Индивидуальное домашнее задание по теории вероятностей НКАбд-03-23 (осенний семестр).

1. Найдите вероятность того, что произведение двух последних цифр номера автомобиля:
   а) Равно n; больше n; меньше n;
   б) Заключено в промежутке $[n_1; n_2]$.
2. Из колоды в 52 карты наугад (без возвращения) извлекаются четыре. Найти вероятность указанных в варианте событий.
3. В четырехугольник с вершинами в точках $(a_1; b_1), (a_2; b_2)$, $(a_3; b_3)$ и $(a_4; b_4)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности бросается точка. Обозначим через ξ и η координаты этой точки. Вычислите вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + 2(\xi - c)x + d\eta + f = 0$ не будет иметь действительные корни.
4. Из двух урн, в каждой из которых находятся n шаров с написанных на них числами от 1 до n, наудачу извлекается по одному шару. Событие A—сумма чисел, написанных на выбранных шарах, делится на m; событие B—произведение этих чисел больше κ, событие C - сумма чисел, написанных на выбранных шарах, больше l. Найти $P(A|B), P(B|A), P(A|C), P(C|A), P(B|C), P(C|B)$, Проверить, есть ли пары независимых событий и являются ли события A, B и C независимыми в совокупности?
5. Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События A_i, $i=1,\dots,7$, — отказы элементов за заданный промежуток времени.
   а) Выразите через события A_i события A и $\bar{A}$, где A — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
   б) Считая, что события A_i независимы в совокупности и имеют вероятности $P(A_i) = p_i,\ i = \overline{1,7}$, вычислите вероятность события A.
6. В первой урне находятся n_1 белых и m_1 черных шаров, во второй урне—n_2 белых и m_2 черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад κ шаров, затем такое же число шаров так же наугад перекладывается из второй урны в первую.
   а) Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же черных шаров, сколько было до проведения опыта.
   б) После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили l черных шаров.
7. Вероятность попадания в цель при любом из n выстрелов равна p. Найдите вероятность того, что произойдет:
   а) Ровно m попаданий.
   б) Не более m попаданий.
   в) Не менее m поподаний.
   г) От m_1 до m_2 попаданий.
8. Известна вероятность того, что изготовленное изделие будет бракованным.
   а) Либо вероятность равна p_1. Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
      i. Ровно m изделий.
      ii. По крайней мере m изделий.
      iii. Не более k изделий
   б) Либо вероятность равна p_2. Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
      i. Ровно m изделий.
      ii. От m_1 до m_2 изделий.
      iii. Не менее k изделий.
9. Из урны, в которой находится n_1 шаров белого цвета, n_2—черного и n_3—синего, наудачу извлекается $m=m_1+m_2+m_3$ шаров. Вычислить вероятность того, что среди них будет m_1 белых шаров, m_2—черных и m_3—синих, если выбор производится с возвращением.
10. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Случайная величина ξ – число вынутых белых шаров (**варианты 1-10 ИДЗ**), синего цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), красного цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:
    а) Ряд распределения случайной величины ξ.
    б) Вероятность попадания случайной величины ξ в интервалы $(x_1; x_2)$, $[x_1; x_2)$; $(x_1; x_2]$, $[x_1; x_2]$.
    в) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ
11. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)$. Найдите:
    а) Константу A
    б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.

в) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a(\xi + b)^3 + c$.
г) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\mu = a(\xi - b)^2 + c$

12. Случайная величина $\xi \sim N(m, \sigma)$.
    а) Найдите вероятность попадания случайной величины ξ на интервал $(a_1; a_2)$
    б) Задана новая случайная величина $\eta = e^{a\xi+b}$ Найдите вероятность попадания случайной величины η в интервал $(x_1,\ x_2)$.
13. Из набора (**в условиях задачи 10**) наудачу извлекается m шаров (без возвращения). Обозначим через:
    – ξ число вынутых белых шаров, а через η – синих (**варианты 1-10 ИДЗ**);
    – ξ число вынутых синих шаров, а через η – красных (**варианты 11-20 ИДЗ**);
    – ξ число вынутых красных шаров, а через η – белых (**варианты 21-30 ИДЗ**);

    Найдите:
    а) Совместное распределение случайных величин ξ и η (ряд распределения).
    б) Ряды распределения случайных величин ξ и η
    в) Условные распределения случайной величины ξ при условии η, случайной величины η при условии ξ, проверить случайные величины на независимость
    г) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
    д) Ряд распределения новой случайной величины $\mu = f(\xi, \eta)$
    е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины $(\mu_1;\ \mu_2)$
14. В четырехугольник с вершинами в точках (a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2) в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть ξ и η – координаты по оси X и У точки падения частицы.

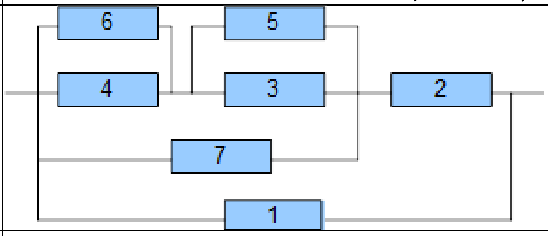
    Найдите:
    а) Совместную функцию распределения $F_{\xi\eta}(x, y)$ случайной величины $(\xi; \eta)$ и через совместную функцию совместную плотность распределения случайной величины $(\xi; \eta)$.
    б) Одномерные функции распределения случайных величин ξ и η, а через них – одномерные плотности.
    в) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η , и случайной величины η при условии ξ. Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
    г) Значение функции распределения случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z
15. Совместная плотность распределения случайных величин ξ и η задана формулой

    $$p_{\xi\eta}(x,y)=C(ax^{\alpha}+by^{\beta}),\quad (x,y)\in D,$$

    где область D ограничена прямыми $x = d,\ y = f$ и кривой $y = gx^{\gamma}$. Найдите:
    а) Постоянную C.
    б) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
    в) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η.
    г) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ. Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
    д) Вычислите вероятность попадания вектора (ξ, η) в треугольник с вершинами в точках $(z_1; z_2), (u_1; u_2), (v_1; v_2)$. (**Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо**)
    е) Значение функции распределения $F_{\mu}(z)$ новой случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z. (**Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо**)

Распределение баллов (20 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5
1 балл	1 балл	2 балла	1 балл	1 балл
Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10
1 балла	1 балл	1 балл	1 балла	2 балла
Задача 11	Задача 12	Задача 13	Задача 14	Задача 15
2 балла	1 балл	2 балла	1 балл	2 балла

	№ задачи	Данные
28	1.	$n = 28;\ n_1 = 30;\ n_2 = 80.$
	2.	Событие А={выпали карты одного цвета}, событие В={нет ни одного короля и ни одной дамы}
	3.	$(a_1; b_1) = (-4; 4);\ (a_2; b_2) = (-3; 1);\ (a_3; b_3) = (1; 2);\ \ (a_4; b_4) = (2; 4)$ $c\ =\ -2;\ d\ =\ 1;\ f\ =\ -1.$
	4.	$n = 8;\ m = 8;\ k = 22; l = 10.$
	5.	 $p_1 = 0{,}1, p_2 = 0{,}5, p_3 = 0{,}4, p_4 = 0{,}4, p_5 = 0{,}2, \mathrm{p}_6 = p_7 = 0{,}25.$
	6.	$n_1 = 5, m_1 = 3, n_2 = 3, m_2 = 3, k = 4, l = 2.$
	7.	$n = 8, p = 0{,}4, m = 3, m_1 = 1, m_2 = 4.$
	8.	$p_1 = 0{,}0019;\ n = 2000;\ m = 3; k = 4.$
		$p_2 = 0{,}06;\ n = 1400;\ m = 80;\ m_1 = 75;\ m_2 = 100; k = 65.$
	9.	$n_1 = 5, n_2 = 6, n_3 = 4; m_1 = 3, m_2 = 2, m_3 = 2.$
	10.	$n_1 = 4, n_2 = 6, n_3 = 6, m = 5;$ $x_1 = 3,\ \ x_2 = 6.$ $\eta = 2(\xi - 4)^2 - 3, \qquad \mu = 6 + (3 - \xi)^3$
	11.	$p_\xi(x) = \begin{cases} A(x-2)x, & 0 \le x \le 2 \\ 0, & x < 0,\ \ x > 2 \end{cases}$ $a = 1, \qquad b = 2, \qquad c = 2.$
	12.	$m = -2, \qquad \sigma\ = 3, \qquad a_1 = -4, \qquad a_2 = 5, \qquad a = -9, \qquad b = 27,$ $x_1 = 40, \qquad x_2 = 70.$
	13.	$n_1 = 4, n_2 = 6, n_3 = 6, m = 5;$ $(x;\ y) = (5; 3), (3; 7), (4; 4);$ $\mu = \lvert\xi^2 - \eta^2\rvert$ $\mu_1 = \xi - 3\eta;\ \mu_2 = \eta - 3\xi$
	14.	$(a_1, a_2) = (-3; -2), (b_1, b_2) = (-3; 3), (c_1, c_2) = (2; 3),$ $(d_1, d_2) = (2; -2),$ $\mu = -2\xi + \eta, z = 3$
	15.	$a = 2, \alpha = 2, b = 1, \beta = 1, d =\ -3, f = 2, g =-2, \gamma = 1;$ $(x; y) = (-1;\ 5)$ $(z_1, z_2) = (-5; 0), (u_1, u_2) = (-1; 5), (v_1, v_2) = (0; 3);$ $\mu = -\xi^2 - 2\eta, z = -8$