

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

**Кафедра промышленной электроники (ПрЭ)**

**Б. И. Коновалов**

# **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

**Часть 1**

**Учебное методическое пособие**

**Томск 2016**

Корректор: Е. А. Осипова

**Коновалов Б. И.**

Теоретические основы электротехники : учебное методическое пособие. – Томск : ФДО ТУСУР, 2016. – Ч. 1. – 93 с.

Приводятся содержание лекционного курса, задания на контрольные работы и рекомендации по их выполнению, описания лабораторных работ, примеры решения типовых задач.

Учебное методическое пособие предназначено для студентов всех форм обучения, в том числе с применением дистанционных образовательных технологий.

*В 2019 г. в пособие внесены изменения.*

© Коновалов Б. И., 2016  
© Оформление.  
ФДО ТУСУР, 2016

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1 Введение .....	5
2 Содержание лекционного курса .....	6
2.1 Цепи постоянного тока .....	6
2.2 Цепи однофазного синусоидального тока .....	6
2.3 Трехфазные цепи .....	7
2.4 Периодические несинусоидальные токи.....	7
2.5 Теория четырехполюсника. Фильтры .....	8
3 Контрольная работа № 1 .....	9
4 Контрольная работа № 2 «Расчет разветвленных цепей постоянного и переменного токов» .....	36
4.1 Задание на контрольную работу .....	36
4.2 Методические указания по выполнению контрольной работы .....	38
4.3 Правила оформления отчета по выполнению контрольной работы.....	62
5 Лабораторный практикум.....	63
5.1 Цель практикума .....	63
5.2 Программа моделирования электронных схем ASIMEC .....	63
5.2.1 Назначение и состав системы ASIMEC .....	63
5.2.2 Проведение измерений при временном анализе .....	65
5.2.3 Проведение измерений при частотном анализе .....	67
5.3 Лабораторная работа № 1 «Экспериментальная проверка токораспределения в разветвленных цепях постоянного тока» .....	70
5.4 Лабораторная работа № 2 «Исследование цепей на переменном синусоидальном токе» .....	78
Литература.....	84
Приложение А (справочное) Форма титульного листа по контрольной (лабораторной) работе .....	85

Приложение Б (обязательное) Варианты заданий для контрольной работы № 2 .....	86
Приложение В (обязательное) Варианты заданий для лабораторной работы № 1 .....	89
Приложение Г (обязательное) Варианты заданий для лабораторной работы № 2 .....	92

## 1 ВВЕДЕНИЕ

Вся совокупность знаний об электронике связана с передачей и преобразованием электрической энергии, то есть с протеканием электрического тока. Дисциплина «Теоретические основы электротехники», рассматривающая принципы практического применения электромагнитных явлений, изученных ранее в курсе физики, является, таким образом, для специальностей электронного профиля общетеоретической базовой дисциплиной, без знания которой невозможно освоение специальных профилирующих дисциплин.

Дисциплина «Теоретические основы электротехники» в учебном плане состоит из двух частей. В первой части изучаются установившиеся процессы и методы их расчета в линейных электрических цепях постоянного и переменного тока.

## 2 СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИОННОГО КУРСА

### 2.1 Цепи постоянного тока

Понятие электрической цепи, источники и приемники электрической энергии. Внешняя характеристика источника энергии и вольт-амперная характеристика приемника (нагрузки). Расчетные эквиваленты источников энергии (источники напряжения и источники тока, их взаимозаменяемость).

Закон Ома для цепи, содержащей ЭДС (обобщенный закон Ома). Законы Кирхгофа и их применение для расчета разветвленных цепей. Методы контурных токов и узловых потенциалов, целесообразные области применения каждого из них. Метод двух узлов как следствие метода узловых потенциалов.

Метод наложения. Правила преобразования схем (последовательное и параллельное соединение сопротивлений, преобразование треугольника сопротивлений в звезду, и наоборот). Понятие эквивалентного генератора и метод эквивалентного генератора. Теорема компенсации. Передача энергии в нагрузку (условие передачи в нагрузку максимальной мощности и возможность повышения к.п.д.).

### 2.2 Цепи однофазного синусоидального тока

Переменный ток и его основные характеристики: частота, фаза, амплитуда, эффективное и среднее значения, коэффициент формы.

Изображение синусоидальных функций времени векторами и комплексными числами. Комплексная амплитуда и комплекс действующего значения. Сложение синусоидальных функций одинаковой частоты.

Активные и реактивные элементы, комплексное сопротивление. Закон Ома для цепи синусоидального тока. Символический метод расчета

цепей синусоидального тока. Законы Кирхгофа в символической форме. Треугольник сопротивлений и треугольник проводимостей.

Векторные диаграммы токов и напряжений. Активная, реактивная и полная мощности. Баланс мощностей на переменном токе.

Определение резонансного режима. Резонанс напряжений и резонанс токов. Понятия резонансной частоты, добротности контура, полосы пропускания.

Цепи с взаимной индуктивностью. Определение параметров катушек с взаимной индуктивностью. Особенности расчета цепей с взаимной индуктивностью.

Передача энергии в нагрузку на переменном токе.

### **2.3 Трехфазные цепи**

Понятие трехфазной симметричной системы ЭДС. Прямой и обратный порядок чередования фаз. Основные схемы соединения трехфазных генераторов с нагрузкой (звезда-звезда с нулевым проводом, звезда-звезда без нулевого провода, звезда-треугольник, треугольник-треугольник, треугольник-звезда) и основы расчета этих схем. Соотношения между линейными и фазными токами и напряжениями. Активная, реактивная и полная мощности трехфазной системы.

Получение кругового вращающегося магнитного поля.

### **2.4 Периодические несинусоидальные токи**

Понятие периодических несинусоидальных ЭДС и токов, представление несинусоидальных функций рядом Фурье.

Расчет реактивных сопротивлений для высших гармонических составляющих. Действующие значения несинусоидальных токов и напряжений. Понятие коэффициента амплитуды, коэффициента искажения, коэффициента гармоник.

Резонансные явления при несинусоидальных токах.

Особенности работы трехфазных систем, вызываемые гармониками, кратными трем.

## **2.5 Теория четырехполюсника. Фильтры**

Понятие четырехполюсника, его основные уравнения. Коэффициенты и параметры четырехполюсника, их расчет и экспериментальное определение. Схемы замещения четырехполюсника. Характеристическое сопротивление и режим согласованной нагрузки.

Назначение электрических фильтров. Подразделение фильтров на  $k$ -фильтры и  $m$ -фильтры. Низкочастотные, высокочастотные, полосно-пропускающие и полосно-заграждающие  $k$ -фильтры.

### 3 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Компьютерная контрольная работа № 1 содержит 10 задач по следующим темам:

- расчет эквивалентного сопротивления цепи, состоящей из резисторов;
- расчет цепей постоянного тока с использованием законов Ома и Кирхгофа;
- расчет простейших цепей синусоидального переменного тока;
- векторные диаграммы синусоидальных напряжений и токов;
- активная, реактивная и полная мощности переменного тока;
- периодические несинусоидальные токи и напряжения;
- расчет простейших цепей трехфазного синусоидального тока;
- векторные диаграммы токов и напряжений трехфазных цепей;
- особенности работы трехфазных цепей, вызываемые гармониками, кратными трем;
- резонансные явления.

Примеры решения задач по соответствующим темам представлены в учебном пособии [1] по ходу изложения теоретического материала. Кроме того, ряд характерных примеров, которые помогут подготовке к контрольной работе, рассмотрен ниже.

#### Пример 3.1

Для цепи на рис. 1 найти эквивалентное сопротивление между зажимами  $a$  и  $b$ , если  $R_1 = 30$  Ом,  $R_2 = 6$  Ом,  $R_3 = 5$  Ом,  $R_4 = 15$  Ом,  $R_5 = 8$  Ом.

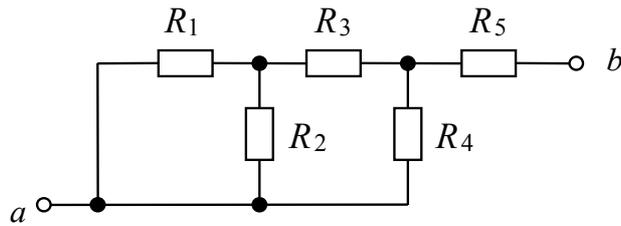


Рис. 1

**Решение**

Резисторы  $R_1$  и  $R_2$  соединены параллельно, последовательно с ними включен резистор  $R_3$ . Для этого участка схемы эквивалентное сопротивление

$$R_{\text{Э1}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{30 \cdot 6}{30 + 6} + 5 = 10 \text{ Ом.}$$

Найденное сопротивление  $R_{\text{Э1}}$  соединено параллельно с  $R_4$ , последовательно с этим соединением включен резистор  $R_5$ . Эквивалентное сопротивление всей цепи относительно зажимов  $a$  и  $b$

$$R_{\text{Э}} = \frac{R_{\text{Э1}} R_4}{R_{\text{Э1}} + R_4} + R_5 = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} + 8 = 14 \text{ Ом.}$$

Ответ: 14 Ом.

**Пример 3.2**

Для цепи на рис. 2 задано:  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 50 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 30 \text{ Ом}$ ;  $E_1 = 10 \text{ В}$ ;  $E_2 = 40 \text{ В}$ . Определить напряжение между точками  $a$  и  $b$ .

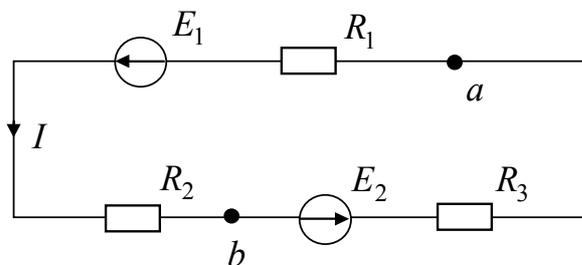


Рис. 2

**Решение**

Ток в цепи

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 + 40}{20 + 50 + 30} = 0,5 \text{ А.}$$

Искомое напряжение определим по обобщенному закону Ома, применив его к участку цепи с элементами  $R_1$ ,  $E_1$ ,  $R_2$ :

$$I = \frac{U_{ab} + E_1}{R_1 + R_2},$$

откуда  $U_{ab} = I(R_1 + R_2) - E_1 = 0,5(20 + 50) - 10 = 25 \text{ В.}$

Ответ: 25 В.

**Пример 3.3**

Параметры элементов схемы на рис. 3 следующие:  $E = 30 \text{ В}$ ;  $R_1 = 18 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = R_6 = 30 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 12,5 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 20 \text{ Ом}$ .

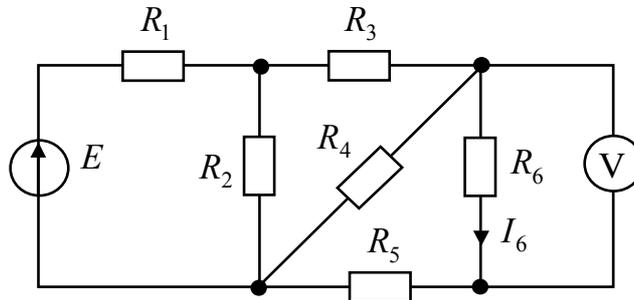


Рис. 3

Определить показание вольтметра.

**Решение**

Преобразуем последовательно схему до простейшей для определения тока источника. Процесс преобразования поясняется схемами на рис. 4.

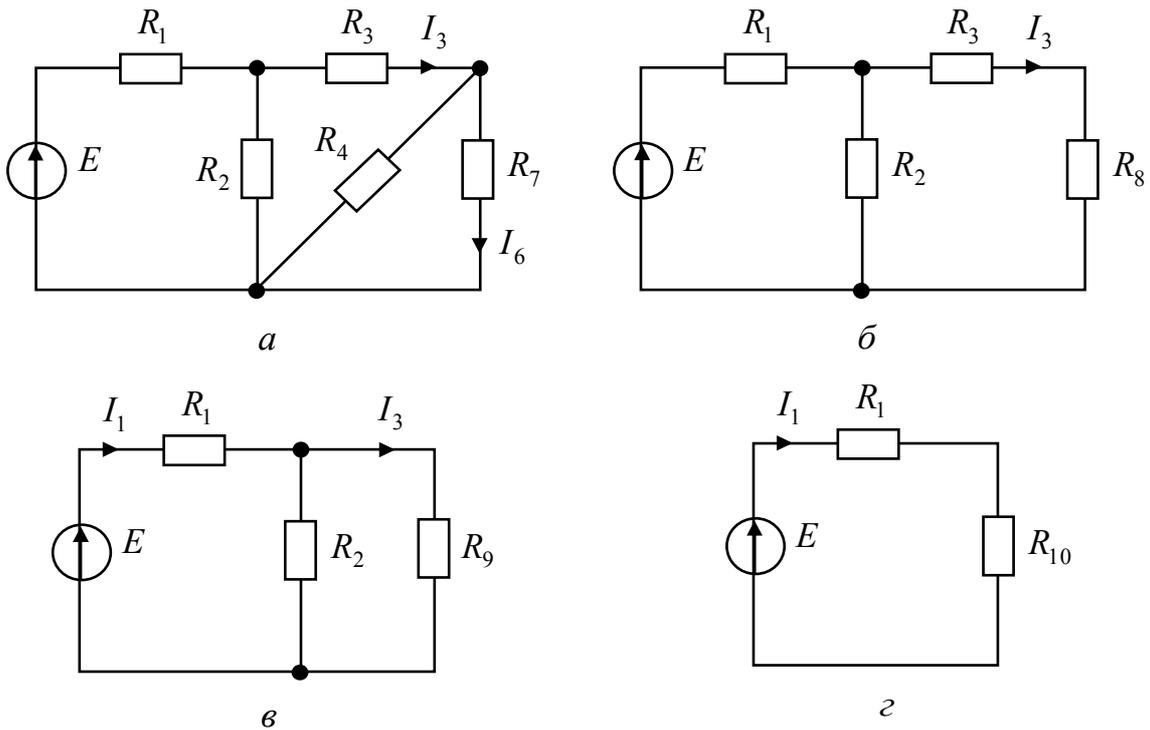


Рис. 4

На рис. 4, а:

$$R_7 = R_5 + R_6 = 20 + 30 = 50 \text{ Ом.}$$

На рис. 4, б:

$$R_8 = \frac{R_4 \cdot R_7}{R_4 + R_7} = \frac{12,5 \cdot 50}{12,5 + 50} = 10 \text{ Ом.}$$

На рис. 4, в:

$$R_9 = R_3 + R_8 = 10 + 10 = 20 \text{ Ом.}$$

На рис. 4, г:

$$R_{10} = \frac{R_2 \cdot R_9}{R_2 + R_9} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 12 \text{ Ом.}$$

Определим далее ток источника и методом пересчёта токи остальных ветвей:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_{10}} = \frac{30}{18 + 12} = 1 \text{ А;}$$

$$I_3 = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_9} = 1 \cdot \frac{30}{30 + 20} = 0,6 \text{ А};$$

$$I_6 = I_3 \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_7} = 0,6 \cdot \frac{12,5}{12,5 + 50} = 0,12 \text{ А}.$$

Напряжение на резисторе  $R_6$  (см. рис. 3), а это и показание вольтметра:

$$U_6 = I_6 \cdot R_6 = 0,12 \cdot 30 = 3,6 \text{ В}.$$

Ответ: 3,6 В.

### Пример 3.4

Амперметр в цепи на рис. 5 показал 2 А.

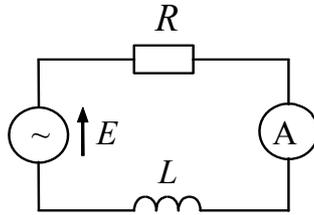


Рис. 5

Определить амплитуду приложенной к цепи синусоидальной ЭДС, если  $R = 20$  Ом,  $L = 0,06$  Гн,  $\omega = 314$  рад/с (ответ округлить до десятых долей).

### Решение

Реактивное сопротивление катушки индуктивности

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,06 = 18,84 \text{ Ом}.$$

Модуль полного сопротивления цепи

$$z = \sqrt{X_L^2 + R^2} = \sqrt{(18,84)^2 + 20^2} = 27,48 \text{ Ом}.$$

Эффективное значение приложенной к цепи ЭДС

$$E = Iz = 2 \cdot 27,48 = 54,96 \text{ В}.$$

Амплитуда приложенной к цепи ЭДС

$$E_m = E\sqrt{2} = 77,73 \text{ В.}$$

Ответ: 77,7 В.

### Пример 3.5

Амперметр в цепи на рис. 6 показал 1 А.

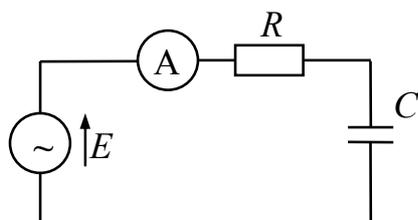


Рис. 6

Определить активную мощность цепи, если  $e = 141 \sin 628t$  В,  $C = 53$  мкФ (ответ округлить до десятых долей).

### Решение

Модуль полного сопротивления цепи можно определить из соотношения

$$z = \sqrt{R^2 + X^2},$$

откуда, возведя в квадрат левую и правую части, получим:

$$R = \sqrt{z^2 - X^2}.$$

С другой стороны,

$$z = \frac{E}{I} = \frac{141}{\sqrt{2} \cdot 1} = 100 \text{ Ом.}$$

Следовательно,

$$R = \sqrt{100^2 - \left( \frac{1}{628 \cdot 53 \cdot 10^{-6}} \right)^2} = 95,38 \text{ Ом.}$$

Активная мощность цепи

$$P = I^2 R = 95,38 \text{ Вт.}$$

Ответ: 95,4 Вт.

### Пример 3.6

При подключении участка цепи на рис. 7 к источнику постоянного тока вольтметр показал 80 В, амперметр показал 2 А.

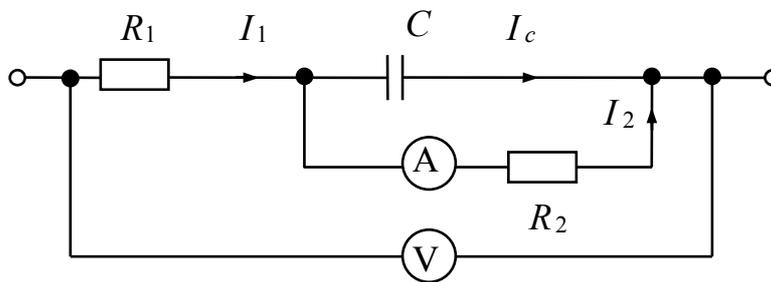


Рис. 7

При подключении к источнику переменного тока частотой 50 Гц показание амперметра не изменилось.

Определить активную мощность резистора  $R_1$  при подключении цепи к указанному источнику переменного тока, если  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ ,  $C = 100 \text{ мкФ}$  (ответ округлить до десятых долей).

### Решение

На постоянном токе конденсатор представляет собой разрыв цепи (его сопротивление равно бесконечности), поэтому  $R_1$  и  $R_2$  включены последовательно, по ним протекает один и тот же ток. Следовательно,

$$R_1 = \frac{U}{I} - R_2 = \frac{80}{2} - 20 = 20 \text{ Ом.}$$

На переменном токе элементы  $C$  и  $R_2$  включены параллельно.

На основании формул (23) из [1] для комплексов токов можно записать:

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{-jX_c}{R_2 - jX_c}; \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \frac{R_2 - jX_c}{-jX_c}.$$

Переходя к модулям, получим:

$$I_1 = I_2 \frac{\sqrt{R_2^2 + X_c^2}}{X_c} = 2 \cdot \frac{\sqrt{20^2 + \left(\frac{1}{314 \cdot 10^{-4}}\right)^2}}{\frac{1}{314 \cdot 10^{-4}}} = 2,36 \text{ А.}$$

Искомая активная мощность

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 111,54 \text{ Вт.}$$

Ответ: 111,5 Вт.

### Пример 3.7

В схеме на рис. 8 показания приборов следующие: ваттметра – 160 Вт, вольтметра – 64 В, амперметра – 4 А.

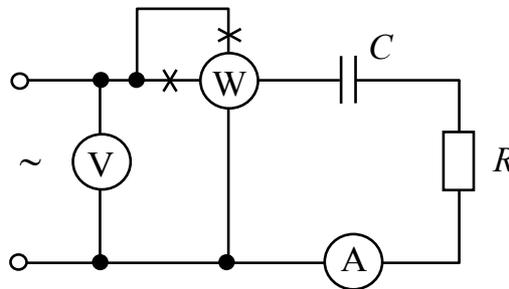


Рис. 8

Определить амплитуду напряжения на конденсаторе. Результат округлить до десятых долей.

### Решение

Комплексное сопротивление цепи

$$Z = z \cdot e^{j\varphi} = z \cdot \cos \varphi - jz \cdot \sin \varphi,$$

где модуль комплексного сопротивления

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{64}{4} = 16 \text{ Ом} \text{ (} U \text{ и } I \text{ – показания вольтметра и амперметра).}$$

Так как показание ваттметра

$$P = UI \cos \varphi,$$

то 
$$\varphi = \arccos \frac{P}{UI} = \arccos \frac{160}{64 \cdot 4} = 51,3^\circ.$$

Реактивное сопротивление конденсатора

$$X_c = z \cdot \sin \varphi = 16 \cdot \sin 51,3^\circ = 12,5 \text{ Ом.}$$

Амплитуда напряжения на конденсаторе

$$U_{Cm} = \sqrt{2} \cdot I \cdot X_c = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot 12,5 = 70,7 \text{ В.}$$

Ответ: 70,7 В.

### Пример 3.8

В схеме на рис. 9 действующие значения токов таковы:  $I_R = 12 \text{ А}$ ;

$$I_L = 3 \text{ А}; I_C = 9 \text{ А.}$$

Определить величину тока источника.

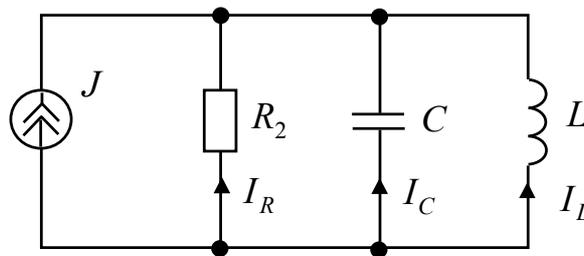


Рис. 9

### Решение

Приняв начальную фазу синусоиды тока резистора за нулевую, построим векторную диаграмму токов. Эта диаграмма приведена на рис. 10 и построена по формуле первого закона Кирхгофа:

$$j = i_R + i_L + i_C.$$

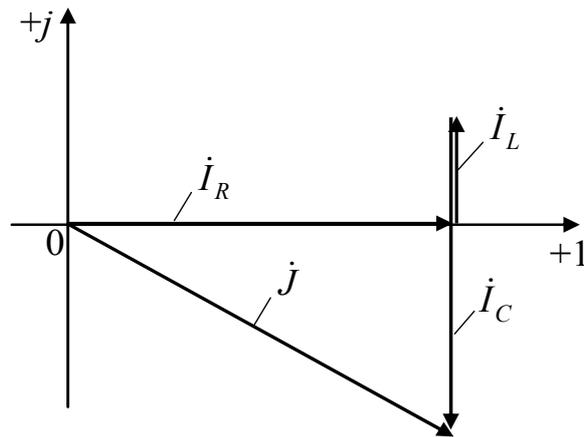


Рис. 10

Величина  $J$  определяется как гипотенуза прямоугольного треугольника:

$$J = \sqrt{(I_R)^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{12^2 + (9 - 3)^2} = 6\sqrt{5} \text{ А.}$$

Ответ:  $6\sqrt{5}$  А.

### Пример 3.9

Напряжение на входе схемы на рис. 11

$$u = 100 + 80 \sin \omega t + 30 \sin 2\omega t + 20 \sin 5\omega t \text{ В.}$$

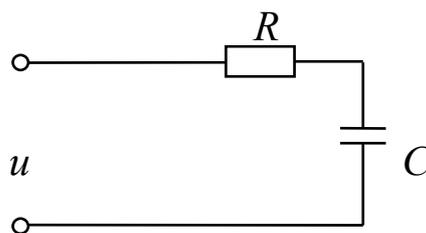


Рис. 11

Сопротивление для первой гармоники  $R = 1/\omega C = 20$  Ом.

Определить действующее значение тока источника (ответ округлить до десятых долей).

**Решение**

Емкостное сопротивление:

- для постоянной составляющей  $X_0 = \infty$ ;
- для второй гармоники  $X_2 = \frac{1}{2\omega C} = 10 \text{ Ом}$ ;
- для пятой гармоники  $X_5 = \frac{1}{5\omega C} = 4 \text{ Ом}$ .

Модуль полного сопротивления цепи:

- для постоянной составляющей  $z_0 = \infty$ ;
- для первой гармоники
 
$$z_1 = \sqrt{R^2 + X_1^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28,28 \text{ Ом};$$
- для второй гармоники
 
$$z_2 = \sqrt{R^2 + X_2^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22,36 \text{ Ом};$$
- для пятой гармоники
 
$$z_5 = \sqrt{R^2 + X_5^2} = \sqrt{20^2 + 4^2} = 20,4 \text{ Ом}.$$

Эффективное значение токов гармоник:

$$I_1 = \frac{U_1}{z_1} = \frac{80}{\sqrt{2} \cdot 28,28} = 2 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U_2}{z_2} = \frac{30}{\sqrt{2} \cdot 22,36} = 0,95 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{U_5}{z_5} = \frac{20}{\sqrt{2} \cdot 20,4} = 0,69 \text{ А}.$$

Эффективное значение потребляемого от источника тока в соответствии с формулой (60) из [1]:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_5^2} = \sqrt{2^2 + 0,95^2 + 0,69^2} = 2,32 \text{ А}.$$

Ответ: 2,3 А.

**Пример 3.10**

Определить величину  $R$ , при которой в схеме на рис. 12 будет резонанс напряжений, если  $\omega = 1000$  рад/с,  $L = 0,1$  Гн,  $C = 20$  мкФ.

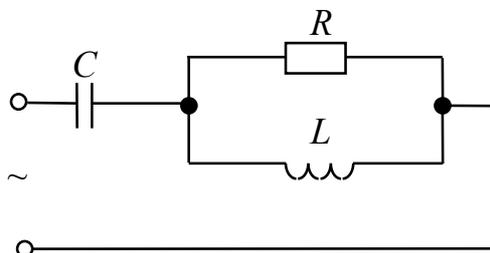


Рис. 12

**Решение**

Общим условием резонанса в разветвленной электрической цепи является отсутствие сдвига фаз между током и напряжением на зажимах цепи:

$$\varphi = 0. \quad (\text{a})$$

Если разветвленная цепь приводится к эквивалентной последовательной, то условием резонанса, вытекающим из (а), будет равенство нулю эквивалентного реактивного сопротивления цепи  $X_{\text{э}} = 0$ .

Если же цепь приводится к эквивалентной параллельной, то условием резонанса, вытекающим из (а), явится равенство нулю эквивалентной реактивной проводимости цепи  $b_{\text{э}} = 0$ .

В рассматриваемом примере цепь приводится к эквивалентной последовательной.

Определим комплексное сопротивление цепи:

$$\begin{aligned} Z &= -j \frac{1}{\omega C} + \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} = -j \frac{1}{10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} + \frac{j10^3 \cdot 0,1 \cdot R}{R + j10^3 \cdot 0,1} = \\ &= -j50 + \frac{j100 \cdot R}{R + j100} = -j50 + \frac{j100 \cdot R^2 + 100^2 \cdot R}{R^2 + 100^2} = \\ &= (-j50R^2 - j50 \cdot 100^2 + j100R^2 + 100^2 R) \cdot \frac{1}{R^2 + 100^2} = \end{aligned}$$

$$= [100^2 R + j(-50 \cdot 100^2 + 50R^2)] \cdot \frac{1}{R^2 + 100^2}.$$

Найдем искомое значение  $R$ , приравняв нулю эквивалентное реактивное сопротивление:

$$X_{\text{э}} = (50R^2 - 50 \cdot 100^2) \cdot \frac{1}{R^2 + 100^2} = 0,$$

$$100^2 = R^2,$$

$$R = 100.$$

Ответ: 100 Ом.

### Пример 3.11

В цепи на рис. 12 имеет место резонанс напряжений. Определить активную мощность цепи, если  $u = 141 \sin(10^3 t + 45^\circ)$  В,  $C = 20$  мкФ,  $R = 100$  Ом.

### Решение

Активная мощность выделяется на эквивалентном активном сопротивлении цепи. Определим вначале комплексное сопротивление цепи:

$$\begin{aligned} Z &= -j \frac{1}{\omega C} + \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} = -j \frac{1}{10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5}} + \frac{j10^5 \cdot L}{100 + j10^3 L} = \\ &= -j50 + \frac{j10^3 L}{1 + j10L} = -j50 + \frac{j10^3 L(1 - j10L)}{1 + 100L^2} = \\ &= (-j50 - j5 \cdot 10^3 L^2 + j10^3 L + 10^4 L^2) \cdot \frac{1}{1 + 100L^2} = \\ &= j \frac{-5 \cdot 10^3 L^2 + 10^3 L - 50}{1 + 100L^2} + \frac{10^4 L^2}{1 + 100L^2}. \end{aligned}$$

Действительная часть  $Z$  есть эквивалентное активное сопротивление  $R_{\text{э}}$ , а мнимая – эквивалентное реактивное сопротивление  $X_{\text{э}}$ .

При резонансе в последовательном контуре  $X_{\mathcal{C}} = 0$ , отсюда определим  $L$ :

$$5 \cdot 10^3 L^2 - 10^3 L + 50 = 0,$$

$$L_{1,2} = \frac{10^3 \pm \sqrt{10^6 - 4 \cdot 2,5 \cdot 10^5}}{10^4} = 0,1 \text{ Гн.}$$

Рассчитаем  $R_{\mathcal{C}}$ :

$$R_{\mathcal{C}} = \operatorname{Re}(Z) = \frac{10^4 L^2}{1 + 100L^2} = \frac{10^4 \cdot 0,01}{1 + 100 \cdot 0,01} = 50 \text{ Ом.}$$

Активная мощность цепи:

$$P = \frac{U^2}{R_{\mathcal{C}}} = \left( \frac{141}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{R_{\mathcal{C}}} = \frac{10^4}{50} = 200 \text{ Вт.}$$

Фаза приложенного напряжения здесь роли не играет.

Ответ: 200 Вт.

### Пример 3.12

В цепи на рис. 13 имеет место резонанс токов. Показания амперметров:  $I_1 = 12 \text{ А}$ ;  $I_2 = 13 \text{ А}$ . Определить показание амперметра  $A_3$ .

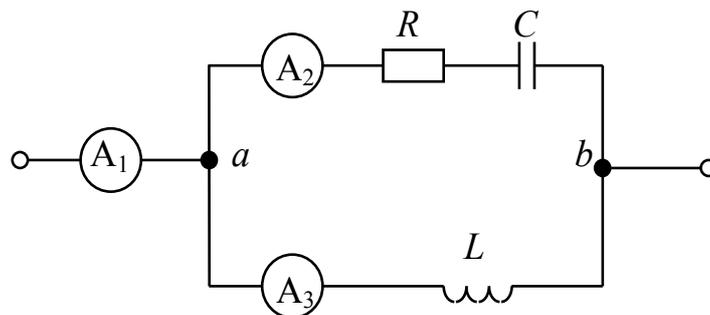


Рис. 13

По определению резонансного режима ток  $\dot{I}_1$  должен совпадать по фазе с напряжением  $\dot{U}_{ab}$ . Ток  $\dot{I}_3$  отстает от  $\dot{U}_{ab}$  на  $90^\circ$ , ток  $\dot{I}_2$  опережает  $\dot{U}_{ab}$  на какой-то угол (в пределах от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  в зависимости от соотношения  $R$  и  $C$ , здесь не заданных).

Строим примерную векторную диаграмму, как показано на рис. 14.

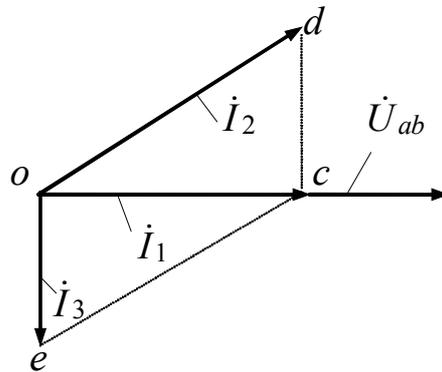


Рис. 14

По первому закону Кирхгофа  $\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2$ .

Модуль комплекса  $\dot{I}_3$  (т. е. показание  $A_3$ ) можно найти из прямоугольных треугольников:

$$I_3 = oe = cd = \sqrt{(od)^2 - (oc)^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5.$$

Ответ: 5 А.

### Пример 3.13

ЭДС одной фазы симметричного трехфазного генератора  $e(t) = 200 \sin \omega t + 60 \sin 5\omega t + 30 \sin 9\omega t$  В. Фазы генератора соединены звездой, генератор не нагружен. Определить показание вольтметра, подключенного к линейным проводам (ответ округлить до целого числа).

### Решение

При соединении фаз генератора в звезду линейное напряжение третьей и кратных трех гармоник равно разности соответствующих гармоник фазных ЭДС. Так как третьи и кратные им гармоники в фазных ЭДС совпадают по фазе, то при составлении этой разности они вычитаются, то есть

в линейном напряжении гармоники, кратные трем, отсутствуют. Следовательно,

$$U_{л} = \sqrt{3} \sqrt{\left(\frac{200}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{60}{\sqrt{2}}\right)^2} = 255,73 \text{ В.}$$

Ответ: 256 В.

### Пример 3.14

При резонансе контур на рис. 15 имеет следующие параметры:  
 $Z_1 = R + jX_L$ ;  $Z_2 = R$ ;  $Z_3 = -jR$ .

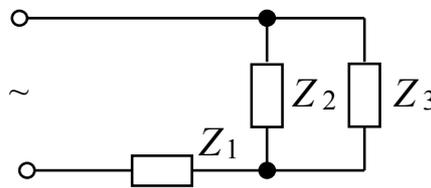


Рис. 15

Определить эквивалентное сопротивление контура.

### Решение

Найдем эквивалентное сопротивление параллельного участка:

$$Z_{23} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{-jR^2}{R - jR} = \frac{-jR^2(R + jR)}{R^2 + R^2} = \frac{R}{2} - j\frac{R}{2}.$$

При резонансе в последовательной цепи индуктивное и емкостное сопротивления равны, следовательно, эквивалентное сопротивление контура будет равно

$$Z_{э\text{кв}} = \text{Re}(Z_1) + \text{Re}(Z_{23}) = R + \frac{R}{2} = 1,5R.$$

Ответ:  $1,5R$ .

**Пример 3.15**

Определить реактивную мощность резонансной цепи на рис. 16 на частоте, соответствующей верхней границе полосы пропускания, если  $R = 100 \text{ Ом}$ ;  $L = 0,5 \text{ мГн}$ ;  $u = 20 \sin \omega t \text{ В}$ .

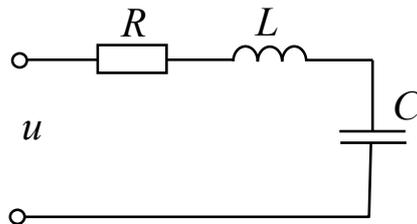


Рис. 16

**Решение**

Действующее значение тока в цепи при резонансе

$$I_p = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{\sqrt{2} \cdot R} = \frac{20}{\sqrt{2} \cdot 100} = 0,141 \text{ А.}$$

Действующее значение тока в цепи на границе полосы пропускания

$$I = \frac{I_p}{\sqrt{2}} = \frac{0,141}{\sqrt{2}} = 0,1 \text{ А.}$$

Реактивное сопротивление цепи на верхней границе полосы пропускания согласно (46) из [1]

$$X = X_L - X_C = R = 100 \text{ Ом.}$$

Искомая реактивная мощность

$$Q = I^2 \cdot X = 0,1^2 \cdot 100 = 1 \text{ ВАр.}$$

Параметры реактивных элементов на решение не влияют.

Ответ: 1 ВАр.

**Пример 3.16**

По данным примера 3.15 определить величину емкости конденсатора, если известно, что при резонансе действующее значение напряжения на нем  $U_C = 100 \text{ В}$ .

**Решение**

Так как при резонансе

$$U_C = U_L = \omega_0 L I_p,$$

то резонансная частота будет

$$\omega_0 = \frac{U_L}{L I_p} = \frac{100}{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,141} = \sqrt{2} \cdot 10^6 \text{ рад/с.}$$

Искомую величину определим, переписав формулу (44) из [1] относительно  $C$ :

$$C = \frac{1}{L \omega_0^2} = \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot (\sqrt{2} \cdot 10^6)^2} = 10^{-9} \text{ Ф} = 1 \text{ нФ.}$$

Ответ: 1 нФ.

**Пример 3.17**

В схеме на рис. 17 при резонансе напряжений к входным зажимам приложено напряжение  $u = 14,1 \sin \omega t$  В. При этом действующее значение напряжения на конденсаторе емкостью 1 мкФ составляет 80 В. Ширина полосы пропускания  $\Pi = 1250$  рад/с.

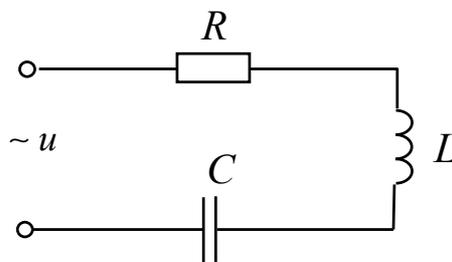


Рис. 17

Требуется определить величину индуктивности  $L$ .

**Решение**

Добротность резонансного контура

$$Q = \frac{U_C}{U_m / \sqrt{2}} = \frac{80}{14,1 / \sqrt{2}} = 8.$$

Угловая резонансная частота

$$\omega_0 = \Pi \cdot Q = 1250 \cdot 8 = 10^4 \text{ рад/с.}$$

Искомая величина индуктивности (из формулы условия резонанса аналогично предыдущему примеру)

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{10^{-6} \cdot 10^8} = 0,01 \text{ Гн.}$$

Ответ: 0,01 Гн.

### Пример 3.18

Амплитудное значение ЭДС фаз генератора 141 В.

Определить показание амперметра в схеме на рис. 18, если

$\frac{1}{\omega C} = R = 25 \text{ Ом}$  (ответ округлить до десятых долей).

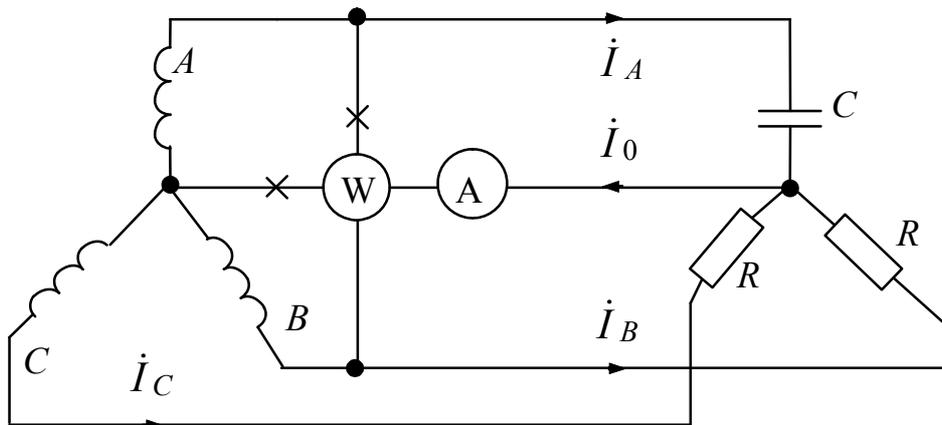


Рис. 18

Амперметр измеряет ток в нулевом проводе. По первому закону Кирхгофа комплекс этого тока равен сумме комплексов фазных токов. Поэтому вначале определим комплексы фазных токов:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z_A} = \frac{100}{-j25} = 4e^{j90^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{Z_B} = \frac{100e^{-j120^\circ}}{25} = 4e^{-j120^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{Z_C} = \frac{100e^{j120^\circ}}{25} = 4e^{j120^\circ} \text{ А.}$$

Комплекс тока нулевого провода

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 4e^{j90^\circ} + 4e^{-j120^\circ} + 4e^{j120^\circ} = \\ &= j4 - 2 - j3,464 - 2 + j3,464 = j4 - 4 = 5,66e^{j135^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Амперметр покажет модуль  $\dot{I}_0$ , то есть 5,66 А.

Ответ: 5,7 А.

### Пример 3.19

По данным примера 3.18 определить показание ваттметра (ответ округлить до целого числа).

### Решение

Показание ваттметра будет равно произведению эффективного значения линейного напряжения на эффективное значение тока нулевого провода и на косинус угла между векторами  $\dot{U}_{AB}$  и  $-\dot{I}_0$ , то есть

$$P = U_{\text{л}} \cdot I_0 \cdot \cos \left( \dot{U}_{AB} \wedge -\dot{I}_0 \right).$$

$$U_{\text{л}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = 141 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = 172,7 \text{ В};$$

$$I_0 = 5,66 \text{ А}; \quad -\dot{I}_0 = \dot{I}_0 \cdot e^{-j180^\circ} = 5,66 \cdot e^{j135^\circ} \cdot e^{-j180^\circ} = 5,66 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{U}_{AB} = U_{\text{л}} \cdot e^{j30^\circ} \text{ В.}$$

Подставляя числа в выражение для определения  $P$ , получим:

$$P = 172,7 \cdot 5,66 \cdot \cos 75^\circ = 253 \text{ Вт.}$$

Ответ: 253 Вт.

**Пример 3.20**

Построить векторную диаграмму всех токов по данным примера 3.18.

**Решение**

Построим вначале векторную диаграмму симметричной трехфазной системы ЭДС, для того чтобы относительно нее изобразить векторы фазных токов.

Выбрав масштаб токов (по модулю все фазные токи равны), проводим  $\dot{I}_A$  под углом  $90^\circ$  в сторону опережения относительно  $\dot{E}_A$ ,  $\dot{I}_B$  под углом  $120^\circ$  в сторону отставания относительно  $\dot{E}_A$ , то есть по направлению  $\dot{E}_B$ ;  $\dot{I}_C$  под углом  $120^\circ$  в сторону опережения относительно  $\dot{E}_A$ , то есть по направлению  $\dot{E}_C$ .

Ток  $\dot{I}_0$  проводим под углом  $135^\circ$  в сторону опережения относительно  $\dot{E}_A$ .

Построения приведены на рис. 19.

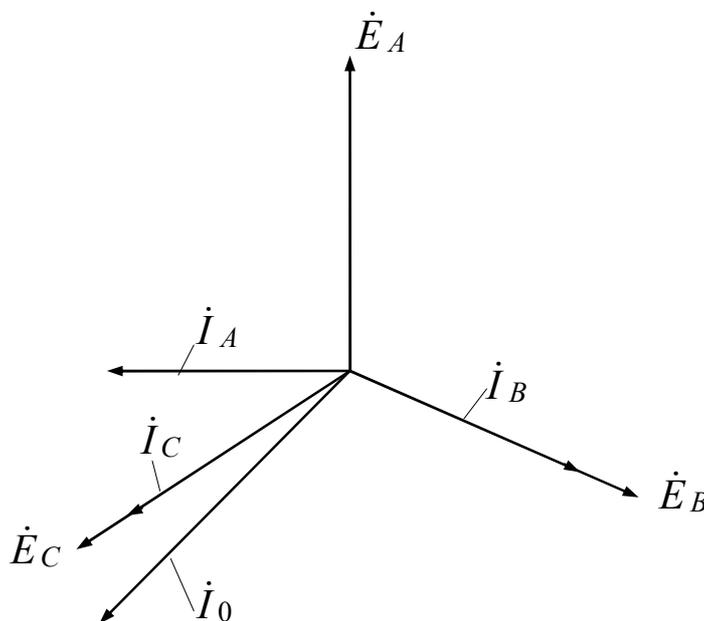


Рис. 19

Ответ: см. рис. 19.

**Пример 3.21**

Определить показание ваттметра в схеме на рис. 20, если:  $E = 220$  В;  
 $R_1 = 220$  Ом;  $R_2 = R_3 = 110$  Ом.

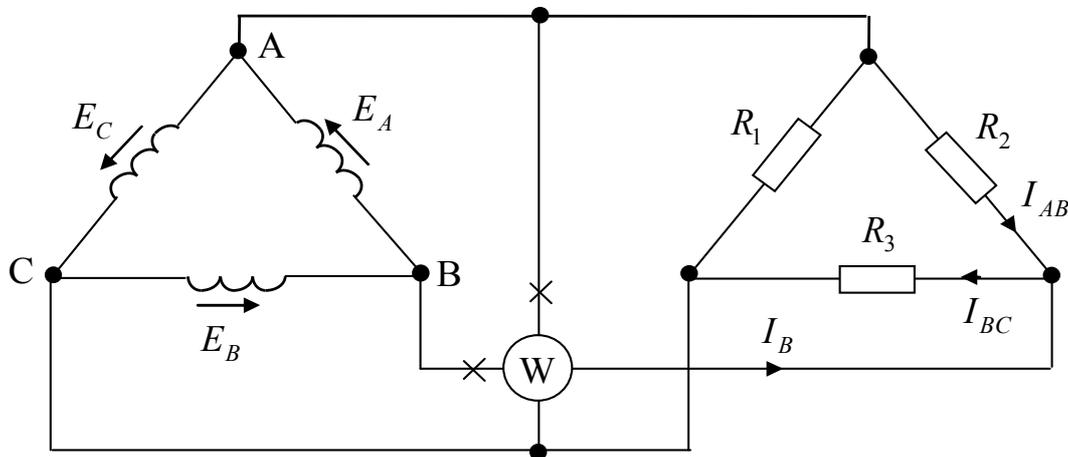


Рис. 20

**Решение**

Обозначим показание ваттметра буквой  $H$ . При указанной схеме подключения ваттметра

$$H = E \cdot I_B \cdot \cos \varphi,$$

где  $\varphi = -\hat{E}_C \hat{I}_B$ .

$$-\dot{E}_C = 220 \cdot e^{j(120^\circ - 180^\circ)} = 220 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = \frac{\dot{E}_B}{R_3} - \frac{\dot{E}_A}{R_2} = \frac{220 \cdot e^{-j120^\circ}}{110} - \frac{220}{110} = 2 \cdot e^{-j120^\circ} - 2 =$$

$$= -1 - j1,73 - 2 = -3 - j1,73 = 3,46 \cdot e^{-j150^\circ} \text{ А.}$$

$$\varphi = -60^\circ - (-150^\circ) = 90^\circ.$$

Так как  $\cos \varphi = \cos 90^\circ = 0$ , то показание ваттметра составит  $H = 0$  Вт.

Ответ: 0 Вт.

**Пример 3.22**

Определить показание ваттметра в схеме на рис. 21, если:  $E = 127$  В;  
 $R_1 = 100$  Ом;  $R_2 = R_3 = 70$  Ом.

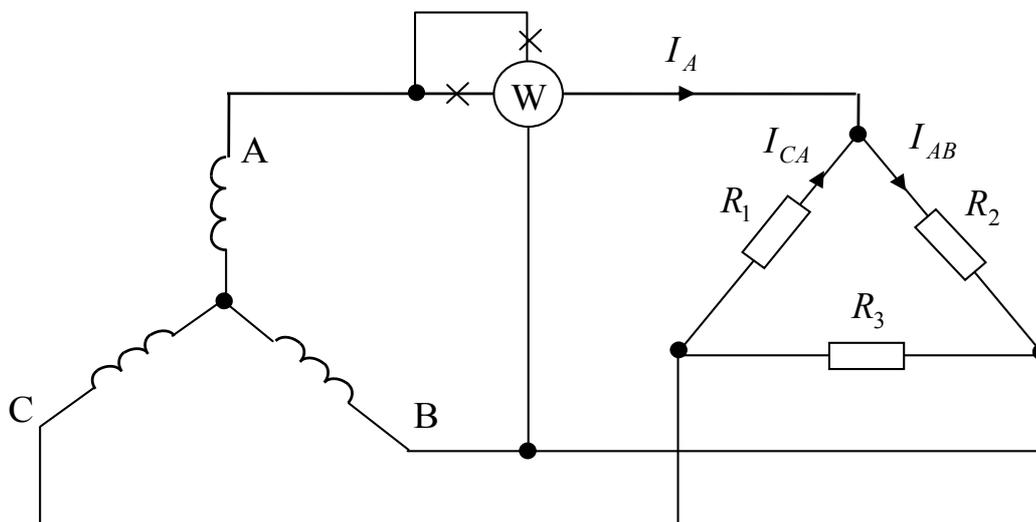


Рис. 21

**Решение**

Показание ваттметра (как и в предыдущем примере обозначено буквой  $H$ )

$$H = U_{\text{л}} \cdot I_A \cdot \cos \varphi,$$

где  $\varphi = -\dot{U}_{AB} \wedge \dot{I}_{AB}$ .

$$-\dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \cdot E \cdot e^{j(30^\circ - 180^\circ)} = 220 \cdot e^{-j150^\circ} \text{ В.}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{AB}}{R_2} - \frac{\dot{U}_{CA}}{R_1} = \frac{220 \cdot e^{j30^\circ}}{70} - \frac{220 \cdot e^{j150^\circ}}{110} = \\ &= 3,143 \cdot e^{j30^\circ} - 2,2 \cdot e^{j150^\circ} = 2,722 + j1,572 + 1,905 - j1,1 = \\ &= 4,627 + j0,472 = 4,65 \cdot e^{j5,8^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Определение величины  $\varphi$  поясняется на рис. 22.

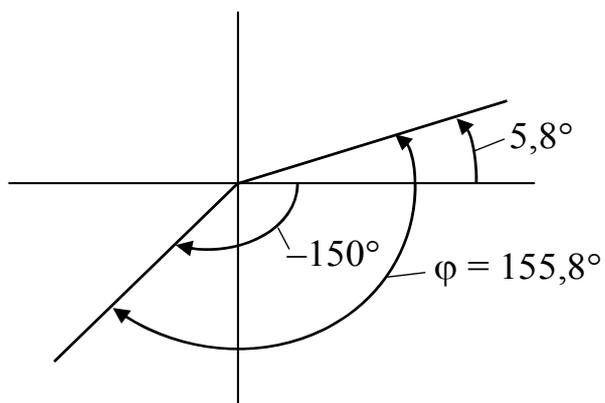


Рис. 22

Показание ваттметра

$$H = 220 \cdot 4,65 \cdot \cos 155,8^\circ = -933 \text{ Вт.}$$

Ответ:  $-933 \text{ Вт.}$

### Пример 3.23

Определить показание ваттметра в схеме на рис. 23, если:  $E = 220 \text{ В}$ ;  
 $X_L = 50 \text{ Ом.}$

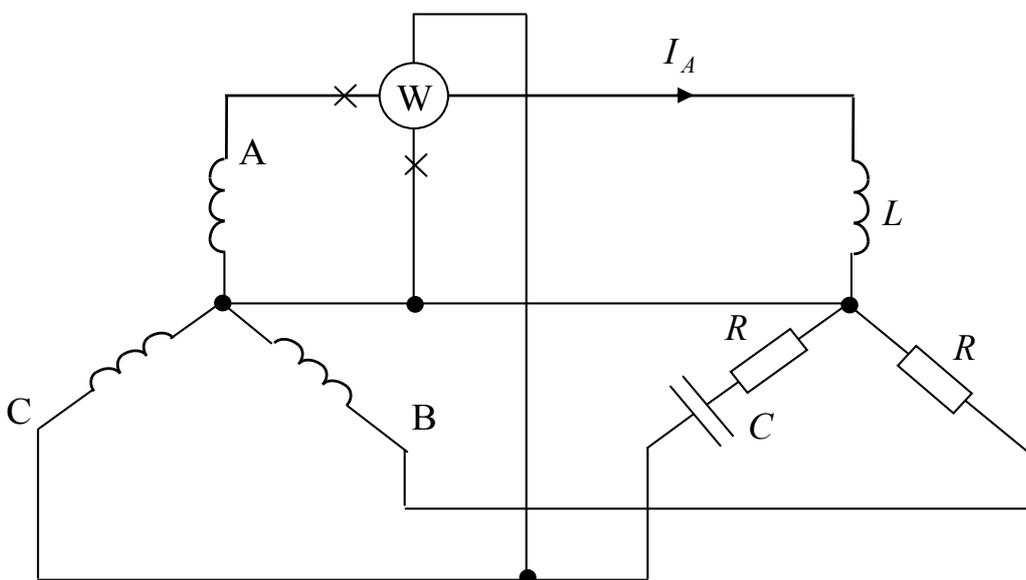


Рис. 23

**Решение**

Показание ваттметра

$$H = E \cdot I_A \cdot \cos \varphi,$$

где  $\varphi = -\overset{\wedge}{\dot{E}_C} \dot{I}_A$ .

$$-\dot{E}_C = 220 \cdot e^{j(120^\circ - 180^\circ)} = 220 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{jX_L} = \frac{220}{j50} = 4,4 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ А.}$$

$$\varphi = -60^\circ - (-90^\circ) = 30^\circ.$$

$$H = 220 \cdot 4,4 \cdot \cos 30^\circ = 842,2 \text{ Вт.}$$

Ответ: 842,2 Вт.

**Пример 3.24**Определить показание ваттметра в схеме на рис. 24, если:  $E = 220 \text{ В}$ ;

$$R = X_L = 100 \text{ Ом.}$$

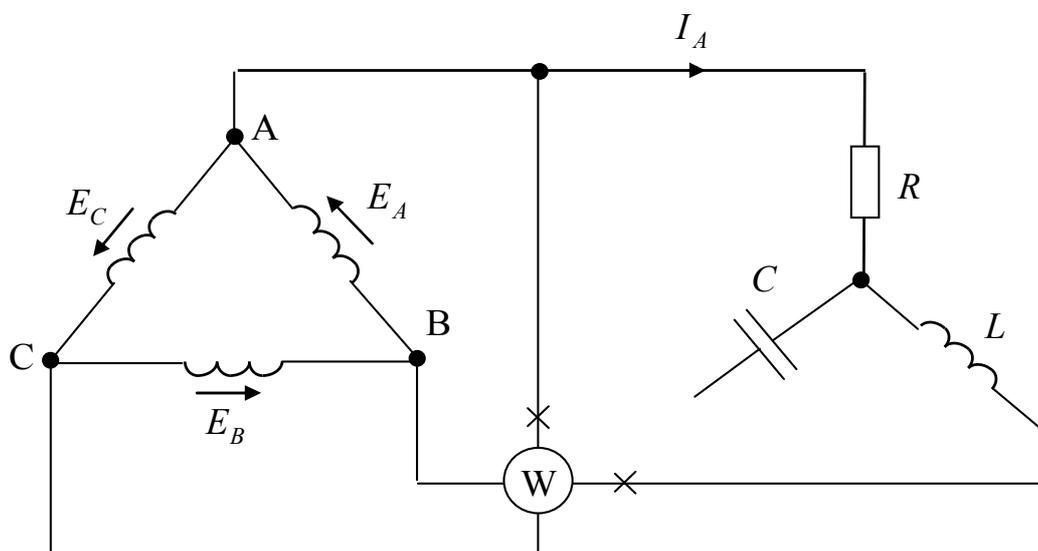


Рис. 24

**Решение**

Показание ваттметра

$$H = E \cdot I_A \cdot \cos \varphi,$$

где  $\varphi = -\dot{E}_C \wedge \dot{I}_A$ .

$$-\dot{E}_C = 220 \cdot e^{j(120^\circ - 180^\circ)} = 220 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{R + jX} = \frac{220}{100 + j100} = \frac{220}{141 \cdot e^{j45^\circ}} = 1,56 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ А.}$$

$$-\dot{I}_A = 1,56 \cdot e^{j(-45^\circ + 180^\circ)} = 1,56 \cdot e^{j135^\circ} \text{ А.}$$

Определение величины  $\varphi$  поясняется на рис. 25.

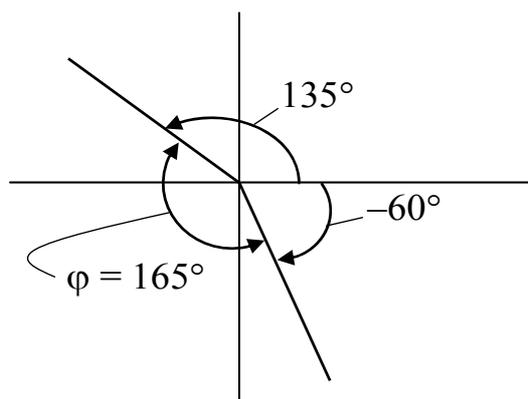


Рис. 25

$$H = 220 \cdot 1,56 \cdot \cos 165^\circ = -322 \text{ Вт.}$$

Ответ: -322 Вт.

### Пример 3.25

Определить коэффициент формы несинусоидального периодического напряжения  $u = U_{1m} \sin \omega t + U_{2m} \sin 2\omega t$ , где  $U_{1m} = 100 \text{ В}$ ,  $U_{2m} = 30 \text{ В}$ .

### Решение

Действующее значение несинусоидального напряжения:

$$U = \sqrt{\frac{U_{1m}^2}{2} + \frac{U_{2m}^2}{2}} = \sqrt{\frac{100^2}{2} + \frac{30^2}{2}} = 73,8 \text{ В.}$$

Среднее значение несинусоидального напряжения:

$$U_{\text{cp}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (U_{1m} \sin \omega t + U_{2m} \sin 2\omega t) d\omega t.$$

Две гармоники напряжения  $u$  приведены на рис. 26.

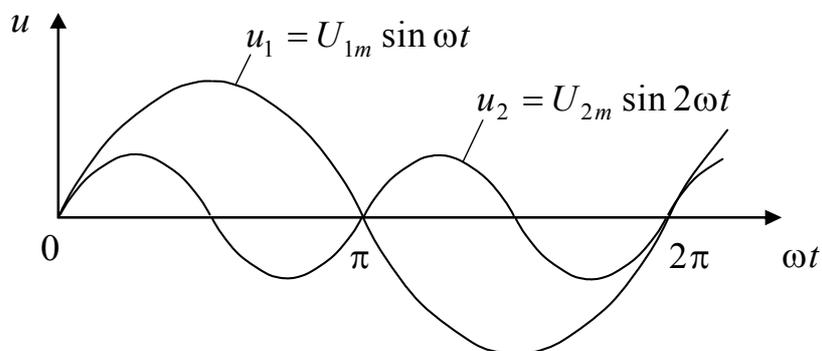


Рис. 26

Из этого рисунка видно, что среднее значение напряжения второй гармоники на интервале от 0 до  $\pi$  равно нулю. Тогда:

$$U_{\text{cp}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (U_{1m} \sin \omega t) d\omega t = \frac{2U_{1m}}{\pi} = \frac{2 \cdot 100}{\pi} = 63,7 \text{ В.}$$

Искомый коэффициент формы:

$$k_{\text{ф}} = \frac{U}{U_{\text{cp}}} = \frac{73,8}{63,7} = 1,16.$$

Ответ: 1,16.

### Пример 3.26

По данным примера 3.25 определить коэффициент искажения.

**Решение**

$$k_{\text{и}} = \frac{U_1}{U} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2} \cdot U} = \frac{100}{\sqrt{2} \cdot 73,8} = 0,96.$$

Ответ: 0,96.

## 4 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

### «РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКОВ»

#### 4.1 Задание на контрольную работу

Обобщенная схема цепи постоянного тока, из которой формируются индивидуальные расчетные схемы, приведена на рис. 27. Параметры элементов берутся из таблиц Б.1 и Б.2 (приложение Б).

Выбор варианта контрольной работы осуществляется по общим правилам с использованием следующей формулы:

$$V = (N \times K) \operatorname{div} 100,$$

где  $V$  – искомый номер варианта,

$N$  – общее количество вариантов,

$\operatorname{div}$  – целочисленное деление,

при  $V = 0$  выбирается максимальный вариант,

$K$  – код варианта.

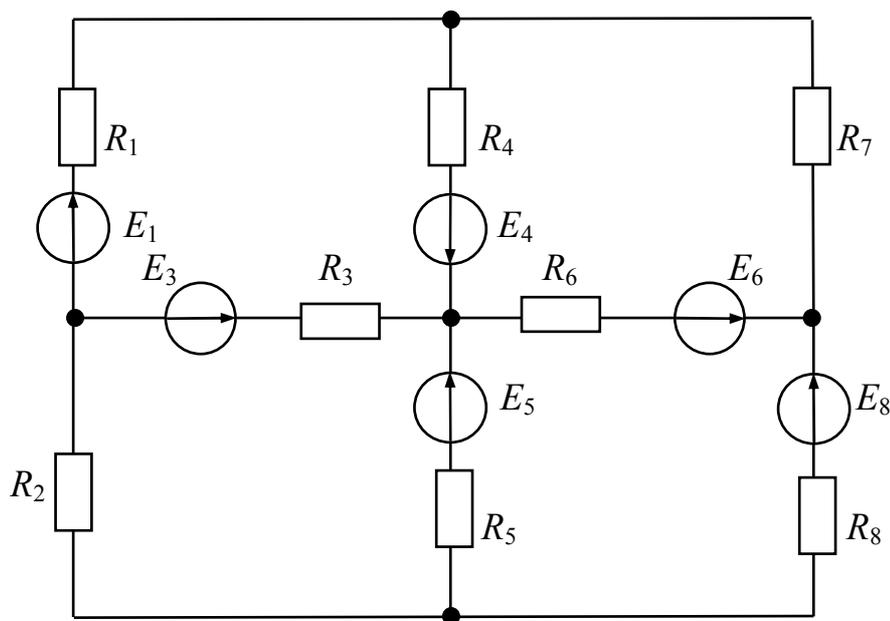


Рис. 27

Обобщенная схема цепи переменного тока приведена на рис. 28, параметры элементов помещены в таблицы Б.3 (приложение Б).

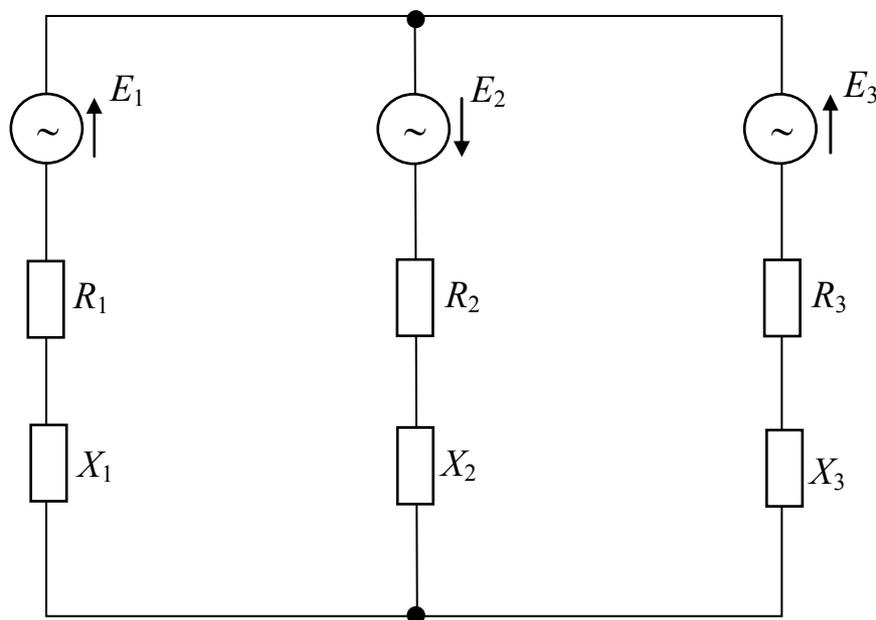


Рис. 28

В контрольной работе необходимо выполнить следующее задание:

1. Рассчитать токи всех ветвей цепи постоянного тока любым методом по выбору студента. Произвести проверку расчетов составлением баланса мощностей. Произвести расчет тока одной любой ветви методом эквивалентного генератора.

2. Рассчитать действующие значения токов всех ветвей цепи синусоидального переменного тока любым методом по выбору студента. Произвести проверку расчетов составлением баланса активной и реактивной мощностей. Построить векторную диаграмму напряжений для любого одного замкнутого контура.

## 4.2 Методические указания по выполнению контрольной работы

Рассмотрим примеры формирования индивидуальных расчетных схем. Пусть для некоторого варианта параметры цепи постоянного тока заданы в табл. 4.1 и в табл. 4.2.

Таблица 4.1

$E_1, В$	$E_3, В$	$E_4, В$	$E_5, В$	$E_6, В$	$E_8, В$
0	0	10	20	30	0

Таблица 4.2

$R_1, Ом$	$g_2, См$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$	$R_6, Ом$	$g_7, См$	$R_8, Ом$
30	0	0	100	50	40	0,01	0

Источники с нулевой ЭДС в индивидуальной схеме исчезают, на их месте помещаются перемычки. Нагрузки на схемах изображаются резисторами, а характеризоваться резистор может как сопротивлением, так и проводимостью. Резистор с нулевым сопротивлением заменяется перемычкой, резистор с нулевой проводимостью – разрывом цепи (так как  $R = \frac{1}{g} = \frac{1}{0} = \infty$ ).

В результате получается индивидуальная расчетная схема на рис. 29, в которой  $R_7 = \frac{1}{g_7} = \frac{1}{0,01} = 100 \text{ Ом}$ .

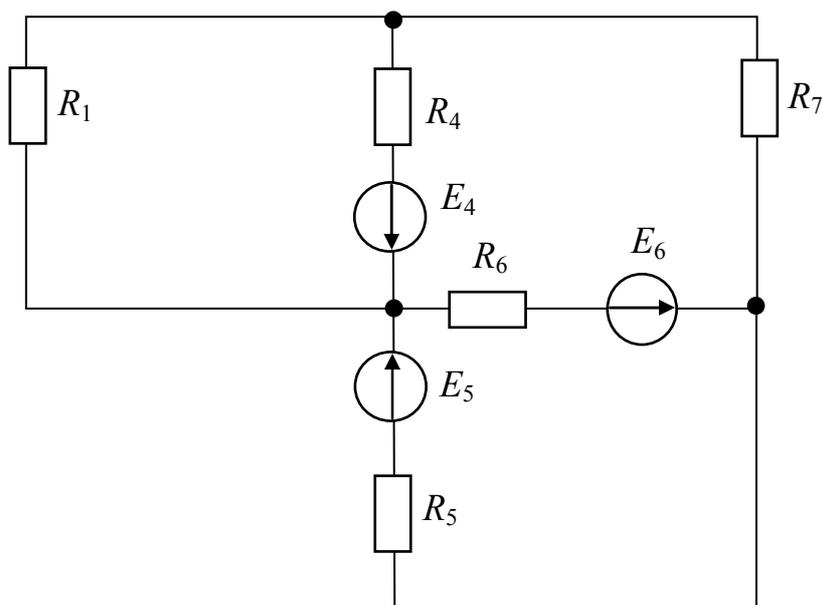


Рис. 29

Параметры элементов цепи переменного тока пусть заданы в табл. 4.3.

Таблица 4.3

$E_1,$ В	$E_2,$ В	$E_3,$ В	$f,$ Гц	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R_3,$ Ом	$X_1$	$X_2$	$X_3$
50	70	0	250	100	60	140	–	–	0,02 Гн

В индивидуальной схеме отсутствуют источники  $E_3$  и реактивные сопротивления  $X_1$  и  $X_2$ . На месте указанных элементов устанавливаются перемычки.

Индивидуальная схема приведена на рис. 30, в которой единственный реактивный элемент  $L_3$  имеет сопротивление

$$X_3 = 2\pi f L_3 = 2\pi \cdot 250 \cdot 0,02 = 31,4 \text{ Ом.}$$

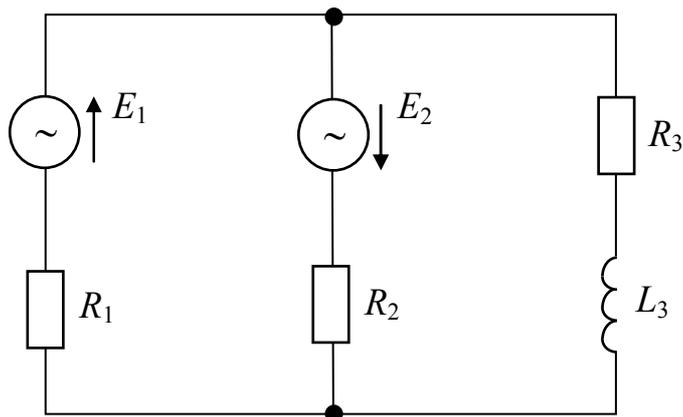


Рис. 30

Примеры расчетов цепей постоянного и переменного тока с несколькими источниками разными методами приводятся ниже.

#### Пример 4.1

Для схемы на рис. 31 задано:  $E_1 = 140$  В;  $E_2 = 260$  В;  $J = 50$  мА;  $R_1 = 5$  кОм;  $R_2 = 4$  кОм;  $R_3 = 16$  кОм;  $R_4 = 2$  кОм;  $R_5 = 8$  кОм.

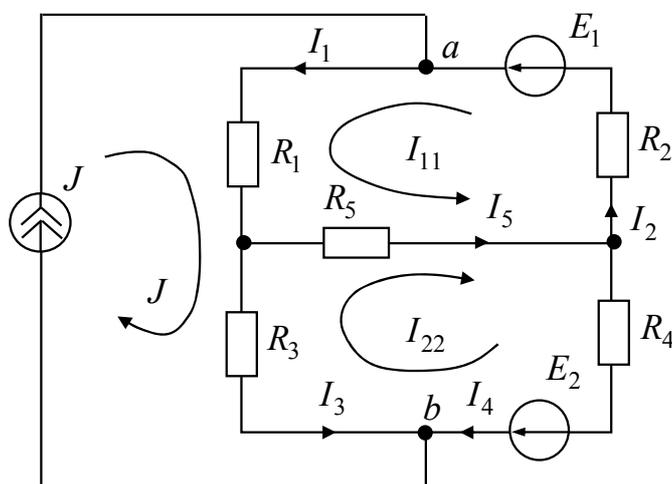


Рис. 31

Требуется определить токи всех ветвей и проверить решение составлением баланса мощностей.

### Решение

Схема содержит шесть ветвей, четыре узла и один источник тока. По второму закону Кирхгофа, а также и по методу контурных токов следует составить два уравнения.

Учтем, что наличие источника тока вносит следующие особенности в формирование уравнений: а) ток источника тока аналогично контурным необходимо направлять только по одному замкнутому контуру; б) контурные токи должны быть направлены по ветвям, не содержащим источник тока.

Произвольно выбираем направления контурных токов и токов в ветвях, как показано на рис. 31, ток источника тока направляем в контуре, содержащем резисторы  $R_1$  и  $R_3$ , и составляем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(R_1 + R_2 + R_5) + JR_1 + I_{22}R_5 &= E_1; \\ I_{11}R_5 - JR_3 + I_{22}(R_3 + R_4 + R_5) &= E_2. \end{aligned} \right\}$$

Подставляем численные значения величин и определяем контурные токи:

$$\left. \begin{aligned} I_{11} \cdot 17 \cdot 10^3 + 0,05 \cdot 5 \cdot 10^3 + I_{22} \cdot 8 \cdot 10^3 &= 140; \\ I_{11} \cdot 8 \cdot 10^3 - 0,05 \cdot 16 \cdot 10^3 + I_{22} \cdot 26 \cdot 10^3 &= 260; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 17I_{11} + 0,25 + 8I_{22} &= 0,14; \\ 8I_{11} - 0,8 + 26I_{22} &= 0,26; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 17I_{11} + 8I_{22} &= -0,11; \\ 8I_{11} + 26I_{22} &= 1,06; \end{aligned} \right\}$$

$$I_{11} = -0,03 \text{ A}; \quad I_{22} = 0,05 \text{ A}.$$

По контурным токам определяем токи ветвей:

$$I_1 = I_{11} + J = -0,03 + 0,05 = 0,02 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{11} = -0,03 \text{ A};$$

$$I_3 = -I_{22} + J = -0,05 + 0,05 = 0 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{22} = 0,05 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{11} + I_{22} = -0,03 + 0,05 = 0,02 \text{ A}.$$

Сумма мощностей источников:

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{и}} &= E_1 I_2 + E_2 I_4 + J U_{ab} = E_1 I_2 + E_2 I_4 + J (I_1 R_1 + I_3 R_3) = \\ &= 140(-0,03) + 260 \cdot 0,05 + 0,05(0,02 \cdot 5 \cdot 10^3 + 0) = 13,8 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Сумма мощностей нагрузок:

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{н}} &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 = \\ &= (0,02^2 \cdot 5 + 0,03^2 \cdot 4 + 0,05^2 \cdot 2 + 0,02^2 \cdot 8) \cdot 10^3 = 13,8 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Баланс мощностей сходится, что подтверждает правильность расчета токов.



В только что рассмотренном примере источник тока полагался идеальным (с нулевой внутренней проводимостью). Ниже рассмотрим примеры расчетов методом контурных токов цепей, содержащих источники тока с конечной внутренней проводимостью.

### Пример 4.2

Для схемы на рис. 32 задано:  $J = 0,08 \text{ A}$ ;  $g = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ См}$ ;  $E = 230 \text{ В}$ ;  $R_1 = 1 \text{ кОм}$ ;  $R_2 = 2 \text{ кОм}$ .

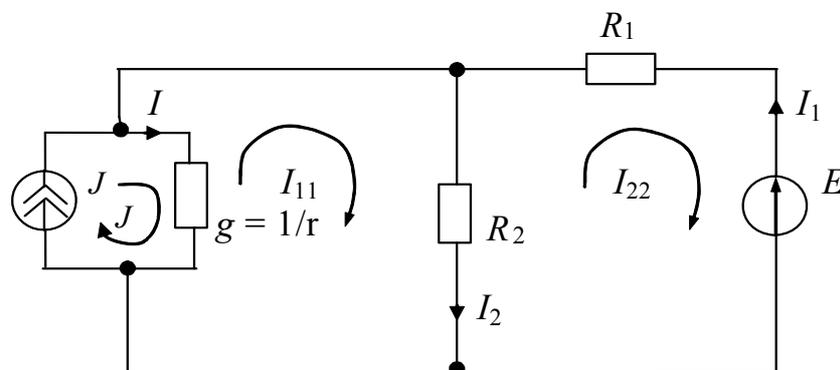


Рис. 32

Требуется определить все токи.

### Решение

В схеме четыре ветви, два узла и один источник тока. По второму закону Кирхгофа для этой схемы следовало бы составить два уравнения, столько же и по методу контурных токов.

Произвольно выбираем направления контурных токов и токов в ветвях, как показано на рис. 32, и составляем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(1/g + R_2) - I_{22}R_2 - J/g &= 0; \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_1 + R_2) &= -E. \end{aligned} \right\}$$

Подставляем численные значения величин и определяем контурные токи:

$$\left. \begin{aligned} 22 \cdot 10^3 I_{11} - 2 \cdot 10^3 I_{22} - 1,6 \cdot 10^3 &= 0; \\ -2 \cdot 10^3 I_{11} + 3 \cdot 10^3 I_{22} &= -230; \end{aligned} \right\}$$

$$I_{11} = 0,07 \text{ А}; \quad I_{22} = -0,03 \text{ А}.$$

По контурным токам рассчитываем токи ветвей:

$$I = J - I_{11} = 0,01 \text{ А}; \quad I_2 = I_{11} - I_{22} = 0,1 \text{ А}; \quad I_1 = -I_{22} = 0,03 \text{ А}.$$

Рассмотренный пример можно сравнить с примером 4 [1], где эта же цепь рассчитана по законам Кирхгофа. Там же произведена проверка баланса мощностей.



Расчеты цепей можно вести, используя как различные расчетные эквиваленты источников энергии (источники ЭДС и источники тока), так и переходя к одному типу расчетного эквивалента. Заменим в следующем примере источник тока на источник ЭДС и рассчитаем цепь также методом контурных токов.

### Пример 4.3

Для схемы на рис. 33 задано:  $J_1 = 10 \text{ А}$ ;  $E_2 = 30 \text{ В}$ ;  $E_3 = 10 \text{ В}$ ;  $E_4 = 6 \text{ В}$ ;  $g_1 = 0,1 \text{ См}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 7 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 15 \text{ Ом}$ .

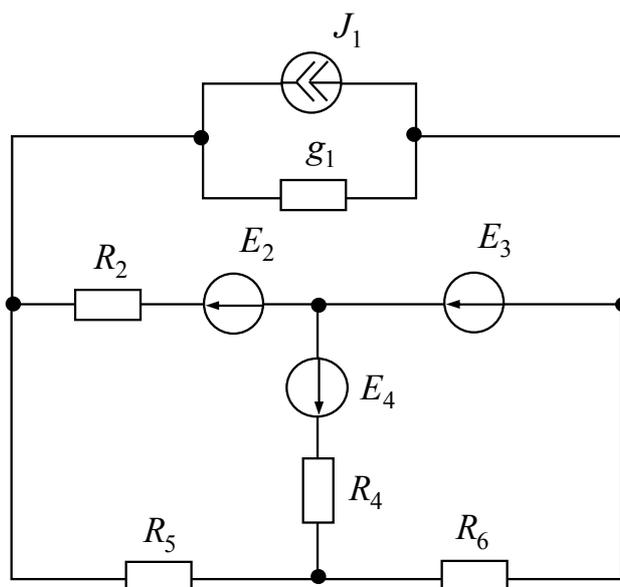


Рис. 33

Требуется рассчитать токи всех ветвей.

### Решение

Заменяем источник тока  $J_1$  на эквивалентный источник ЭДС  $E_1$ . Параметры этого источника будут:

$$E_1 = \frac{J_1}{g_1} = \frac{10}{0,1} = 100 \text{ В}; \quad R_1 = \frac{1}{g_1} = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ Ом.}$$

Расчетная схема после такой замены приведена на рис. 34.

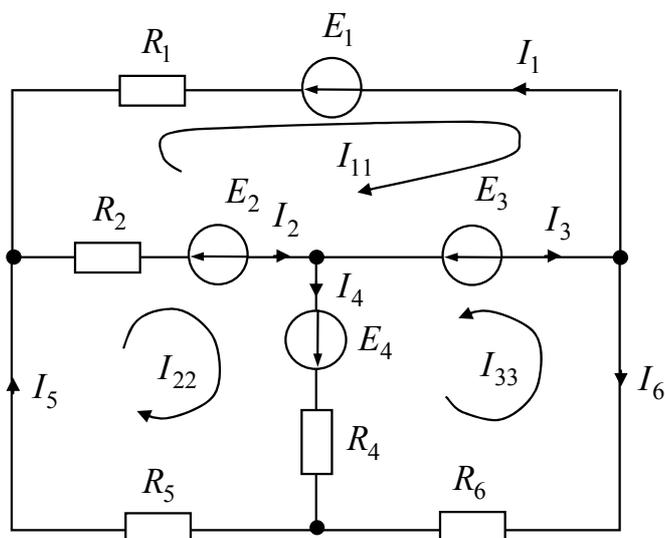


Рис. 34

Выбираем произвольно направления токов в ветвях и контурных токов, как показано на рис. 34.

Составляем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(R_1 + R_2) - I_{22}R_2 &= -E_1 + E_2 + E_3; \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_4 + R_5) + I_{33}R_4 &= -E_2 + E_4; \\ I_{22}R_4 + I_{33}(R_4 + R_6) &= E_3 + E_4. \end{aligned} \right\}$$

Подставляем численные значения величин:

$$\left. \begin{aligned} 20I_{11} - 10I_{22} &= -60; & (a) \\ -10I_{11} + 22I_{22} + 7I_{33} &= -24; & (б) \\ 7I_{22} + 22I_{33} &= 16. & (в) \end{aligned} \right\}$$

Из уравнений (а) и (в) получим:

$$\begin{aligned} I_{22} &= \frac{20I_{11} + 60}{10} = 2(I_{11} + 3); \\ I_{33} &= \frac{-7I_{22} + 16}{22} = \frac{-7I_{11} - 13}{11}. \end{aligned}$$

Подставим в уравнение (б):

$$-10I_{11} + 22 \cdot 2(I_{11} + 3) + 7 \frac{-7I_{11} - 13}{11} = 24;$$

$$I_{11} = -5 \text{ А}; I_{22} = -4 \text{ А}; I_{33} = 2 \text{ А}.$$

Соответственно токи в ветвях:

$$I_1 = -I_{11} = 5 \text{ А}; I_2 = -I_{11} + I_{22} = 5 - 4 = 1 \text{ А}; I_3 = -I_{11} - I_{33} = 5 - 2 = 3 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{22} + I_{33} = -4 + 2 = -2 \text{ А}; I_5 = I_{22} = -4 \text{ А}; I_6 = -I_{33} = -2 \text{ А}.$$

Проверим выполнение баланса мощности в цепи.

Сумма мощностей источников:

$$\Sigma P_u = E_1 I_1 - E_2 I_2 - E_3 I_3 + E_4 I_4 = 100 \cdot 5 - 30 \cdot 1 - 10 \cdot 3 - 6 \cdot 2 = 428 \text{ Вт}.$$

Сумма мощностей нагрузок:

$$\begin{aligned} I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 &= \\ = 25 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 7 + 16 \cdot 5 + 4 \cdot 15 &= 428 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Баланс мощностей подтверждает правильность определения токов.



Расчет достаточно сложной цепи методом узловых потенциалов проведен в примере 6 [1]. Некоторые особенности расчета цепей методом узловых потенциалов возникают в случае наличия идеальных источников ЭДС непосредственно между узлами. Рассмотрим эти особенности на примерах.

#### Пример 4.4

Для схемы на рис. 35 задано:  $E_1 = 20$  В;  $E_2 = 30$  В;  $E_3 = 2$  В;  $E_4 = 1,2$  В;  $E_5 = 5,6$  В;  $R_2 = 50$  Ом;  $R_3 = 10$  Ом;  $R_4 = 20$  Ом;  $R_5 = 10$  Ом;  $R_6 = 100$  Ом;  $R_7 = 50$  Ом;  $R_8 = 20$  Ом.

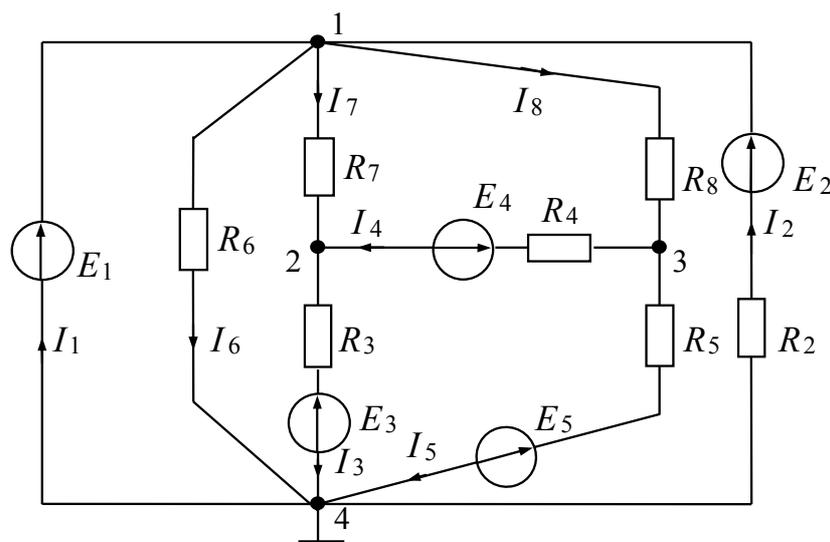


Рис. 35

Требуется определить все токи.

#### Решение

Особенность схемы – наличие идеального источника ЭДС (с нулевым внутренним сопротивлением) между узлами 1 и 4. Один из этих узлов целесообразно заземлить, например узел 4. Тогда потенциал узла 1:

$$\varphi_1 = E_1 = 20 \text{ В.}$$

Таким образом, необходимо составить по методу узловых потенциалов всего два уравнения.

Для узла 2:

$$\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} + \varphi_3 G_{23} = \frac{E_3}{R_3} - \frac{E_4}{R_4}.$$

Для узла 3:

$$\varphi_1 G_{31} + \varphi_2 G_{32} + \varphi_3 G_{33} = \frac{E_4}{R_4} + \frac{E_5}{R_5}.$$

Подставляя численные значения величин, получим:

$$\left. \begin{aligned} 20 \cdot \frac{1}{50} + \varphi_2 \left( \frac{1}{50} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} \right) - \varphi_3 \frac{1}{20} &= \frac{2}{10} - \frac{1,2}{20}; \\ 20 \cdot \frac{1}{20} - \varphi_2 \frac{1}{20} + \varphi_3 \left( \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} \right) &= \frac{1,2}{20} + \frac{5,6}{20}; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 0,17\varphi_2 - 0,05\varphi_3 &= 0,54; \\ -0,05\varphi_2 + 0,2\varphi_3 &= 1,62. \end{aligned} \right\}$$

Домножив верхнее уравнение на четыре и сложив с нижним, определим:

$$0,63\varphi_2 = 3,78;$$

$$\varphi_2 = 6 \text{ В}; \quad \varphi_3 = 9,6 \text{ В}.$$

Рассчитаем токи ветвей:

$$I_2 = \frac{E_2 - (\varphi_1 - \varphi_4)}{R_2} = \frac{30 - 20}{50} = 0,2 \text{ А};$$

$$-I_3 = \frac{E_3 - (\varphi_2 - \varphi_4)}{R_4} = \frac{2 - 6}{10} = -0,4 \text{ А}; \quad I_3 = 0,4 \text{ А};$$

$$-I_4 = \frac{E_4 - (\varphi_3 - \varphi_2)}{R_4} = \frac{1,2 - 9,6 + 6}{20} = -0,12 \text{ А}; \quad I_4 = 0,12 \text{ А};$$

$$-I_5 = \frac{E_5 - (\varphi_3 - \varphi_4)}{R_5} = \frac{5,6 - 9,6}{10} = -0,4 \text{ А}; \quad I_5 = 0,4 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_6} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ А};$$

$$I_7 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_7} = \frac{20 - 6}{50} = 0,28 \text{ А}.$$

В ветви с нулевым сопротивлением ток можно найти только по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 = I_3 + I_5 + I_6 - I_2 = 0,4 + 0,4 + 0,2 - 0,2 = 0,8 \text{ А}.$$

— • • • —

Если в схеме есть два идеальных источника ЭДС (т. е. идеальные источники ЭДС в двух ветвях), то схему для проведения расчетов по методу узловых потенциалов следует преобразовать.

Пусть исходной схемой является цепь на рис. 36, а.

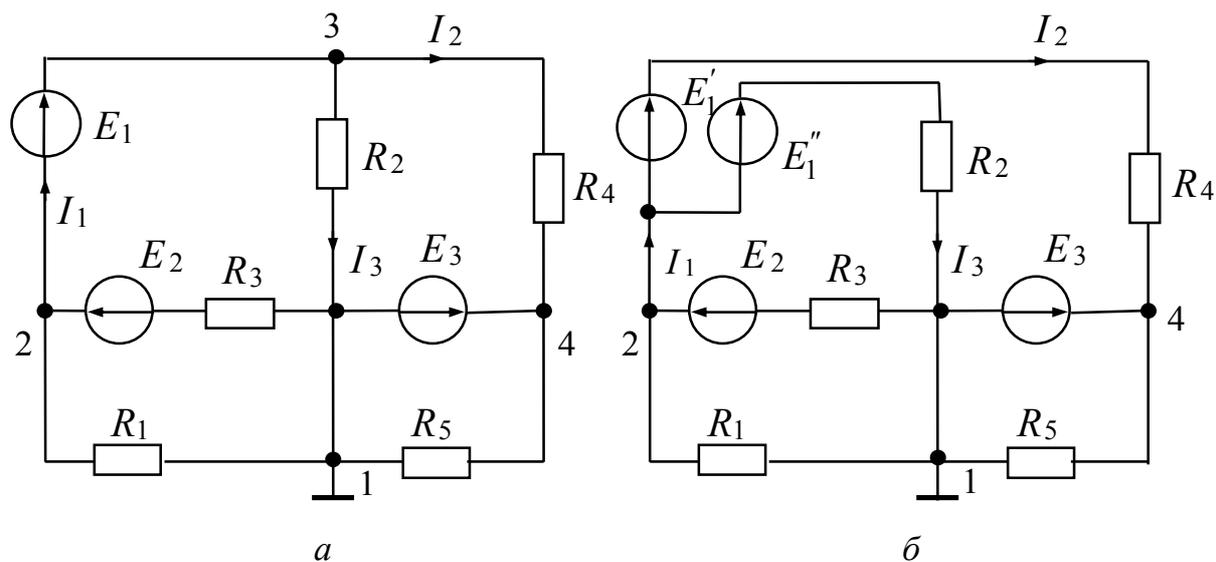


Рис. 36

В этой цепи два идеальных источника ЭДС: между узлами 2 и 3 –  $E_1$  и между узлами 1 и 4 –  $E_3$ .

Если в соответствии с рекомендациями, сформулированными в последнем примере, узел 1 заземлить, то в левой части уравнения для узла 2 будет неопределенность:

$$\Phi_2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{0} \right).$$

Поэтому схему следует преобразовать, убрав один из двух узлов, между которыми включен второй идеальный источник ЭДС. Например, уберем узел 3, как показано на рис. 36, б.

В исходной схеме для узла 3 справедливо равенство:  $I_1 = I_2 + I_3$ . В преобразованной схеме источник ЭДС  $E_1$  как бы «расщепили» на два источника  $E'_1$  и  $E''_1$ , но так, что  $E_1 = E'_1 = E''_1$ . В схеме на рис. 36, б узел 3 исчез, но так как параметры элементов не изменились, то по-прежнему  $I_1 = I_2 + I_3$ . Следовательно, схемы на рис. 36, а и рис. 36, б эквивалентны.

Теперь для узла 2 схемы на рис. 36, б можно составить уравнение:

$$\Phi_2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) - \Phi_4 \frac{1}{R_4} = I_{11},$$

где  $I_{11} = \frac{E_2}{R_3} - \frac{E'_1}{R_4} - \frac{E''_1}{R_2}$ .

Остальные потенциалы определяются здесь следующим образом:

$$\Phi_1 = 0;$$

$$\Phi_3 = \Phi_2 + E_1;$$

$$\Phi_4 = E_3.$$

Расчет тока в одной из ветвей цепи с одним источником методом эквивалентного генератора приведен в примере 17 [1]. Рассмотрим здесь применение метода эквивалентного генератора для расчета цепи с двумя источниками.

### Пример 4.5

Для схемы на рис. 37 задано:  $E_1 = 18$  В;  $E_2 = 21$  В;  $R_1 = 3$  Ом;  $R_2 = 9$  Ом;  $R_3 = 6$  Ом.

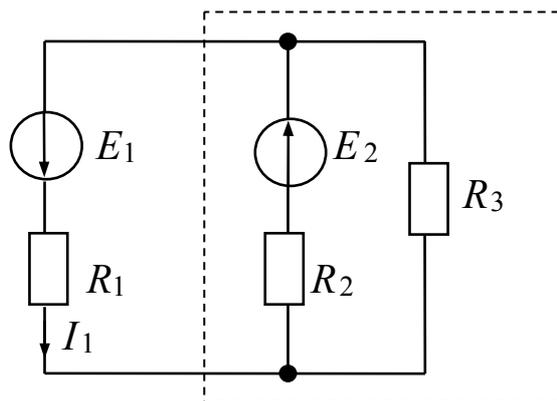


Рис. 37

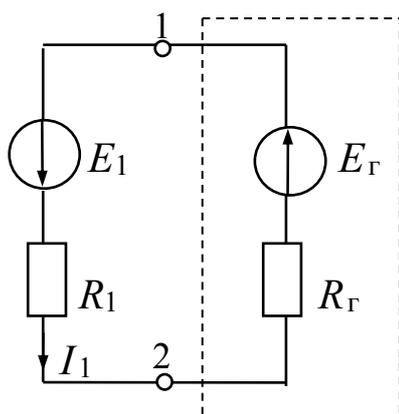
Требуется определить ток в ветви с  $R_1$ .

### Решение

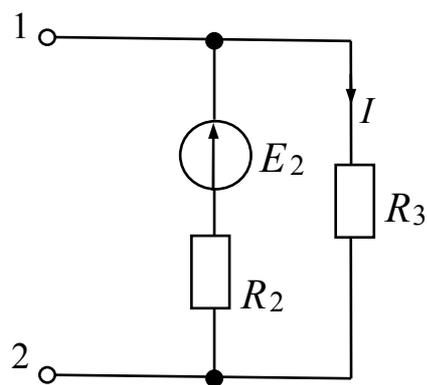
Выберем произвольное положительное направление искомого тока  $I_1$ , как показано на рис. 37.

В качестве эквивалентного генератора напряжения рассмотрим часть схемы, подключенной к ветви с искомым током (выделена штриховой рамкой).

Изобразим схему с эквивалентным генератором, как показано на рис. 38, а. Направление ЭДС эквивалентного генератора  $E_{\Gamma}$  выбрано, как и направление тока  $I_1$ , произвольно.



а



б

Рис. 38

Развернутая схема эквивалентного генератора в режиме холостого хода представлена на рис. 38, б.

Для определения  $E_r$  следует любым методом рассчитать цепь и найти напряжение между выходными зажимами эквивалентного генератора (из этого примера видно, что схема эквивалентного генератора проще исходной схемы, в ветви которой необходимо рассчитать ток).

Для расчета эквивалентного сопротивления генератора  $R_r$  следует в схеме эквивалентного генератора замкнуть все источники ЭДС (в рассматриваемом примере замкнуть  $E_2$ ) и определить эквивалентное сопротивление схемы относительно выходных зажимов.

Напряжение на выходных зажимах эквивалентного генератора равно напряжению на  $R_3$ , для его определения вначале рассчитаем ток  $I$  в замкнутом контуре.

$$I = \frac{E_2}{R_2 + R_3} = \frac{21}{9 + 6} = 1,4 \text{ А.}$$

$$E_r = U_{R_3} = I \cdot R_3 = 1,4 \cdot 6 = 8,4 \text{ В.}$$

Напряжение на  $R_3$  направлено по направлению тока  $I$  (см. рис. 38, б), а направление ЭДС противоположно направлению напряжения. Следовательно, направление  $E_r$  (см. рис. 38, а) выбрано верно.

Закорачивая  $E_2$  (см. рис. 38, б), получим:

$$R_r = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{9 \cdot 6}{9 + 6} = 3,6 \text{ Ом.}$$

По закону Ома для схемы с эквивалентным генератором (см. рис. 38, а)

$$I_1 = \frac{E_1 + E_r}{R_1 + R_r} = \frac{18 + 8,4}{3 + 3,6} = 4 \text{ А.}$$

### Пример 4.6

Рассчитать цепь на рис. 39 различными методами.

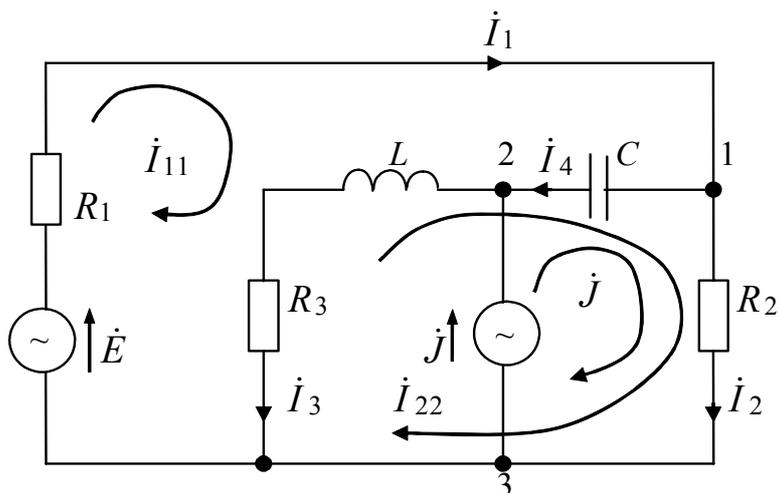


Рис. 39

Параметры элементов цепи:  $\dot{E} = 20$  В;  $\dot{J} = 0,04$  А;  $\omega = 314$  рад/с;  
 $R_1 = 500$  Ом;  $R_2 = 300$  Ом;  $R_3 = 400$  Ом;  $L = 1,911$  Гн;  $C = 12,74$  мкФ.

### Решение

Предварительно определим реактивные сопротивления:

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 1,911 = 600 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 12,74} = 250 \text{ Ом}.$$

#### 1. Расчет цепи методом контурных токов

В схеме пять ветвей ( $N_B = 5$ ), три узла ( $N_Y = 3$ ), один источник тока ( $N_T = 1$ ). Число независимых уравнений по методу контурных токов

$$k = N_B - N_Y + 1 - N_T = 2.$$

Выбираем направления контурных токов и путь протекания тока источника тока в соответствии с рис. 25 и составляем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{11}(R_1 + R_3 + jX_L - jX_C) - \dot{I}_{22}(R_3 + jX_L - jX_C) - \dot{J}(-jX_C) &= \dot{E}; \\ \dot{I}_{22}(R_2 + R_3 + jX_L - jX_C) - \dot{I}_{11}(R_3 + jX_L - jX_C) + \dot{J}(R_2 - jX_C) &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Подставляем численные значения величин и находим контурные токи:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{11}(900 + j350) - \dot{I}_{22}(400 + j350) &= 20 - j10; \\ -\dot{I}_{11}(400 + j350) + \dot{I}_{22}(700 + j350) &= -0,04(300 - j250); \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{11}965,7e^{j21,25^\circ} - \dot{I}_{22}531,5e^{j41,2^\circ} &= 22,4e^{-j26,57^\circ}; \\ -\dot{I}_{11}531,5e^{j41,2^\circ} + \dot{I}_{22}782,6e^{j26,57^\circ} &= -12 + j10; \end{aligned} \right\}$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{\dot{I}_{11}965,7e^{j21,25^\circ} - 22,4e^{-j26,57^\circ}}{531,5e^{j41,2^\circ}} = \dot{I}_{11}1,82e^{-j19,95^\circ} - 0,042e^{j67,77^\circ},$$

$$-\dot{I}_{11}531,5e^{j41,2^\circ} + \dot{I}_{11}1424,3e^{j6,62^\circ} - 32,87e^{-j41,2^\circ} = -12 + j10,$$

$$-\dot{I}_{11}(399,1 + j350,1) + \dot{I}_{11}(1414,8 + j164,2) = 24,73 - j21,65 - 12 + j10,$$

$$\dot{I}_{11}(1015,7 - j185,9) = 12,73 - j11,65,$$

$$\dot{I}_{11}1032,6e^{-j10,37^\circ} = 17,26e^{-j42,46^\circ},$$

$$\dot{I}_{11} = 0,0167e^{-j32,1^\circ} = (0,0141 - j0,0089) \text{ A.}$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{0,0167e^{-j32,1^\circ} \cdot 965,7e^{j21,25^\circ} - 22,4e^{j26,57^\circ}}{531,5e^{j41,2^\circ}} = 0,03e^{-j52,05^\circ} - 0,042e^{-j67,77^\circ} =$$

$$= 0,0184 - j0,0237 - 0,0159 + j0,0389 = 0,0025 + j0,0152 = 0,0154e^{j80,66^\circ} \text{ A.}$$

По контурным токам определяем токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = 0,0167e^{-j32,1^\circ} \text{ A;}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{22} + \dot{J} = 0,0025 + j0,0152 + 0,04 = 0,0425 + j0,0152 = 0,0451e^{j19,7^\circ} \text{ A;}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} = 0,0141 - j0,0089 - 0,0025 - j0,0152 =$$

$$= 0,0116 - j0,0241 = 0,0267e^{-j64,3^\circ} \text{ A;}$$

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} - \dot{J} = \dot{I}_3 - \dot{J} = -0,0284 - j0,0241 = 0,0372e^{-j139,68^\circ} \text{ A.}$$

Ток источника тока здесь можно было бы направить и по ветви с индуктивностью. Значение контурного тока  $\dot{I}_{22}$  при этом изменилось бы, но токи в ветвях остались бы прежние.

## 2. Проверка баланса мощностей

Вычислим комплекс:

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \dot{E} I_1^* + J \dot{U}_{23} = \dot{E} I_1^* + J(R_3 + jX_L) \dot{I}_3 = \\ &= 20 \cdot 0,0167 e^{j32,1^\circ} + 0,04(400 + j600) \cdot 0,0267 e^{-j64,3^\circ} = \\ &= 0,334 e^{j32,1^\circ} + 0,04 \cdot 721,1 e^{j56,3^\circ} \cdot 0,0267 e^{-j64,3^\circ} = \\ &= 0,334 e^{j32,1^\circ} + 0,769 e^{-j8^\circ} = 0,283 + j0,178 + 0,762 - j0,107 = \\ &= 1,045 + j0,071.\end{aligned}$$

Активная мощность источников

$$P_{\text{и}} = \operatorname{Re}[\tilde{S}] = 1,045 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность источников

$$Q_{\text{и}} = \operatorname{Im}[\tilde{S}] = 0,071 \text{ Вар.}$$

Активная мощность нагрузок

$$\begin{aligned}P_{\text{н}} &= P_1 + P_2 + P_3 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = \\ &= (0,0167)^2 \cdot 500 + (0,0451)^2 \cdot 300 + (0,0267)^2 \cdot 400 = 1,035 \text{ Вт.}\end{aligned}$$

Реактивная мощность нагрузок

$$\begin{aligned}Q_{\text{н}} &= Q_L - Q_C = I_3^2 X_L - I_4^2 X_C = \\ &= (0,0267)^2 \cdot 600 - (0,0372)^2 \cdot 250 = 0,082 \text{ Вар.}\end{aligned}$$

Из результатов расчетов видно, что с учетом погрешностей вычислений баланс активной и реактивной мощностей выполняется.

## 3. Расчет цепи методом узловых потенциалов

Приняв потенциал узла 3 равным нулю, получим:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для узла 1:} \\ \text{для узла 2:} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \phi_1 Y_{11} - \phi_2 Y_{12} = \dot{E} Y_1; \\ -\phi_1 Y_{21} - \phi_2 Y_{22} = \dot{J}. \end{array}$$

$$Y_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\frac{1}{X_C} = 0,002 + 0,0033 + j0,004 = (5,33 + j4) \cdot 10^{-3} \text{ См},$$

$$Y_{22} = j\frac{1}{X_C} + \frac{1}{R_3 + jX_L} = j0,004 + \frac{1}{721,11e^{j56,31^\circ}} =$$

$$= j0,004 + 0,00139e^{-j56,31^\circ} =$$

$$= (4 + 0,771 - j1,157) \cdot 10^{-3} = (0,771 + j2,843) \cdot 10^{-3} \text{ См},$$

$$Y_{12} = Y_{21} = j\frac{1}{X_C} = j0,004 \text{ См}.$$

Подставляем в исходную систему найденные значения проводимостей:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\phi}_1(5,33 + j4) - \dot{\phi}_2 \cdot j4 &= \frac{20}{500} \cdot 10^3 = 40; \\ -\dot{\phi}_1 j4 + \dot{\phi}_2(0,771 + j2,843) &= 40. \end{aligned} \right\}$$

Из первого уравнения получим

$$\dot{\phi}_2 = \frac{\dot{\phi}_1(5,33 + j4) - 40}{4j} = \dot{\phi}_1 \cdot 1,66e^{-j53,11^\circ} - 10e^{-j90^\circ}.$$

Подставим выражение для  $\dot{\phi}_2$  во второе уравнение и найдем  $\dot{\phi}_1$ :

$$-\dot{\phi}_1 j4 + (\dot{\phi}_1 \cdot 1,66e^{-j53,11^\circ} - 10e^{-j90^\circ}) \cdot 2,94e^{j74,83^\circ} = 40,$$

$$-\dot{\phi}_1 j4 + \dot{\phi}_1 \cdot 4,88e^{j21,72^\circ} - 29,4e^{-j15,17^\circ} = 40,$$

$$-\dot{\phi}_1 j4 + \dot{\phi}_1 \cdot 4,53 + \dot{\phi}_1 j1,81 - 28,38 + j7,69 = 40,$$

$$\dot{\phi}_1(4,53 - j2,19) = 68,38 - j7,69,$$

$$\dot{\phi}_1 5,03e^{-j25,8^\circ} = 68,81e^{-j6,42^\circ},$$

$$\dot{\phi}_1 = 13,68e^{j19,38^\circ} \text{ В}.$$

$$\dot{\phi}_2 = 22,63e^{-j33,89^\circ} - 10e^{-j90^\circ} = 18,79 - j12,62 + j10 =$$

$$= 18,79 - j2,62 = 18,97e^{-j7,94^\circ} \text{ В}.$$

По закону Ома определяем токи в ветвях:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_1 + \dot{E}}{R_1} = \frac{-13,68e^{j19,38^\circ} + 20}{500} = \frac{-12,9 - j4,54 + 20}{500} = \\ &= \frac{7,1 - j4,54}{500} = \frac{8,43}{500} e^{-j32,6^\circ} = 0,0169e^{-j32,6^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_3}{R_2} = \frac{13,68e^{j19,38^\circ}}{300} = 0,0456e^{j19,38^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_3 &= \frac{\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3}{R_3 + jX_L} = \frac{18,97e^{-j7,94^\circ}}{721,11e^{j56,31^\circ}} = 0,0263e^{-j64,25^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_4 &= \frac{\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2}{-jX_C} = \frac{12,9 + j4,54 - 18,79 + j2,62}{-j250} = \frac{-5,89 + j7,16}{-j250} = \\ &= \frac{9,27e^{j129,44^\circ}}{250e^{-j90^\circ}} = 0,0371e^{-j140,56^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

#### **4. Расчет цепи при замене источника тока на эквивалентный источник ЭДС**

Преобразуем источник тока  $\dot{J}$  в эквивалентный источник ЭДС  $\dot{E}_9$ . Для этого ветвь с  $R_3$  и  $L$ , подключенную параллельно источнику тока, будем рассматривать как его внутреннее сопротивление  $Z_9$ . Преобразование осуществим исходя из следующих соотношений:

$$\dot{J} = \frac{\dot{E}_9}{Z_9}; \quad \dot{E}_9 = \dot{J}Z_9.$$

В соответствии с этим получим:

$$\dot{E}_9 = \dot{J}(R_3 + jX_L) = 0,04(400 + j600) = 28,84e^{j56,31^\circ} \text{ В}.$$

Преобразованная схема представлена на рис. 40.

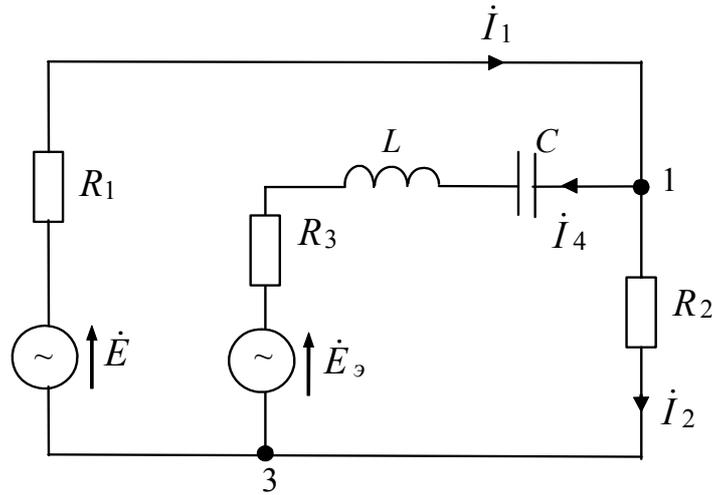


Рис. 40

Полученную схему проще всего рассчитать методом двух узлов.

Принимаем  $\dot{\phi}_3 = 0$  и определяем  $\dot{\phi}_1$ :

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= \frac{\dot{E} \frac{1}{R_1} + \dot{E}_3 \frac{1}{R_3 + jX_L - jX_C}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + jX_L - jX_C} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{20}{500} + \frac{28,84e^{j56,31^\circ}}{400 + j600 - j250}}{0,002 + \frac{1}{400 + j350} + 0,0033} = \\ &= \frac{0,04 + 0,0543e^{j15,12^\circ}}{0,0053 + 0,00188e^{-j41,19^\circ}} = \frac{0,04 + 0,0524 + j0,0142}{0,0053 + 0,00141 - j0,00124} = \\ &= \frac{(9,24 + j1,42) \cdot 10^{-2}}{(0,671 - j0,124) \cdot 10^{-2}} = \frac{9,348e^{j8,74^\circ}}{0,6824e^{-j10,47^\circ}} = 13,7e^{j19,21^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Вычисляем токи в ветвях по закону Ома:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_1 + \dot{E}}{R_1} = 0,0169e^{-j32,6^\circ} \text{ А (см. расчет } \dot{I}_1 \text{ методом узловых}$$

потенциалов);

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_3}{R_2} = 0,0456e^{j19,38^\circ} \text{ А (см. расчет } \dot{I}_2 \text{ методом узловых по-}$$

тенциалов);

$$\begin{aligned} \dot{I}_4 &= \frac{\dot{\Phi}_1 - \dot{\Phi}_3 - \dot{E}_3}{R_3 + jX_L - jX_C} = \frac{13,7e^{j19,21^\circ} - 28,84e^{j56,31^\circ}}{531,51e^{j41,19^\circ}} = \\ &= \frac{12,94 + j4,51 - 16 - j23}{531,51e^{j41,19^\circ}} = \frac{18,74e^{-j99,4^\circ}}{531,51e^{j41,19^\circ}} = 0,0356e^{-j140,59^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Ток в ветви с элементами  $R_3$  и  $L$  исходной схемы (см. рис. 39) найдем по первому закону Кирхгофа для узла 2:

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \dot{J} + \dot{I}_4 = 0,04 + 0,0356e^{-j140,59^\circ} = \\ &= 0,04 - 0,0275 - j0,0226 = 0,0258e^{-j61,05^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

### 5. Расчет тока в ветви с источником ЭДС методом эквивалентного генератора

Для определения параметров эквивалентного генератора напряжения в исходной схеме (см. рис. 39) отключим ветвь с  $R_1$  и  $E$  и получим в результате схему на рис. 41.

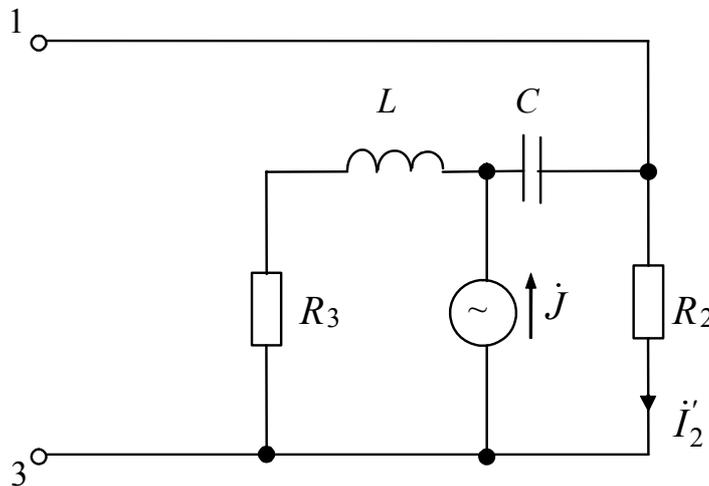


Рис. 41

ЭДС эквивалентного генератора  $\dot{E}_T$  равна напряжению между точками 1 и 3. Для ее вычисления предварительно найдем  $\dot{I}'_2$  (ток источника тока замыкается по двум параллельным ветвям):

$$\begin{aligned} \dot{I}'_2 &= j \frac{R_3 + jX_L}{R_2 + R_3 + jX_L - jX_C} = 0,04 \frac{400 + j600}{700 + j350} = \\ &= 0,04 \frac{72,11e^{j56,31^\circ}}{78,26e^{j26,56^\circ}} = 0,0369e^{j29,75^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Напряжение эквивалентного генератора:

$$\dot{E}_r = \dot{U}_{13} = \dot{I}'_2 R_2 = 0,0369e^{j29,75^\circ} \cdot 300 = 11,07e^{j29,75^\circ} \text{ В.}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора  $Z_r$  определяем, исключив из схемы (см. рис. 41) источник тока, т. е. по схеме на рис. 42.

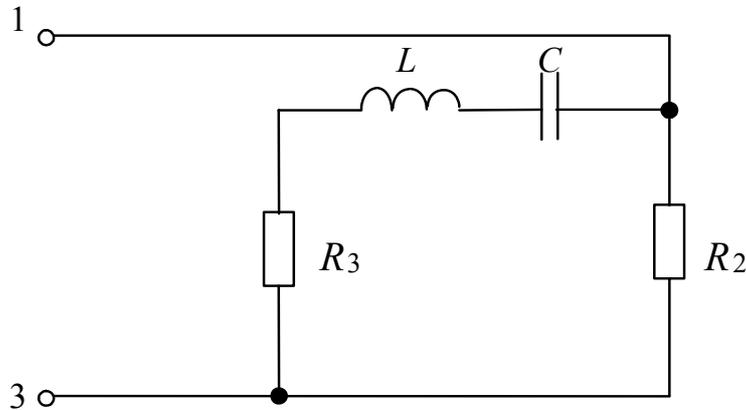


Рис. 42

$$\begin{aligned} Z_r &= \frac{R_2[R_3 + j(X_L - X_C)]}{R_2 + R_3 + jX_L - jX_C} = \frac{300(400 + j350)}{700 + j350} = \\ &= 300 \frac{531,51e^{j41,19^\circ}}{782,6e^{j26,56^\circ}} = 203,75e^{j14,63^\circ} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Искомый ток в ветви с  $R_1$  (так как напряжение на  $R_2$  направлено по направлению тока  $\dot{I}'_2$ , то ЭДС эквивалентного генератора направлена противоположно направлению этого тока):

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{E} - \dot{E}_r}{R_1 + Z_r} = \frac{20 - 11,07e^{j29,75^\circ}}{500 + 203,75e^{j14,63^\circ}} = \\ &= \frac{20 - 9,61 - j5,49}{500 + 197,14 + j51,46} = \frac{11,75e^{-j27,85^\circ}}{699,04e^{j4,22^\circ}} = 0,0168e^{-j32,07^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

### 6. Построение векторной диаграммы напряжений

Диаграмму строим для схемы на рис. 39.

Рассчитаем напряжение на всех элементах схемы, взяв значения токов в ветвях, определенных по методу контурных токов:

$$\dot{U}_{R_1} = R_1 \dot{I}_1 = 500 \cdot 0,0167 e^{-j32,1^\circ} = 8,35 e^{-j32,1^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{R_2} = R_2 \dot{I}_2 = 300 \cdot 0,0451 e^{j19,7^\circ} = 13,53 e^{j19,7^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{R_3} = R_3 \dot{I}_3 = 400 \cdot 0,0267 e^{-j64,3^\circ} = 10,68 e^{-j64,3^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_L = jX_L \dot{I}_3 = j600 \cdot 0,0267 e^{-j64,3^\circ} = 16,02 e^{j25,7^\circ} \text{ В,}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_C &= -jX_C \dot{I}_4 = -j250 \cdot 0,0372 e^{-j139,68^\circ} = 9,3 e^{-j229,68^\circ} = \\ &= 9,3 e^{j(360-229,68)^\circ} = 9,3 e^{j130,32^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Диаграмма представлена на рис. 43.

Порядок построения ее следующий. Из начала координат в выбранном масштабе по оси +1 отложен вектор  $\dot{E}$  (так как начальная фаза источника ЭДС равна нулю).

Так же из начала координат под углом минус  $32,1^\circ$  проведен вектор  $\dot{U}_{R_1}$ , из конца последнего вектора под углом  $19,7^\circ$  (относительно направления оси +1) – вектор  $\dot{U}_{R_2}$ . По второму закону Кирхгофа сумма напряжений на  $R_1$  и  $R_2$  должна равняться приложенной ЭДС (при обходе по внешнему контуру схемы, см. рис. 39). Поэтому концы векторов  $\dot{E}$  и  $\dot{U}_{R_2}$  совпали.

В схеме есть еще один контур с источником ЭДС (содержит элементы  $R_1, C, L, R_3$ ). Для этого контура первый вектор, а именно  $\dot{U}_{R_1}$ , уже построен. Из конца вектора  $\dot{U}_{R_1}$  под углом  $130,32^\circ$  проведен вектор  $\dot{U}_C$  и аналогично далее под углом  $25,7^\circ$  вектор  $\dot{U}_L$  и под углом минус  $64,3^\circ$  вектор  $\dot{U}_{R_3}$ .

Конец вектора  $\dot{U}_{R_3}$  совпал с концом вектора  $\dot{E}$ .

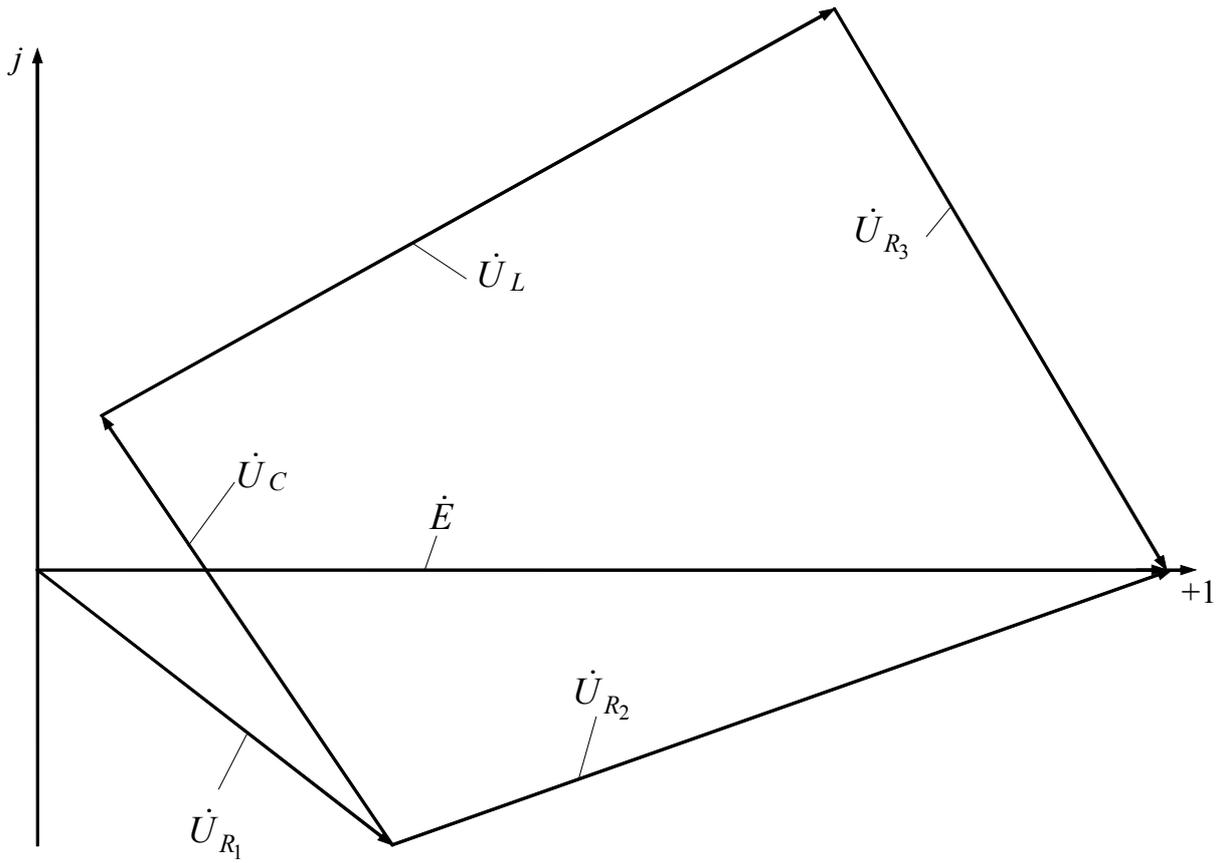


Рис. 43

Векторная диаграмма, таким образом, позволяет произвести проверку выполненных расчетов (несовпадение концов векторов  $\dot{E}$ ,  $\dot{U}_{R_1}$  и  $\dot{U}_{R_3}$  указало бы на неправильный расчет цепи).

### 4.3 Правила оформления отчета по выполнению контрольной работы

Отчет по контрольной и лабораторным работам выполняется согласно требованиям ОС ТУСУР 01–2013 «Работы студенческие по направлению подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления». URL: <https://regulations.tusur.ru/documents/70>

Структура отчета по контрольной работе:

- титульный лист;
- основная часть;
- список использованных источников.

Форма титульного листа отчета по контрольной (лабораторной) работе) приведена в приложении А.

В основной части отчета должны быть:

- исходные данные, включая схему;
- задание на выполнение работы;
- расчеты, сопровождаемые комментариями и промежуточными схемами.

Расчеты должны оформляться в следующем порядке:

- формула;
- знак = (равно);
- подстановка числовых значений величин (в основных единицах СИ) в последовательности буквенных обозначений в формуле;
- знак = (равно);
- результат с единицей физической величины (результаты расчетов для комплексных чисел должны представляться и в алгебраической, и в показательной формах).

## 5 ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

### 5.1 Цель практикума

Целью лабораторного практикума является приобретение навыков сборки и испытания электрических цепей на экране персонального компьютера с помощью пакета ASIMEC. Этот пакет содержит необходимые инструменты для создания графических образов схем, их моделирования и визуализации результатов. По каждой работе выполняется отчет, который оформляется аналогично изложенному в п. 4.3.

Выбор варианта лабораторных работ осуществляется по общим правилам с использованием следующей формулы:

$$V = (N \times K) \operatorname{div} 100,$$

где  $V$  – искомый номер варианта,

$N$  – общее количество вариантов,

$\operatorname{div}$  – целочисленное деление,

при  $V = 0$  выбирается максимальный вариант,

$K$  – код варианта.

### 5.2 Программа моделирования электронных схем ASIMEC

#### 5.2.1 Назначение и состав системы ASIMEC

Инструментальным средством для выполнения лабораторных работ является система моделирования электронных схем ASIMEC, разработанная на кафедре промышленной электроники ТУСУРа.

Программный пакет ASIMEC представляет собой систему автоматизированного моделирования электронных схем во временной и частотной областях.

Основное окно системы **ASIMEC** показано на рис. 44. Оно содержит наборное поле, на котором изображается схема моделируемого устройства, главное меню, которое позволяет организовывать, считывать и запоминать файлы, панель управления моделированием, панель управления параметрами среды, «ящички» с компонентами электронных схем и инспектор объектов. Краткие подсказки по элементам управления можно получить во всплывающих окнах, если на некоторое время поместить на них курсор мыши.

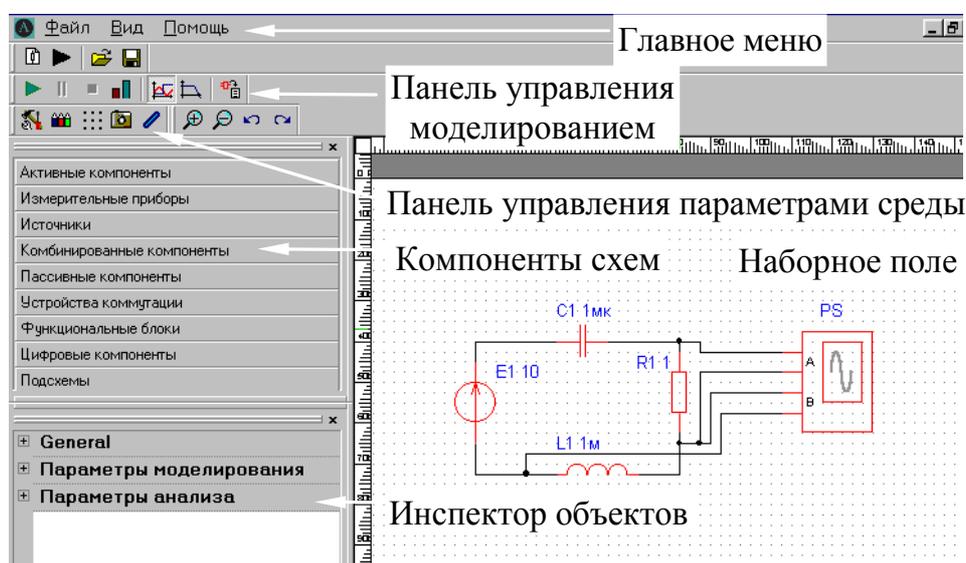


Рис. 44

На рис. 45 показана панель управления процессом моделирования. Сначала, путем нажатия соответствующей кнопки, выбирается вариант анализа (временной или частотный), и далее нажимается кнопка запуска моделирования. Процесс моделирования можно остановить (приостановить) путем нажатия соответствующей кнопки. При нажатии кнопки **Показать инструмент** появляется экран осциллографа и плоттера Боде (см. ниже). Задание параметров моделирования (метода интегрирования

системы дифференциальных уравнений, шага интегрирования и т. д.) задается путем нажатия кнопки **Свойства схемы** .

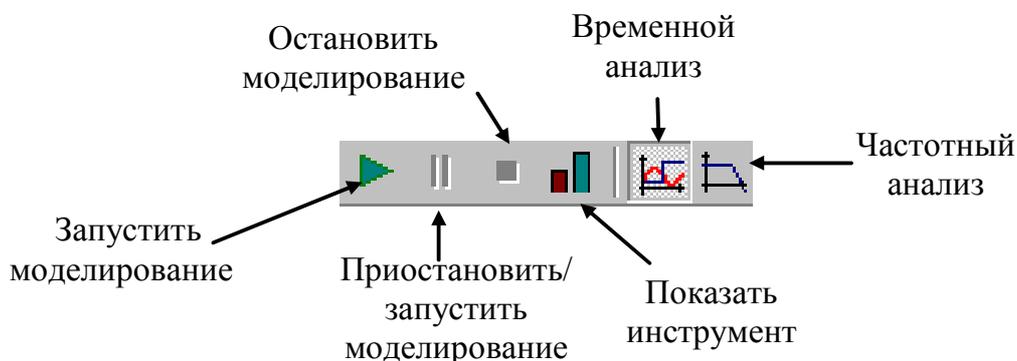


Рис. 45

«Ящики» с компонентами схем содержат активные (транзисторы, операционные усилители), пассивные (конденсаторы, резисторы, диоды и т. д.) компоненты, измерительные приборы (вольтметр, амперметр, ваттметр, плоттер Боде, осциллограф), источники питания (генераторы напряжения и тока различной формы), устройства коммутации (ключи) и другие устройства, являющиеся элементами электронных схем. Схемы изображаются на наборном поле.

В **Инспекторе объектов** отражаются параметры элементов моделей, параметры моделирования, анализа и т. д.

Более подробно с основными правилами моделирования, изображения схем, проведения измерений можно ознакомиться в главном меню **Помощь**.

### 5.2.2 Проведение измерений при временном анализе

Основным прибором, позволяющим проводить измерения во временной области, является осциллограф, условное графическое изображение которого показано на рис. 46. Он имеет два канала А и В, заземленных одним из своих зажимов и подключаемых к источникам сигналов.

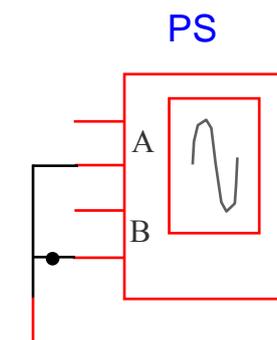


Рис. 46

Перед проведением временного анализа нужно нажать кнопку **Свойства схемы**  и установить параметры **Масштаб времени** и  $t_{\text{stop}}$  (конечное время расчета в секундах). Поскольку моделирование проводится в реальном времени, масштаб времени принимается равным 1. Фиксация введенных параметров производится нажатием клавиши **Enter**.

Далее, путем последовательного нажатия клавиш  и , запускается процесс моделирования. При этом на экране появляется окно, в котором изображена лицевая панель виртуального осциллографа. В ее верхней горизонтальной части расположены кнопки  (включение маркеров),  (копирование осциллограммы в виде растрового рисунка, например в текстовый файл), а также кнопки прерывания моделирования . В верхних вертикальных частях для каждого из каналов (А и В) имеются кнопки с соответствующими окнами управления масштабом вертикальной развертки луча и его смещения по вертикали, а также кнопка **Автомасштаб**. В нижней горизонтальной части панели расположены кнопки управления горизонтальной разверткой лучей с соответствующим окном и движок перемещения осциллограмм по горизонтальной оси.

Измерения производятся с помощью маркеров, активизируемых нажатием кнопки . При этом возникают две пары горизонтальных маркеров, служащих для измерения двух уровней каждого из сигналов

(по каналам А и В), и пара горизонтальных маркеров, предназначенных для измерения временных интервалов. Уровни сигналов и их разность (в вольтах) отражаются в окнах  $Y1$ ,  $Y2$ ,  $Y1 - Y2$ , а моменты времени и соответствующий им временной интервал – в окнах  $X1$ ,  $X2$ ,  $X2 - X1$ .

После завершения процесса моделирования окно с лицевой панелью осциллографа нужно развернуть на весь экран монитора, с помощью движка сдвинуть влево (к началу отсчета) осциллограмму и с помощью клавиш вертикальной и горизонтальной развертки развернуть ее на весь экран, это обеспечит повышенную точность измерений.

При измерении уровня сигнала выбирается один из горизонтальных маркеров (например, верхний) и подводится к участку осциллограммы, интересующему наблюдателя. Результат измерения считывается в соответствующем окне ( $Y1$  для верхнего маркера).

Измерение временных интервалов производится аналогично вертикальными маркерами. В этом случае левый маркер подводится к началу временного интервала, интересующего наблюдателя, правый маркер – к его концу. Результаты измерения – в окнах  $X1$ ,  $X2$ ,  $X2 - X1$ .

### **5.2.3 Проведение измерений при частотном анализе**

Основным прибором, применяющимся при исследовании в частотной области, является плоттер Боде. Его условное графическое изображение, принятое в **ASIMEC**, приведено на рис. 47. Исследуемая цепь подключается к левым клеммам плоттера, а выходной сигнал подается на правые клеммы.

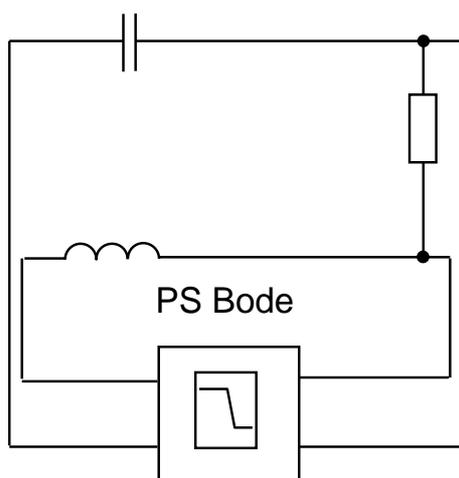


Рис. 47

Перед проведением частотного анализа нужно нажать кнопку **Свойства схемы**  и установить параметры **nd** (количество точек на декаде), **t<sub>start</sub>** (начальная частота, Гц) и **t<sub>stop</sub>** (конечная частота, Гц). Фиксация введенных параметров производится нажатием клавиши **Enter**. Далее, путем последовательного нажатия клавиш  и , запускается процесс моделирования. При этом на экране появляется окно, в котором изображена лицевая панель плоттера Боде. В ее верхней горизонтальной части расположены кнопки  (включение лупы),  (перемещение),  (включение маркеров),  (копирование диаграмм Боде в виде растрового рисунка, например в текстовый файл). Нажатие или отключение кнопок  и  приводит к воспроизведению диаграмм в виде точек или линий. Нажатием кнопок  и  включается логарифмическая шкала по оси частот и амплитуд. Кнопка  позволяет получить дискретный спектр для периодического сигнала.

Измерения производятся с помощью маркеров, активизируемых нажатием кнопки . При этом маркеры имеют вид пересекающихся горизонтальной и вертикальной линий. При движении их перекрестия вдоль

какой-либо частотной характеристики рядом возникают две цифры, первая из которых соответствует измеряемой частоте (в Гц), а вторая – измеряемой амплитуде или фазе.

### 5.3 Лабораторная работа № 1

#### «Экспериментальная проверка токораспределения в разветвленных цепях постоянного тока»

Отчет по лабораторным работам выполняется согласно требованиям ОС ТУСУР 01-2013 «Работы студенческие по направлению подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления». URL: <https://regulations.tusur.ru/documents/70>

Структура отчета по лабораторной работе:

- титульный лист;
- основная часть;
- список использованных источников.

Форма титульного листа отчета по контрольной (лабораторной) работе) приведена в приложении А.

5.3.1 Рассчитать токи всех ветвей цепи методом контурных токов.

Для расчетов используется схема на рис. 48. Параметры элементов приведены в таблице В.1 (приложение В).

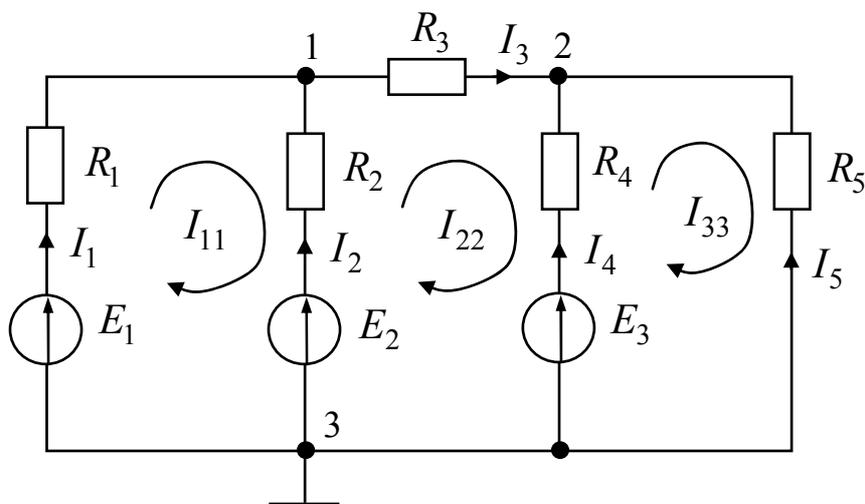


Рис. 48

Для упрощения работы по расчету цепи ниже приведена система уравнений с учетом обозначений, принятых на рис. 48.

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(R_1 + R_2) - I_{22}R_2 &= E_1 - E_2; \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{33}R_4 &= E_2 - E_3; \\ -I_{22}R_4 + I_{33}(R_4 + R_5) &= E_3. \end{aligned} \right\}$$

### 5.3.2 Определить токи всех ветвей экспериментально.

Для проведения эксперимента собрать цепь (см. рис. 48), включив в каждую ветвь по амперметру. Полярность подключения амперметров должна соответствовать разметке токов на схеме. Внутреннее сопротивление амперметров следует установить минимально возможным.

Результаты измерения и расчета токов занести в табл. 5.1.

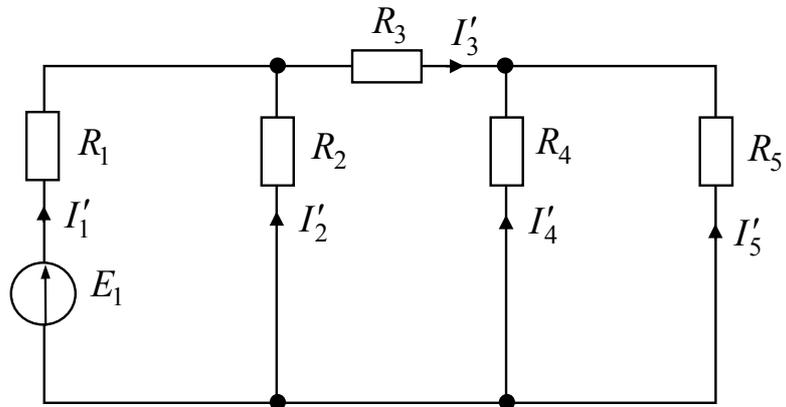
Таблица 5.1

Условия получения значения параметра	Параметры				
	$I_1, A$	$I_2, A$	$I_3, A$	$I_4, A$	$I_5, A$
Расчет					
Эксперимент					

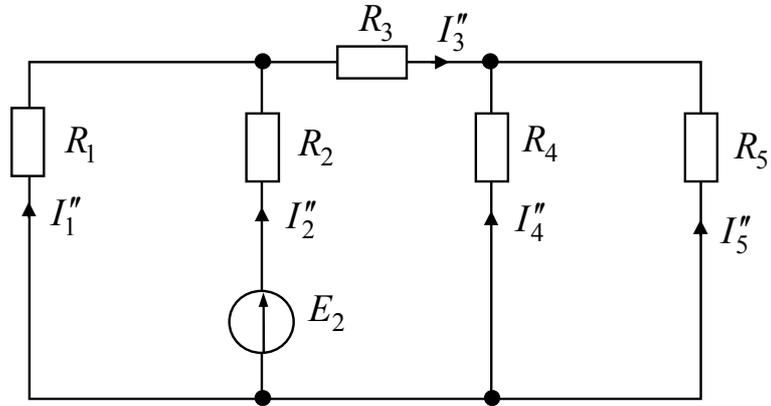
### 5.3.3 Проверить экспериментально метод наложения.

Согласно методу наложения ток в любой ветви электрической цепи равен алгебраической сумме частотных токов этой ветви. Поэтому для выполнения настоящего пункта программы требуется использовать три частичные схемы (по количеству источников в исследуемой цепи), которые приведены на рис. 49.

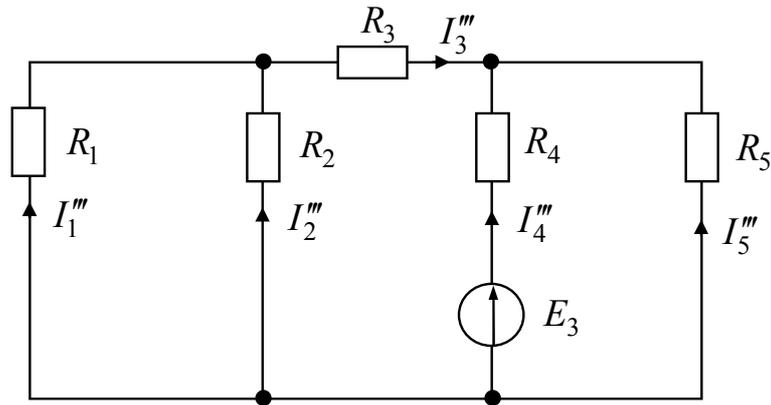
Практически для выполнения этого пункта программы целесообразно использовать ранее собранную цепь с амперметрами, исключая поочередно по два источника и заменяя их перемычками.



a



б



в

Рис. 49

Результаты измерений частичных токов занести в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Частичная схема	Токи ветвей				
	$I_1, \text{A}$	$I_2, \text{A}$	$I_3, \text{A}$	$I_4, \text{A}$	$I_5, \text{A}$
рис. 49, а					
рис. 49, б					
рис. 49, в					
Полные токи					
Расчетные токи					

В предпоследней строке таблицы должны быть представлены алгебраические суммы частичных токов ветвей, в последней – результаты расчетов из п. 5.3.1.

5.3.4 Проверить экспериментально выполнение второго закона Кирхгофа.

Согласно второму закону Кирхгофа в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма ЭДС источников равна алгебраической сумме напряжений на нагрузках. Для проведения эксперимента следует использовать контур из схемы на рис. 48, в котором направлен контурный ток  $I_{22}$ . Измерения напряжений производить с помощью вольтметров, подключив их параллельно с нагрузками  $R_2, R_3, R_4$ .

Внутренние сопротивления вольтметров выставить максимально возможными.

Полярность напряжений на нагрузках должна быть принята такой же, как и направления токов через нагрузки. Это следует учитывать при подключении выводов вольтметров.

Результаты измерений занести в табл. 5.3.

Таблица 5.3

$E_2,$ В	$E_2,$ В	Алгебраическая сумма ЭДС, В	$E_{R2},$ В	$E_{R3},$ В	$E_{R4},$ В	Алгебраическая сумма напряже- ний, В

### 5.3.5 Рассчитать потенциалы узлов.

Если узел 3 (см. рис. 48) заземлить, то неизвестными будут потенциалы двух узлов: первого и второго. Составленная по методу узловых потенциалов система уравнений относительно указанных неизвестных приведена ниже:

$$\begin{cases} \varphi_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_2 \frac{1}{R_3} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}; \\ -\varphi_1 \frac{1}{R_3} + \varphi_2 \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) = \frac{E_3}{R_4}. \end{cases}$$

Подставив в систему уравнений численные значения величин, найти потенциалы узлов 1 и 2.

### 5.3.6 Определить потенциалы узлов экспериментально.

Подключив в схеме на рис. 48 вольтметры между узлами 1 и 3, 2 и 3, измерить потенциалы узлов 1 и 2 относительно узла 3. Сравнить результаты с расчетами.

5.3.7 Проверить возможность замены треугольника сопротивлений эквивалентной звездой.

Исходная схема цепи с треугольником сопротивлений  $R_2, R_3, R_4$  относительно узлов  $a, b, c$  приведена на рис. 50. Параметры элементов заданы в таблице В.2 (приложение В).

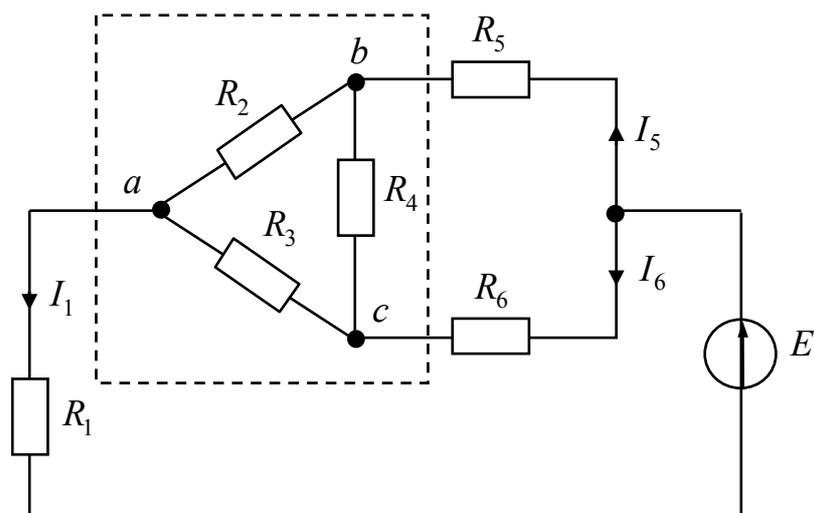


Рис. 50

Схема цепи с эквивалентной звездой представлена на рис. 51. Параметры элементов эквивалентной звезды рассчитываются по формулам:

$$R_7 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3 + R_4}; \quad R_8 = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_3 + R_4}; \quad R_9 = \frac{R_3 R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

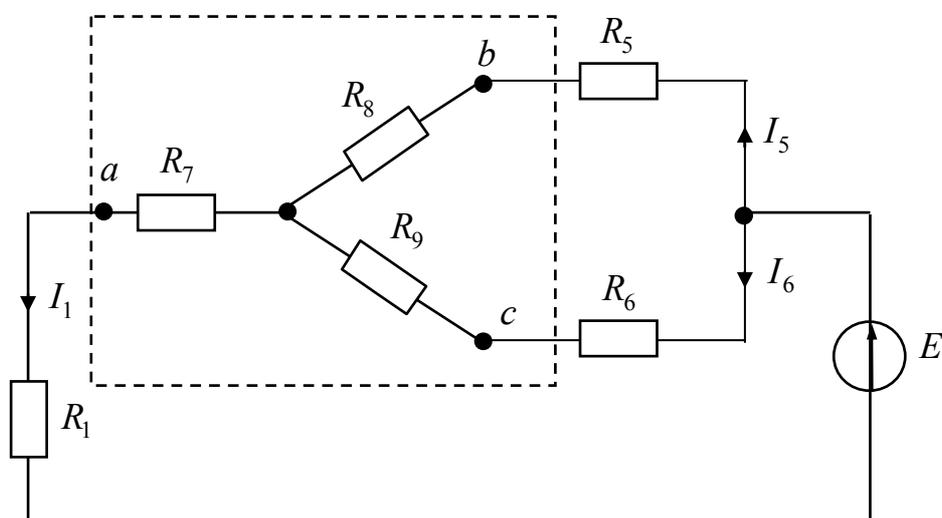


Рис. 51

Смысл эквивалентности заключается в том, что токораспределение в остальной части цепи (вне штриховой рамки) не изменяется.

Собрать схему по рис. 50, включив последовательно с резисторами  $R_1$ ,  $R_5$ ,  $R_6$  амперметры и замерить токи  $I_1$ ,  $I_5$ ,  $I_6$ .

Рассчитать сопротивления эквивалентной звезды  $R_7, R_8, R_9$ , включить их вместо резисторов  $R_2, R_3, R_4$  относительно точек  $a, b, c$ . В получившейся схеме (см. рис. 51) замерить токи  $I_1, I_5, I_6$ .

Результаты замеров токов занести в табл. 5.4.

Таблица 5.4

Схема	Токи		
	$I_1, \text{А}$	$I_5, \text{А}$	$I_6, \text{А}$
рис. 50 (исходная с треугольником)			
рис. 51 (эквивалентная со звездой)			

5.3.8 Проверить возможность замены звезды сопротивлений эквивалентным треугольником.

Исходная схема цепи со звездой сопротивлений  $R_7, R_8, R_9$  приведена на рис. 51. Параметры элементов заданы в таблице В.3 (приложение В).

Схема цепи с эквивалентным треугольником представлена на рис. 50. Параметры элементов эквивалентного треугольника рассчитываются по формулам:

$$R_2 = R_7 + R_8 + \frac{R_7 R_8}{R_9}; \quad R_3 = R_7 + R_9 + \frac{R_7 R_9}{R_8}; \quad R_4 = R_8 + R_9 + \frac{R_8 R_9}{R_7}.$$

Собрать схему по рис. 51, включив последовательно с резисторами  $R_1, R_5, R_6$  амперметры, и замерить токи  $I_1, I_5, I_6$  (параметры элементов из предыдущего пункта программы работы к настоящему пункту отношения не имеют!).

Рассчитать сопротивления эквивалентного треугольника  $R_2, R_3, R_4$ , включить их вместо резисторов  $R_7, R_8, R_9$  относительно точек  $a, b, c$ . В получившейся схеме (см. рис. 50) замерить токи  $I_1, I_5, I_6$ .

Результаты замеров токов занести в табл. 5.5.

Таблица 5.5

Схема	Токи		
	$I_1, \text{A}$	$I_5, \text{A}$	$I_6, \text{A}$
рис. 51 (исходная со звездой)			
рис. 50 (эквивалентная с треугольником)			

5.3.9 Сделать выводы по результатам всех проведенных экспериментов.

## 5.4 Лабораторная работа № 2

### «Исследование цепей на переменном синусоидальном токе»

5.4.1 Собрать цепь согласно рис. 52 с параметрами из таблице Г.1 (четные варианты) или Г.2 (нечетные варианты) (приложение Г), включив в каждую ветвь по амперметру и параллельно каждому элементу – по вольтметру.

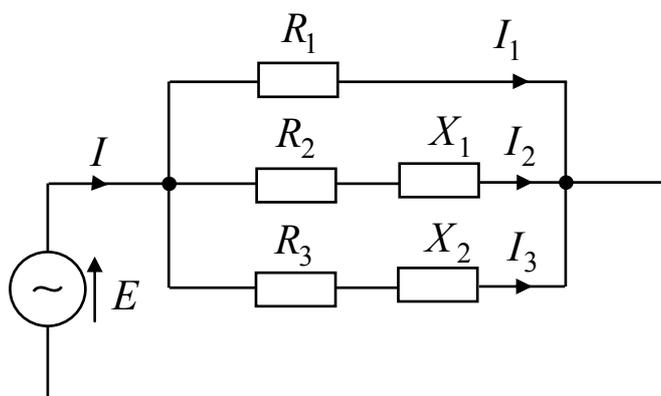


Рис. 52

Измерить с помощью амперметров и вольтметров действующие (эффективные) значения токов и напряжений.

Измерить с помощью осциллографа амплитуды напряжений на всех элементах и фазовые сдвиги между синусоидами напряжений на активных и реактивных элементах (на  $R_2$  и  $X_1$ , на  $R_3$  и  $X_2$ ). Например, для измерений напряжений и фазового сдвига в ветви с элементами  $R_2$  и  $X_1$  следует собрать схему согласно рис. 53. Для измерений в ветви с элементами  $R_3$  и  $X_2$  общую точку входов А и В осциллографа следует переключить к соединению между этими элементами.

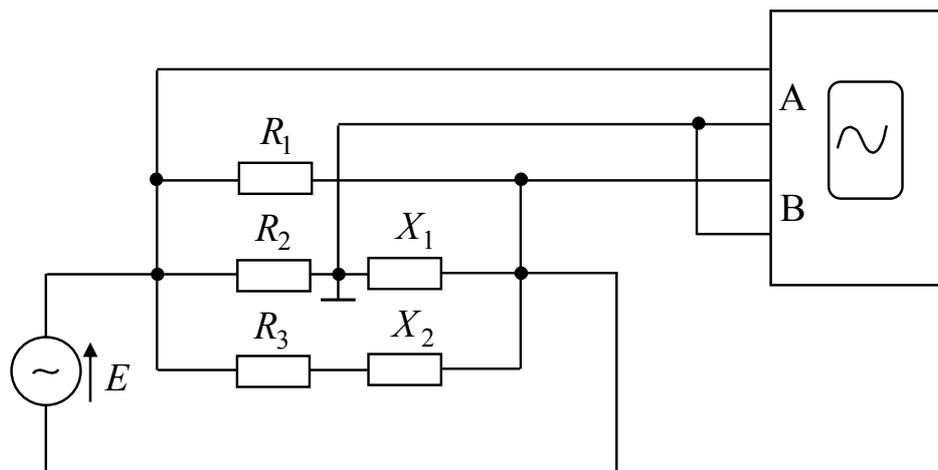


Рис. 53

Рассчитать все токи и напряжения. Расчетные и экспериментальные данные занести в табл. 5.6.

Таблица 5.6

Условия получения значения параметра		Параметры							
		$U_{R_2}$	$U_{X_1}$	$U_{R_3}$	$U_{X_2}$	$I$	$I_1$	$I_2$	$I_3$
Эксперимент (эффективные значения)									
Расчет	Эффективные значения								
	Амплитудные значения								
Эксперимент (амплитудные значения)									

Для упрощения работы по расчетам ниже приводятся необходимые формулы для определения токов:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{R_1}; \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}}{R_2 + jX_1}; \quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}}{R_3 + jX_2};$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3.$$

Сравнить полученные результаты и сделать выводы.

Построить векторную диаграмму токов и напряжений (указать масштабы для токов и напряжений).

5.4.2 Исследовать процессы в последовательном резонансном контуре, схема которого приведена на рис. 54.

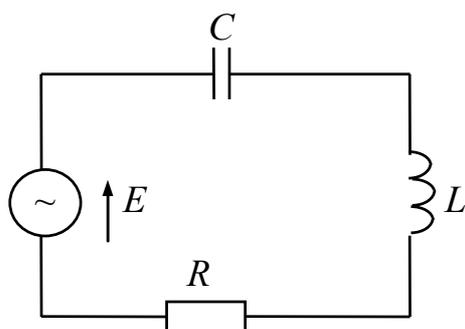


Рис. 54

Параметры элементов цепи в соответствии с индивидуальным вариантом представлены в таблице Г.3 (приложение Г).

Основной характеристикой резонансной цепи является зависимость тока в цепи  $I$  от частоты  $\omega$ , или, в относительных единицах, зависимость  $I/I_p$  от  $\omega$ , где  $I_p$  – ток при резонансе (см. рис. 50 [1]). Но, с другой стороны, напряжение на резисторе  $U_R = IR$ , а при резонансе  $U_R = E$ . Таким образом, зависимость  $U_R/E$  от  $\omega$  полностью повторяет зависимость  $I/I_p$  от  $\omega$  и называется амплитудной частотной характеристикой (АЧХ) колебательного контура.

В технике обычно амплитудную частотную характеристику изображают в логарифмическом масштабе. Логарифмической единицей усиления или ослабления сигнала при прохождении его через какое-либо устройство при выражении десятичным логарифмом величины отношения мощности на выходе  $P_{\text{вых}}$  к мощности на входе  $P_{\text{вх}}$  принят бел. Так как мощность сигнала пропорциональна квадрату его амплитуды  $A$ , получим:

$$\lg \frac{P_{\text{ВЫХ}}}{P_{\text{ВХ}}} = \lg \left( \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}} \right)^2 = 2 \lg \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}}.$$

Но так как бел является достаточно крупной единицей усиления (ослабления) мощности (увеличению мощности в 10 раз соответствует 1 Б), то за единицу измерения ее принят децибел  $1 \text{ дБ} = 0,1 \text{ Б}$ .

С учетом этого можно записать:

$$10 \cdot 2 \lg \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}} = 20 \lg A(\omega) = G(\omega).$$

Величина логарифма амплитудной характеристики, выраженная в децибелах

$$G(\omega) = 20 \lg A(\omega),$$

называется логарифмической амплитудно-частотной характеристикой (ЛАЧХ). При использовании обозначений, принятых в описании настоящей лабораторной работы, можно записать:

$$G(\omega) = 20 \lg \frac{U_R}{E}.$$

Таким образом, изменению отношения двух амплитуд в 10 раз соответствует изменение усиления на 20 дБ, в 100 раз – на 40 дБ, в 1000 раз – на 60 дБ и т. д.

Вычислим, какому отношению амплитуд соответствует один децибел, два и т. д.

$$1 \text{ дБ} = 20 \lg \left( \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}} \right);$$

$$\lg \left( \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}} \right) = \frac{1}{20};$$

$$\frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}} = 10^{1/20} = \sqrt[20]{10} = 1,122.$$

То есть  $1 \text{ дБ} \Leftrightarrow 1,122$ ;

$2 \text{ дБ} \Leftrightarrow (1,122)^2 = 1,259$ ;

$$3 \text{ дБ} \Leftrightarrow (1,122)^3 = 1,412 \approx \sqrt{2};$$

$$4 \text{ дБ} \Leftrightarrow 1,585;$$

$$5 \text{ дБ} \Leftrightarrow 1,778;$$

$$6 \text{ дБ} \Leftrightarrow 1,995 \approx 2.$$

При резонансе сдвиг по фазе между током в цепи, а следовательно, и напряжением на резисторе и ЭДС равен нулю, т. е.  $\varphi = 0$ . При отсутствии резонанса  $\varphi \neq 0$ . Зависимость  $\varphi$  от  $\omega$  называется фазовой частотной характеристикой (ФЧХ).

Схема подключения последовательной резонансной цепи к плоттеру для снятия частотных характеристик представлена на рис. 47.

Установка диапазона сканирования частоты (величин  $t_{\text{start}}$  и  $t_{\text{stop}}$ ) осуществляется таким образом, чтобы в него попала резонансная частота, определенная расчетным путем. Затем экспериментально подбирается верхнее значение частоты сканирования (должно быть несколько больше значения верхней границы полосы пропускания) и нижнее (должно быть несколько меньше значения нижней границы полосы пропускания).

Причем при использовании логарифмического масштаба величине  $I/I_p = U_R/E = 1/\sqrt{2}$  соответствует минус 3 дБ, а величине  $I/I_p = U_R/E = 1$  – соответствует 0 дБ.

В лабораторной работе необходимо выполнить следующее задание:

1) рассчитать резонансную частоту  $f_0$ , частоты, соответствующие границам полосы пропускания, характеристическое сопротивление  $\rho$  и добротность  $Q$  последовательного резонансного контура;

2) собрать схему согласно рис. 47 и с помощью плоттера получить АЧХ (либо ЛАЧХ). Плоттер должен быть настроен таким образом, чтобы почти во весь экран располагалась часть характеристики, соответствующая полосе пропускания. Замерить резонансную частоту и частоты,

соответствующие границам полосы пропускания, определить ширину полосы пропускания. В отчете привести характеристику и на ней показать производимые измерения;

3) получить ФЧХ, замерить фазовый сдвиг на резонансной частоте и на нижней и верхней границах полосы пропускания. Привести в отчете характеристики и показать измерения;

4) собрать схему на рис. 55 и замерить с помощью вольтметров напряжения на конденсаторе и дросселе при частоте, равной резонансной. При этой частоте определить напряжение на реактивных элементах расчетным путем. Сравнить результаты эксперимента и расчета;

5) уменьшить в два раза сопротивление резистора и выполнить пункты 1–4 задания;

6) вернуть исходное значение сопротивления резистора, уменьшить в два раза емкость конденсатора и выполнить пункты 1–4 задания;

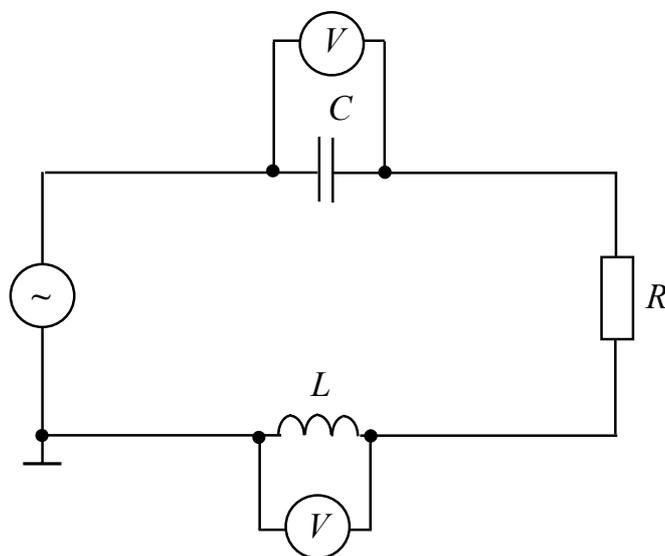


Рис. 55

7) вернуть исходное значение емкости конденсатора, уменьшить в два раза индуктивность дросселя и выполнить пункты 1–4 задания;

8) оценить зависимость ширины полосы пропускания от добротности, сделать выводы по результатам работы в целом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Теоретические основы электротехники : учеб. пособие : в 2 ч. / Б. И. Коновалов. – Томск : ФДО, ТУСУР, 2016. – Ч. 1. – 158 с.
2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник для вузов / Л. А. Бессонов. – 11-е изд. – М. : Юрайт, 2013. – 704 с.
3. Сборник задач по теоретическим основам электротехники : учеб. пособие для вузов / Л. А. Бессонов [и др.]. – 4-е изд. – М. : Высш. шк., 2003. – 528 с.
4. Основы теории цепей : учебник для вузов / Г. В. Зевеке [и др.]. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
5. Демирчян, К. С. Теоретические основы электротехники : учебник для вузов / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин. – 5-е изд. – СПб. : Питер, 2009. – Т. 1. – 512 с.
6. Шебес, М. Р. Теория линейных электрических цепей в упражнениях и задачах : учеб. пособие для вузов / М. Р. Шебес. – 2-е изд. – М. : Высш. шк., 1973. – 656 с.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А****(справочное)****Форма титульного листа по контрольной  
(лабораторной) работе**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)****ОТЧЕТ**по контрольной<sup>1</sup> работе № \_\_

« \_\_\_\_\_ »

(название)

по дисциплине «Теория электрических цепей»

Томск – 2016

---

<sup>1</sup> Если выполняется лабораторная работа, оформляется отчет по лабораторной работе.

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б****(обязательное)****Варианты заданий для контрольной работы № 2**

Таблица Б.1 – Исходные данные к контрольной работе № 2

Вариант	$E_1, В$	$E_3, В$	$E_4, В$	$E_5, В$	$E_6, В$	$E_8, В$
1	0	15	0	20	0	10
2	15	0	0	12	0	10
3	10	0	0	20	15	0
4	0	0	25	0	20	16
5	0	5	10	15	0	0
6	12	0	8	6	0	0
7	0	0	10	0	17	20
8	26	0	14	0	18	0
9	0	0	12	18	24	0
10	14	21	0	17	0	0
11	0	0	26	0	20	17
12	0	12	0	16	0	12
13	13	0	0	10	0	20
14	8	0	0	17	14	0
15	0	0	22	0	18	12
16	0	24	0	18	0	10
17	22	0	0	16	0	12
18	30	0	0	14	22	0
19	0	0	33	0	25	11
20	0	10	30	20	0	0
21	28	0	10	18	0	0
22	0	0	13	0	20	32
23	13	0	30	0	18	0
24	0	0	25	15	10	0
25	20	14	0	30	0	0
26	0	0	32	0	21	15
27	0	20	0	30	0	10
28	10	0	0	32	0	23
29	30	0	0	21	12	0
30	0	0	12	0	24	30

Таблица Б.2. – Исходные данные к контрольной работе № 2

Вариант	$R_1, \text{ Ом}$	$g_2, \text{ См}$	$R_3, \text{ Ом}$	$R_4, \text{ Ом}$	$R_5, \text{ Ом}$	$R_6, \text{ Ом}$	$g_7, \text{ См}$	$R_8, \text{ Ом}$
1	15	0	30	13	20	10	0,04	15
2	18	0,01	18	20	10	12	0	30
3	24	0	25	30	10	18	0,033	20
4	25	0,014	0	17	$\infty$	25	0,029	30
5	20	0,04	25	25	17	16	0	0
6	30	0,02	$\infty$	40	50	10	0,01	0
7	45	0,033	35	18	$\infty$	40	0,025	27
8	25	0,01	$\infty$	60	45	30	0,02	0
9	55	0	0	44	65	25	0,022	0
10	17	0,038	38	63	24	47	0	0
11	0	0,009	17	32	$\infty$	20	0,015	15
12	14	0,04	15	4	18	$\infty$	0,05	24
13	20	0	16	18	10	10	0,018	15
14	21	0,018	22	26	10	15	0	18
15	22	0	0	14	15	24	0,033	27
16	20	0	32	10	20	10	0,05	18
17	16	0,01	40	30	24	16	0	10
18	14	0	18	28	20	20	0,033	28
19	28	0,014	0	18	$\infty$	26	0,03	18
20	16	0,05	26	20	16	20	0	0
21	10	0,04	$\infty$	20	30	30	0,01	0
22	40	0,033	30	24	$\infty$	30	0,025	24
23	20	0,01	$\infty$	18	32	18	0,02	0
24	26	0	0	20	17	15	0,025	0
25	20	0,038	25	20	25	30	0	0
26	0	0,01	18	30	$\infty$	24	0,015	24
27	20	0,05	25	30	25	$\infty$	0,05	18
28	15	0	16	20	30	30	0,018	20
29	25	0,01	20	20	32	32	0	20
30	42	0	0	21	21	30	0,033	10

Таблица Б.3 – Исходные данные к контрольной работе № 2

Вариант	$E_1$ , В	$E_2$ , В	$E_3$ , В	$f$ , Гц	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	0	15	24	50	50	60	70	–	0,2 Гн	–
2	20	0	36	60	40	40	70	–	0,1 Гн	–
3	24	40	0	100	60	60	45	0,1 Гн	–	–
4	0	36	24	150	56	70	50	0,06 Гн	–	–
5	25	0	36	200	50	65	50	–	–	0,04 Гн
6	30	16	0	300	50	36	27	–	–	0,01 Гн
7	0	20	30	400	26	40	36	–	0,02 Гн	–
8	18	0	28	50	50	60	70	–	50 мкФ	–
9	25	35	0	60	40	40	70	0,15 Гн	–	–
10	0	15	25	100	60	60	45	30 мкФ	–	–
11	30	0	40	200	56	70	50	–	–	16 мкФ
12	40	28	0	300	50	65	40	–	–	13 мкФ
13	0	40	20	400	56	30	24	–	13 мкФ	–
14	24	0	36	50	26	32	40	–	0,1 Гн	–
15	28	36	0	60	50	70	60	50 мкФ	–	–
16	0	16	27	100	40	70	40	0,06 Гн	–	–
17	18	0	36	200	45	60	60	–	–	0,04 Гн
18	20	30	0	300	50	36	62	–	–	0,03 Гн
19	0	24	36	400	40	50	70	–	0,02 Гн	–
20	24	0	40	50	30	56	60	–	50 мкФ	–
21	40	15	0	60	40	56	56	70 мкФ	–	–
22	0	24	28	100	32	30	48	50 мкФ	–	–
23	25	0	36	200	36	60	50	–	–	16 мкФ
24	30	20	0	300	50	36	56	–	–	10 мкФ
25	0	25	35	400	40	40	60	–	10 мкФ	–
26	34	0	26	50	56	36	70	–	0,1 Гн	–
27	26	36	0	60	60	30	45	0,16 Гн	–	–
28	0	18	30	100	56	40	32	0,09 Гн	–	–
29	36	0	18	200	50	40	30	–	–	0,04 Гн
30	20	30	0	300	40	50	60	–	–	0,03 Гн

**ПРИЛОЖЕНИЕ В****(обязательное)****Варианты заданий для лабораторной работы № 1**

Таблица В.1 – Исходные данные к лабораторной работе № 1

Вариант	$E_1, В$	$E_2, В$	$E_3, В$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$
1	10	15	20	27	36	27	48	56
2	15	18	24	48	62	36	72	50
3	6	12	15	18	27	33	24	43
4	9	14	18	27	33	22	43	18
5	20	16	12	43	36	24	40	30
6	24	10	14	50	62	36	27	33
7	30	20	15	60	30	43	68	20
8	16	30	12	32	60	24	32	60
9	12	20	15	27	36	27	48	56
10	20	8	18	48	62	36	72	50
11	10	15	20	18	27	33	24	43
12	15	18	24	27	33	22	43	18
13	6	12	16	43	36	24	40	30
14	9	14	18	50	62	36	27	33
15	21	16	12	60	30	43	68	20
16	24	10	14	32	60	24	32	60
17	30	24	15	27	36	27	48	56
18	16	30	12	48	62	36	72	50
19	12	20	16	18	27	33	24	43
20	20	9	18	27	33	22	43	18
21	11	16	20	43	36	24	40	30
22	14	18	24	50	62	36	27	33
23	6	12	15	60	30	43	68	20
24	8	14	18	32	60	24	32	60
25	20	14	8	27	36	30	48	56
26	24	10	14	48	62	36	72	50
27	28	20	14	18	27	33	24	43
28	16	30	12	27	36	20	43	15
29	12	20	15	43	36	24	40	30
30	20	8	18	50	62	36	27	30

Таблица В.2 – Исходные данные к лабораторной работе № 1

Вариант	$E, В$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$	$R_6, Ом$
1	20	50	200	300	400	70	90
2	24	60	300	200	400	80	120
3	27	70	150	200	300	90	130
4	30	80	200	300	150	100	130
5	27	90	180	220	240	110	100
6	24	100	240	220	150	90	80
7	20	90	200	400	300	80	70
8	18	80	250	200	150	90	70
9	15	70	200	200	100	90	110
10	18	60	100	150	200	100	70
11	20	70	200	300	400	110	80
12	24	80	300	200	400	70	110
13	27	90	150	200	300	90	80
14	30	100	200	300	150	80	100
15	27	90	180	220	240	90	70
16	24	50	240	220	150	120	80
17	20	70	200	400	300	130	90
18	18	60	250	200	150	130	100
19	15	50	200	200	100	100	110
20	18	60	100	150	200	80	90
21	20	70	200	300	400	70	80
22	24	80	300	200	400	70	90
23	27	90	150	200	300	110	90
24	30	100	200	300	150	70	100
25	27	90	180	220	240	80	110
26	24	100	240	220	150	110	70
27	20	80	200	400	300	80	90
28	18	70	250	200	150	100	80
29	15	60	200	200	100	70	90
30	18	90	100	150	200	80	110

Таблица В.3 – Исходные данные к лабораторной работе № 1

Вариант	$E, В$	$R_1, Ом$	$R_5, Ом$	$R_6, Ом$	$R_7, Ом$	$R_8, Ом$	$R_9, Ом$
1	27	60	100	130	300	200	400
2	30	70	110	100	200	300	90
3	27	80	90	80	300	150	100
4	24	90	80	70	200	300	150
5	20	100	90	70	180	220	240
6	18	90	90	110	240	210	150
7	15	80	100	70	200	400	300
8	18	70	110	80	250	200	140
9	20	60	70	110	200	200	100
10	24	70	90	80	100	150	200
11	27	80	80	100	200	300	400
12	30	90	90	70	300	200	400
13	27	100	120	80	150	210	320
14	24	90	130	90	180	220	270
15	20	80	130	100	300	220	140
16	18	70	100	110	210	420	330
17	15	60	80	90	260	200	150
18	18	70	70	80	200	200	100
19	20	80	70	90	100	150	200
20	24	90	110	90	200	300	400
21	27	100	70	100	300	200	400
22	30	90	80	110	140	190	300
23	27	80	110	70	200	330	160
24	24	70	80	90	180	220	270
25	20	60	100	80	240	210	140
26	18	50	70	90	200	420	300
27	15	60	80	110	250	200	140
28	18	70	70	90	200	200	100
29	20	80	80	120	100	160	220
30	24	90	90	130	300	200	400

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г**  
**(обязательное)**

**Варианты заданий для лабораторной работы № 2**

Таблица Г.1 – Исходные данные к лабораторной работе № 2 (четные варианты)

Вариант	$E, В$	$f, Гц$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$L_1, Гн (X_1)$	$L_2, Гн (X_2)$
2	20	50	12	7	5	0,034	0,021
4	25	60	15	24	9	0,041	0,032
6	30	100	20	12	30	0,03	0,03
8	35	150	18	28	34	0,017	0,034
10	40	200	24	20	32	0,032	0,024
12	45	400	25	40	13	0,008	0,005
14	50	200	25	48	12	0,016	0,015
16	55	150	36	22	36	0,032	0,03
18	60	100	40	25	28	0,063	0,04
20	65	60	36	23	38	0,1	0,05
22	60	50	45	48	12	0,065	0,04
24	55	60	40	36	16	0,09	0,05
26	50	100	30	50	45	0,11	0,05
28	45	150	30	18	32	0,028	0,021
30	40	200	28	25	35	0,036	0,025

Таблица Г.2 – Исходные данные к лабораторной работе № 2 (нечетные варианты)

Вариант	$E, В$	$f, Гц$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$C_1, мкФ (X_1)$	$C_2, мкФ (X_2)$
1	75	100	42	20	30	50	76
3	70	150	38	12	22	46	96
5	65	200	35	13	24	36	67
7	60	400	30	18	8	40	23
9	55	200	42	17	26	29	50
11	50	150	35	16	25	41	53
13	45	100	40	24	20	100	52
15	40	60	34	20	14	330	95
17	35	50	37	15	14	455	160
19	30	60	12	8	16	170	440
21	25	100	12	5	17	160	160
23	30	150	18	10	15	66	70
25	35	200	20	18	25	31	50
27	40	400	44	30	16	22	15
29	45	200	48	32	17	50	27

Таблица Г.3 – Исходные данные к лабораторной работе № 2

Вариант	$E$ , В	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ
1	20	100	10	0,04
2	25	125	8	0,032
3	30	150	7	0,086
4	35	175	6	0,01
5	40	180	45	0,05
6	45	200	45	0,06
7	50	220	40	0,05
8	45	170	60	0,07
9	40	140	60	0,15
10	35	150	8	0,02
11	30	120	9	0,03
12	25	50	10	0,13
13	20	50	13	0,26
14	25	70	10	0,07
15	30	100	30	0,15
16	35	125	15	0,05
17	40	110	17	0,08
18	45	140	13	0,03
19	50	200	12	0,02
20	45	110	10	0,05
21	40	80	8	0,08
22	35	100	8	0,07
23	30	70	50	0,8
24	25	100	20	0,15
25	20	40	10	0,4
26	25	60	11	0,18
27	30	90	13	0,09
28	35	70	16	0,16
29	40	60	20	0,2
30	45	90	21	0,13