

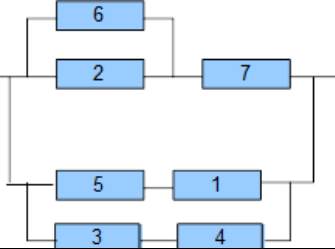
## Индивидуальное домашнее задание по теории вероятностей НКАбд-02-23 (осенний семестр).

- Найдите вероятность того, что произведение двух последних цифр номера автомобиля:
  - Равно  $n$ ; больше  $n$ ; меньше  $n$ ;
  - Заклучено в промежутке  $[n_1; n_2]$ .
- В наборе  $n_1$  шаров белого цвета,  $n_2$  шаров синего и  $n_3$  шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают  $m$  шаров. Найдите вероятности событий (смотри вариант).
- В четырехугольник с вершинами в точках  $(a_1; b_1), (a_2; b_2), (a_3; b_3)$  и  $(a_4; b_4)$  в соответствии с принципом геометрической вероятности бросается точка. Обозначим через  $\xi$  и  $\eta$  координаты этой точки. Вычислите вероятность того, что квадратное уравнение  $x^2 + 2(\xi - c)x + d\eta + f = 0$  не будет иметь действительные корни.
- Из двух урн, в каждой из которых находятся  $n$  шаров с написанных на них числами от 1 до  $n$ , наудачу извлекается по одному шару. Событие  $A$ —сумма чисел, написанных на выбранных шарах, делится на  $m$ ; событие  $B$ —произведение этих чисел больше  $k$ , событие  $C$  - сумма чисел, написанных на выбранных шарах, больше  $l$ . Найдите  $P(A|B), P(B|A), P(A|C), P(C|A), P(B|C), P(C|B)$ . Проверить, есть ли пары независимых событий и являются ли события  $A, B$  и  $C$  независимыми в совокупности?
- Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События  $A_i, i=1, \dots, 7$ , — отказы элементов за заданный промежуток времени.
  - Выразите через события  $A_i$  события  $A$  и  $\bar{A}$ , где  $A$  — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
  - Считая, что события  $A_i$  независимы в совокупности и имеют вероятности  $P(A_i) = p_i, i = \overline{1, 7}$ , вычислите вероятность события  $A$ .
- В первой урне находятся  $n_1$  белых и  $m_1$  черных шаров, во второй урне— $n_2$  белых и  $m_2$  черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад  $k$  шаров, затем такое же число шаров так же наугад перекладывается из второй урны в первую.
  - Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же черных шаров, сколько было до проведения опыта.
  - После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили  $l$  черных шаров.
- Вероятность попадания в цель при любом из  $n$  выстрелов равна  $p$ . Найдите вероятность того, что произойдет:
  - Ровно  $m$  попаданий.
  - Не более  $m$  попаданий.
  - Не менее  $m$  попаданий.
  - От  $m_1$  до  $m_2$  попаданий.
- Известна вероятность того, что изготовленное изделие будет бракованным.
  - Либо вероятность равна  $p_1$ . Определите вероятность того, что среди  $n$  изготовленных изделий бракованными окажутся:
    - Ровно  $m$  изделий.
    - По крайней мере  $m$  изделий.
    - Не более  $k$  изделий
  - Либо вероятность равна  $p_2$ . Определите вероятность того, что среди  $n$  изготовленных изделий бракованными окажутся:
    - Ровно  $m$  изделий.
    - От  $m_1$  до  $m_2$  изделий.
    - Не менее  $k$  изделий.
- Из урны, в которой находится  $n_1$  шаров белого цвета,  $n_2$ —черного и  $n_3$ —синего, наудачу извлекается  $m = m_1 + m_2 + m_3$  шаров. Вычислите вероятность того, что среди них будет  $m_1$  белых шаров,  $m_2$ —черных и  $m_3$ —синих, если выбор производится с возвращением.
- В наборе  $n_1$  шаров белого цвета,  $n_2$  шаров синего и  $n_3$  шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают  $m$  шаров. Случайная величина  $\xi$  – число вынутых белых шаров (**варианты 1-10 ИДЗ**), синего цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), красного цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:
  - Ряд распределения случайной величины  $\xi$ .
  - Вероятность попадания случайной величины  $\xi$  в интервалы  $(x_1; x_2), [x_1; x_2); (x_1; x_2], [x_1; x_2]$ .
  - Найдите ряд распределения случайных величин  $\eta$  и  $\mu$
- Непрерывная случайная величина  $\xi$  имеет плотность распределения  $p(x)$ . Найдите:
  - Константу  $A$
  - Функцию распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

- в) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины  $\eta = a(\xi + b)^3 + c$ .
- г) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины  $\mu = a(\xi - b)^2 + c$
12. Случайная величина  $\xi \sim N(m, \sigma)$ .
- а) Найдите вероятность попадания случайной величины  $\xi$  на интервал  $(a_1; a_2)$
- б) Задана новая случайная величина  $\eta = e^{a\xi+b}$  Найдите вероятность попадания случайной величины  $\eta$  в интервал  $(x_1, x_2)$ .
13. Из набора (в условиях задачи 10) наудачу извлекается  $m$  шаров (без возвращения). Обозначим через:
- $\xi$  число вынутых белых шаров, а через  $\eta$  – синих (варианты 1-10 ИДЗ);
  - $\xi$  число вынутых синих шаров, а через  $\eta$  – красных (варианты 11-20 ИДЗ);
  - $\xi$  число вынутых красных шаров, а через  $\eta$  – белых (варианты 21-30 ИДЗ);
- Найдите:
- а) Совместное распределение случайных величин  $\xi$  и  $\eta$  (ряд распределения).
- б) Ряды распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$
- в) Условные распределения случайной величины  $\xi$  при условии  $\eta$ , случайной величины  $\eta$  при условии  $\xi$ , проверить случайные величины на независимость
- г) Значения двумерной функции распределения  $F_{\xi\eta}(x; y)$  в заданных точках  $(x; y)$
- д) Ряд распределения новой случайной величины  $\mu = f(\xi, \eta)$
- е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины  $(\mu_1; \mu_2)$
14. В четырехугольнике с вершинами в точках  $(a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2)$  в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть  $\xi$  и  $\eta$  – координаты по оси X и Y точки падения частицы.
- Найдите:
- а) Совместную функцию распределения  $F_{\xi\eta}(x, y)$  случайной величины  $(\xi; \eta)$  и через совместную функцию совместную плотность распределения случайной величины  $(\xi; \eta)$ .
- б) Одномерные функции распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ , а через них – одномерные плотности.
- в) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины  $\xi$  при условии  $\eta$ , и случайной величины  $\eta$  при условии  $\xi$ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
- г) Значение функции распределения случайной величины  $\mu = g(\xi, \eta)$  в точке  $z$
15. Совместная плотность распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$  задана формулой
- $$p_{\xi\eta}(x,y)=C(ax^\alpha+by^\beta), \quad (x,y)\in D,$$
- где область D ограничена прямыми  $x = d$ ,  $y = f$  и кривой  $y = gx^\gamma$ . Найдите:
- а) Постоянную C.
- б) Значения двумерной функции распределения  $F_{\xi\eta}(x; y)$  в заданных точках  $(x; y)$
- в) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
- г) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины  $\xi$  при условии  $\eta$  и случайной величины  $\eta$  при условии  $\xi$ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
- д) Вычислите вероятность попадания вектора  $(\xi, \eta)$  в треугольник с вершинами в точках  $(z_1; z_2), (u_1; u_2), (v_1; v_2)$ . (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)
- е) Значение функции распределения  $F_\mu(z)$  новой случайной величины  $\mu = g(\xi, \eta)$  в точке  $z$ . (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)

### Распределение баллов (20 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5
1 балл	1 балл	2 балла	1 балл	1 балл
Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10
1 балла	1 балл	1 балл	1 балла	2 балла
Задача 11	Задача 12	Задача 13	Задача 14	Задача 15
2 балла	1 балл	2 балла	1 балл	2 балла

№ задачи	Данные
1.	$n = 42; n_1 = 56; n_2 = 84.$
2.	$n_1 = 4, n_2 = 4, n_3 = 4, m = 6.$ Событие $A = \{\text{синих шаров достали больше, чем белых}\}$ , событие $B = \{\text{достали хотя бы три синих шара}\}$
3.	$(a_1; b_1) = (-2; 2); (a_2; b_2) = (0; -4); (a_3; b_3) = (-3; -2); (a_4; b_4) = (-4; 2)$ $c = -2; d = 1; f = 2.$
4.	$n = 9; m = 7; k = 28; l = 11.$
5.	 $p_1 = 0,2, p_2 = 0,1, p_3 = 0,3, p_4 = 0,3, p_5 = 0,1, p_6 = p_7 = 0,2.$
6.	$n_1 = 5, m_1 = 3, n_2 = 3, m_2 = 4; k = 4, l = 2.$
7.	$n = 8, p = 0,5, m = 2, m_1 = 2, m_2 = 5.$
8.	$p_1 = 0,015; n = 220; m = 4; k = 5.$
	$p_2 = 0,059; n = 1000; m = 60; m_1 = 35; m_2 = 85; k = 55.$
9.	$n_1 = 4, n_2 = 4, n_3 = 2; m_1 = 2, m_2 = 2, m_3 = 1.$
10.	$n_1 = 5, n_2 = 7, n_3 = 3, m = 5;$ $x_1 = 2, x_2 = 5.$ $\eta = 2 -  4\xi^2 - \xi^3 , \mu = 2(4 - \xi)^2 - 8$
11.	$p_\xi(x) = \begin{cases} Axe^{2x}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x < 0, x > 2 \end{cases}$ $a = 3, b = 2, c = 0.$
12.	$m = 2, \sigma = 3, a_1 = -1, a_2 = 5, a = 10, b = 30,$ $x_1 = 40, x_2 = 70.$
13.	$n_1 = 5, n_2 = 7, n_3 = 3, m = 5;$ $(x; y) = (7; 2), (3; 3), (2; 8);$ $\mu = \xi - \cos\pi\eta$ $\mu_1 = \xi - (3 + \eta); \mu_2 = \eta - 2\xi$
14.	$(a_1, a_2) = (1; 4), (b_1, b_2) = (1; 9), (c_1, c_2) = (4; 9), (d_1, d_2) = (4; 4);$ $\mu = -2\xi + 2\eta, z = 9$
15.	$a = 2, \alpha = 2, b = 1, \beta = 2, d = -2, f = -2, g = -2, \gamma = 2, y = 0;$ $(x; y) = (1; -1)$ $(z_1, z_2) = (-2; -2), (u_1, u_2) = (-1; 1), (v_1, v_2) = (0; -2);$ $\mu = \xi^2 - \eta, z = 3$