команды, создающий LTI-систему c одним входом и одним выходом в виде передаточной функции:

TF([bm, …, b1, b0], [an, …, a1, a0])

*bm*, …, *b1* – значения коэффициентов полинома *В* в (1.3),

*an*, …, *a1* – значения коэффициентов полинома *A* в (1.3).

Для выполнения работы могут применяться команды, приведенные в таблице 1.1.

*Таблица 1.1. Некоторые команды*

|  |  |
| --- | --- |
| *Control System Toolbox* Синтаксис | Описание |
| pole(<LTI-объект>) | Вычисление полюсов передаточной функции |
| zero(<LTI-объект>) | Вычисление нулей передаточной функции |
| step(<LTI-объект>) | Построение графика переходного процесса |
| impulse(<LTI-объект>) | Построение графика импульсной переходной функции |
| bode(<LTI-объект>) | Построение логарифмических частотных характеристик (диаграммы Боде) |
| nyquist(<LTI-объект>) | Построение частотного годографа Найквиста |

Для определения корней полиномов степени *k*, может, также, применятся команда MATLAB

roots(P),

которая, в качестве аргумента P, получает матрицу коэффициентов полинома [*pk*, …, *p*0].

Другим вариантом получения графиков динамических характеристик САУ является использование графического интерфейса ППП CST – LTI viewer, вызов которого осуществляется командой ltiview которой, в качестве параметра, можно указать имя переменной, содержащей LTI-объект.

Таким образом, выполнение лабораторной работы состоит из следующих шагов:

1. Изучить теоретические сведения.

2. Запустить систему MATLAB.

3. Создать tf-объект, в соответствии с заданным вариантом.

4. Составить дифференциальное уравнение, определяющее функционирование САУ.

5. Определить полюса передаточной функции  с использованием команды roots или pole.

6. Определить нули передаточной функции  с использованием команды roots или zero.

7. Используя LTI-viewer, или соответствующие команды (табл.1) получить динамические характеристики – переходную функцию *h*(*t*), импульсно-переходную функцию *w*(*t*) и частотные характеристики – диаграмму Боде, частотный годограф Найквиста.

8. Получить представление исходной функции в виде произведения типовых звеньев.

9. Ответить на контрольные вопросы.

10. Оформить отчет.

11. Сдать отчет преподавателю и защитить работу.

Отчет оформляется в соответствии с требованиями, предъявляемыми к оформлению лабораторных работ в вузе, и должен содержать титульный лист, формулировку цели работы, постановку задачи в соответствии с вариантом задания, результаты работы, выводы.

Примечание: Варианты заданий, состоят из двух цифр: первая - номер передаточной функции, вторая – номер набора значений коэффициентов.

Методический пример

Задана передаточная функция САУ

.

Найдем ее динамические и частотные характеристики. Будем работать в командном режиме среды MATLAB.

1. Создадим LTI-объект с именем w, для этого выполним:

>>w=tf([1 2],[3 4 5 3])

Transfer function:

s + 2

-----------------------

3 s^3 + 4 s^2 + 5 s + 3

2. Найдем полюса и нули передаточной функции с использованием команд pole, zero.

>>pole(w)

ans =

-0.2639 + 1.0825i

-0.2639 - 1.0825i

-0.8055

>> zero(w)

ans =

-2

3. Построим переходную функцию командой step(w).

4. Построим импульсную переходную функцию командой impulse(w)

5. Диаграмму Боде получим, используя команду bode(w)

6. Определим частотный годограф Найквиста, выполнив команду nyquist(w)

Pезультаты (рис. 1.3) можно получить, используя команду ltiview(w), с соответствующими настройками в меню «Plot Configuration».



*Рис. 1.7. LTI-viewer.*

Каждая из построенных характеристик полностью и однозначно определяет рассматриваемую систему управления.

Контрольные вопросы

1. Представьте систему в виде последовательного соединения типовых звеньев.

2. Дайте определение и поясните физический смысл переходной функции.

3. Представьте исходную систему в пространстве состояний.

4. Найдите передаточную функцию замкнутой системы.

5. Постройте динамические характеристики типовых звеньев.

6. Определите вид ЛЧХ для пропорционально–интегрально–дифференциального регулятора.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Вид передаточной функции | № | Коэффициенты полиномов | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  | 1 | 0 | 3 | 1 | 2 | 3 | 0 | 1 |
| 2 | 2 | 6 | 4 | 0 | 1 | 5 | 1 |
| 3 | 0 | -3 | 5 | 2 | 0 | 2 | 1 |
| 4 | 4 | 2 | 3 | 4 | 5 | 3 | 1 |
| 5 | 0 | 1 | -2 | -2 | -3 | -2 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  | 1 | 0 | -3 | 2 | 4 | 2 | 3 | 9 |
| 2 | 8 | 0 | -3 | -4 | -6 | -4 | -1 |
| 3 | -4 | 6 | -2 | 5 | 5 | 0 | 1 |
| 4 | 6 | -8 | -7 | 0 | -6 | -3 | -1 |
| 5 | 2 | -1 | -3 | -1 | 0 | -7 | -2 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  | 1 | 0 | 2 | 8 | -3 | 7 | -7 | 1 |
| 2 | -5 | 0 | 3 | -8 | -2 | -1 | -6 |
| 3 | -7 | 1 | 2 | 0 | 5 | 2 | 9 |
| 4 | -6 | 4 | -4 | 1 | 0 | 6 | 3 |
| 5 | 2 | -2 | -1 | 5 | 3 | 0 | 9 |
| 4 |  | 1 | 0 | -5 | 4 | 3 | 7 | 9 | 1 |
| 2 | 7 | -6 | 0 | 5 | 8 | 2 | 2 |
| 3 | -2 | -8 | 2 | 0 | 4 | 3 | 3 |
| 4 | -7 | -1 | 6 | 9 | 0 | 4 | 2 |
| 5 | -3 | 7 | -4 | 4 | 5 | 0 | 1 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  | 1 | 0 | -5 | 4 | 3 | 7 | 9 | 1 |
| 2 | 7 | -6 | 0 | 5 | 8 | 2 | 2 |
| 3 | -2 | -8 | 2 | 0 | 4 | 3 | 3 |
| 4 | -7 | -1 | 6 | 9 | 0 | 4 | 2 |
| 5 | -3 | 7 | -4 | 4 | 5 | 0 | 1 |

Литература:

1) «Matlab для студента» под редакцией А.М.Половко и П.Н.Бутусова Санкт-Петербург 2005 г.

2) «Современные системы управления» под редакцией Р. Дорфа и Р.Бишопа, 2002 г.

3) «Практикум по теории управления в среде Matlab» под редакцией Никульчева Е.В. Москва 2002 г