

**Министерство Российской Федерации
по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям
и ликвидации последствий стихийных бедствий**

Академия гражданской защиты

Кафедра физики

Дюнова Д.Н., Нурмагомедов Т.Н.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА»**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Химки 2022

Содержание

Введение

Глава 1. Пояснительная записка: состав и требования к оформлению

Глава 2. Линейные электрические цепи постоянного тока

2.1 Задание 1

2.2 Методические указания по выполнению Задания 1

Глава 3. Линейные электрические цепи однофазного синусоидального тока

3.1 Задание 2.1. Электрическая цепь с одним источником энергии

3.2 Методические указания по выполнению Задания 2.1

3.3 Задание 2.2. Расчет разветвленной цепи синусоидального тока

3.4 Методические указания по выполнению Задания 2.2

Глава 4. Переходные процессы в линейных электрических цепях

4.1 Задание 3

4.2 Методические указания по выполнению Задания 3

Список литературы

Введение

Целью изучения дисциплины «Электротехника и электроника» является подготовка выпускников для работы в системе МЧС России и в подсистемах РСЧС, способных применять знания основных законов электромагнетизма и принципов построения электронных приборов и устройств, методы теоретического и экспериментального исследования электрических и магнитных явлений в профессиональной деятельности.

Курс «Электротехника и электроника» как составляющая обязательной части программы бакалавриата направлен на формирование знаний о законах и методах расчета электрических цепей и параметров электромагнитных полей электротехнических устройств, умений расчета и анализа параметров токов и напряжений в установившихся и переходных режимах работы линейных и нелинейных систем электрических цепей.

На всех этапах обучения большое значение имеет практическое применение теоретических знаний. При изучении любого явления опыт и теория в равной мере необходимы и взаимосвязаны. В своей основе электротехника – экспериментальная наука: ее законы базируются на фактах, установленных опытным путем. Эти законы представляют собой количественные соотношения и формулируются в виде аналитических зависимостей.

Расчетно-графические работы являются одним из видов самостоятельной работы обучающихся, основной задачей которой является закрепление навыков в использовании методов расчета параметров электрических цепей, краткого изложения сущности рассматриваемых явлений в электрических цепях, умения краткого анализа полученных результатов.

Расчетно-графические работы планируются и выполняются с целью:

- углубления и закрепления теоретических знаний;
- приобретения навыков выполнения электротехнических расчетов;
- проверки усвоения учебного материала курса.

Прилагаемое учебное пособие является методическим указанием и практическим руководством для выполнения расчетно-графической работы по курсу «Электротехника и электроника» при расчете сложных электрических цепей различными методами. Расчетно-графическая работа состоит из трех частей, включает расчет линейных цепей постоянного тока, расчет линейных цепей однофазного синусоидального тока, расчет переходных процессов в линейных электрических цепях.

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА: СОСТАВ И ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ

Пояснительная записка выполняется на стандартных листах бумаги формата А4. Первым листом пояснительной записки является титульный (Приложение 1), на котором указывается наименование учебного заведения и название документа. В нижней части указывается номер группы, фамилия курсанта или студента и номер варианта задания.

Второй лист – задание, содержащее схему замещения электрической цепи в соответствии с вариантом задания и исходные данные в виде параметров электрической цепи.

Все схемы, расчётные и графические зависимости должны быть приведены на листах бумаги формата А4. Следует иметь в виду, что этот формат имеет только вертикальное расположение и все надписи выполняются вдоль короткой стороны листа.

Для графиков допускается использовать миллиметровую бумагу или обычные листы с нанесенной на них координатной сеткой с шагом не более 5 мм. Все схемы и графики выполняются простым карандашом или путем применения пакетов прикладных программ (MathCAD, MATLAB, Excel и др.)

Обозначение рисунков и таблиц состоит из номера раздела работы и порядка следования внутри этого раздела, например, рис. 1.2, таблица 1.2.

В начале пояснительной записки приводится оглавление по разделам расчётно-графической работы, а в конце - список литературы.

К представленным работам предъявляются следующие требования:

- основные положения и этапы решения заданий должны быть достаточно подробно пояснены;
- в работе следует предусмотреть поля шириной не менее 3 см справа для замечаний рецензента;
- вычисления должны быть проведены с точностью до третьей значащей цифры;
- работа должна быть датирована и подписана студентом;
- неправильно выполненное задание должно быть решено заново и сдано на повторную проверку вместе с первоначальной работой и замечаниями преподавателя.

2. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

2.1 Задание 1

Для электрической схемы, изображенной на рис. 1.11 – 1.58, по заданным в табл. 1.2 сопротивлением и ЭДС выполнить следующее:

1. составить систему уравнений, необходимых для определения токов по первому и второму правилам Кирхгофа.

2. найти и вычислить все токи, пользуясь методом контурных токов (решения провести с помощью составления матрицы для системы уравнений и определителей).

3. проверить правильность решения, применив метод узлового напряжения, предварительно упростить схему, заменив треугольник сопротивлений r_4 , r_5 и r_6 эквивалентной звездой. Начертить расчётную схему с эквивалентной звездой и показать на ней токи.

4. определить ток в резисторе r_6 методом эквивалентного генератора.

5. определить показание вольтметра и составить баланс мощностей для заданной схемы.

6. построить в масштабе потенциальную диаграмму для внешнего контура.

Выбор варианта и номера схемы Задания 1 производится по табл. 1.1.

Таблица 1.1

Выбор варианта и номера схемы к заданию 1
(в числителе указан номер варианта а в знаменателе № схемы)

№ п/п в группе	№ группы							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2/1	50/32	1/2	1/27	2/50	27/27	27/11	1/41
2	3/4	49/31	2/3	2/28	3/49	28/28	28/12	3/50
3	5/2	48/30	3/4	3/29	4/48	29/29	29/13	2/31
4	4/8	47/29	4/5	4/30	5/47	30/30	30/14	4/12
5	5/10	46/28	6/6	5/31	6/46	31/31	31/15	6/30
6	6/12	45/27	7/7	6/32	7/45	32/33	32/16	12/21
7	7/13	44/26	8/8	7/13	8/44	34/34	33/17	9/29
8	8/14	43/25	9/9	8/34	9/43	35/35	34/18	11/44
9	9/15	42/24	10/10	9/35	10/42	36/36	35/19	15/25
10	10/18	41/23	11/11	10/36	9/41	37/37	36/20	18/38
11	11/20	40/22	12/12	11/37	8/40	38/38	37/21	17/47
12	12/40	39/27	13/13	12/38	2/2	39/39	38/22	19/33
13	13/21	38/20	14/14	13/39	3/3	40/40	39/23	14/27
14	14/22	37/19	15/15	14/40	4/4	41/41	40/24	21/35
15	15/25	36/18	16/16	15/41	5/5	42/42	41/25	27/11
16	16/30	35/17	17/17	16/42	7/6	43/43	42/26	31/9
17	17/5	34/16	18/18	17/43	8/7	44/44	43/27	44/4
18	18/8	33/15	19/19	18/44	9/8	45/45	44/28	31/8
19	19/40	32/14	20/20	19/45	10/9	46/46	45/29	27/10
20	20/17	31/13	21/21	20/46	11/10	47/47	46/30	15/9
21	21/41	30/12	22/22	21/47	12/11	48/48	47/31	12/3
22	22/44	29/11	23/23	22/48	13/12	49/49	48/32	21/5
23	23/48	28/10	24/24	23/49	14/13	50/50	49/33	33/7
24	24/50	27/9	25/25	24/50	15/14	49/49	50/34	16/2
25	25/31	26/8	26/26	25/2	16/15	48/3	15/35	24/6
26	26/33	25/7	27/50	26/3	17/16	47/4	16/36	50/1
27	27/49	24/6	28/49	27/4	18/17	46/5	17/37	47/7
28	28/43	23/5	29/48	28/5	19/18	45/6	18/38	38/3
29	29/39	22/4	28/47	29/6	20/19	44/7	19/39	22/2

№ п/п в группе	№ группы							
	1	2	3	4	5	6	7	8
30	30/9	21/3	27/46	30/7	21/20	43/8	20/40	19/9
31	31/24	20/2	26/45	31/8	22/21	42/9	21/41	27/4
32	32/12	19/1	25/44	32/9	23/22	41/10	22/42	45/5
33	33/11	18/50	30/12	15/47	13/45	11/43	9/42	7/40
34	34/2	0/49	16/48	0/46	12/44	0/42	8/41	0/39

Таблица 1.2

Параметры электрической цепи постоянного тока

Вар.	E ₁ , В	E ₂ , В	E ₃ , В	r ₀₁ , Ом	r ₀₂ , Ом	r ₀₃ , Ом	r ₁ , Ом	r ₂ , Ом	r ₃ , Ом	r ₄ , Ом	r ₅ , Ом	r ₆ , Ом
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	22	24	10	0,2	0	1,2	2	1	8	4	10	6
1	55	18	4	0,8	0	0,8	8	4	3	2	4	4
2	36	10	25	0	0,4	0,5	4	8	3	1	2	7
3	16	5	32	0	0,6	0,8	9	3	2	4	1	5
4	14	25	28	0,9	1,2	0	5	2	8	2	2	6
5	20	22	9	0,1	0	1,1	1	2	6	3	8	4
6	5	16	30	0,4	0	0,7	6	4	3	2	5	3
7	10	6	24	0,8	0,3	0	3,5	5	6	6	3	1
8	6	20	4	0	0,8	1,2	4	6	4	4	3	3
9	21	4	10	0	0,2	0,6	5	7	2	8	1	1
10	4	9	18	0,8	0	0,7	2,7	10	4	8	10	2
11	4	24	6	0,9	0	0,5	9,0	8	1	6	10	4
12	16	8	9	0,2	0,6	0	2,5	6	6	5	10	5
13	48	12	6	0,8	1,4	0	4,2	4	2	12	6	2
14	12	36	12	0	0,4	1,2	3,5	5	1	5	6	9
15	12	6	40	1,2	0,6	0	2,0	3	8	5	7	8
16	8	6	36	1,3	0	1,2	3,0	2	1	6	8	6
17	72	12	4	0,7	1,5	0	6,0	1	10	4	12	4
18	12	48	6	0	0,4	0,4	2,5	1	4	15	2	2
19	12	30	9	0,5	0	0,5	3,5	2	3	3	1	3
20	9	6	27	0	1,0	0,8	4,5	2	8	13	4	3
21	15	63	6	1,0	0	1,2	5,0	3	1	2	12	3
22	54	27	3	1,2	0,9	0	8,0	3	1	4	2	2
23	36	9	24	0	0,8	0,8	3,0	4	2	1	5	1
24	3	66	9	0	0,7	1,2	1,0	4	2	2	7	3
25	12	30	25	1,0	0,4	0	1,0	5	1	1	6	4
26	30	16	10	0,6	0,8	0	2,0	5	3	1	8	5
27	10	32	10	0,6	0	1,0	1,5	6	1	7	1	5
28	5	10	36	0,3	0	0,8	1,2	6	3	2	2	2
29	40	25	8	0	0,2	0,2	3,0	3	2	4	3	2
30	8	40	10	0,8	1,0	0	5,0	3	3	3	2	1
31	22	24	10	0,2	0	1,2	2	1	8	4	10	6
32	55	18	4	0,8	0	0,8	8	4	3	2	4	4
33	36	10	25	0	0,4	0,5	4	8	3	1	2	7
34	16	5	32	0	0,6	0,8	9	3	2	4	1	5
35	14	25	28	0,9	1,2	0	5	2	8	2	2	6

Вар.	$E_1,$ В	$E_2,$ В	$E_3,$ В	$r_{01},$ Ом	$r_{02},$ Ом	$r_{03},$ Ом	$r_1,$ Ом	$r_2,$ Ом	$r_3,$ Ом	$r_4,$ Ом	$r_5,$ Ом	$r_6,$ Ом
36	5	16	30	0,4	0	0,7	6	4	3	2	5	3
37	10	6	24	0,8	0,3	0	3,5	5	6	6	3	1
38	6	20	4	0	0,8	1,2	4	6	4	4	3	3
39	21	4	10	0	0,2	0,6	5	7	2	8	1	1
40	4	9	18	0,8	0	0,7	2,7	10	4	8	10	2
41	4	24	6	0,9	0	0,5	9,0	8	1	6	10	4
42	16	8	9	0,2	0,6	0	2,5	6	6	5	10	5
43	48	12	6	0,8	1,4	0	4,2	4	2	12	6	2
44	12	36	12	0	0,4	1,2	3,5	5	1	5	6	9
45	12	6	40	1,2	0,6	0	2,0	3	8	5	7	8
46	8	6	36	1,3	0	1,2	3,0	2	1	6	8	6
47	72	12	4	0,7	1,5	0	6,0	1	10	4	12	4
48	12	48	6	0	0,4	0,4	2,5	1	4	15	2	2
49	12	30	9	0,5	0	0,5	3,5	2	3	3	1	3
50	9	6	27	0	1,0	0,8	4,5	2	8	13	4	3

2.2 Методические указания по выполнению Задания 1

Пример 1. Рассмотрим сложную электрическую цепь постоянного тока, изображенную на рис. 1. Задано: $E_1 = 100$ В, $E_2 = 120$ В, $r_1 = 0,5$ Ом, $r_2 = 0,5$ Ом, $r_3 = 2$ Ом, $r_4 = 10$ Ом, $r_5 = 5$ Ом, $r_6 = 10$ Ом.

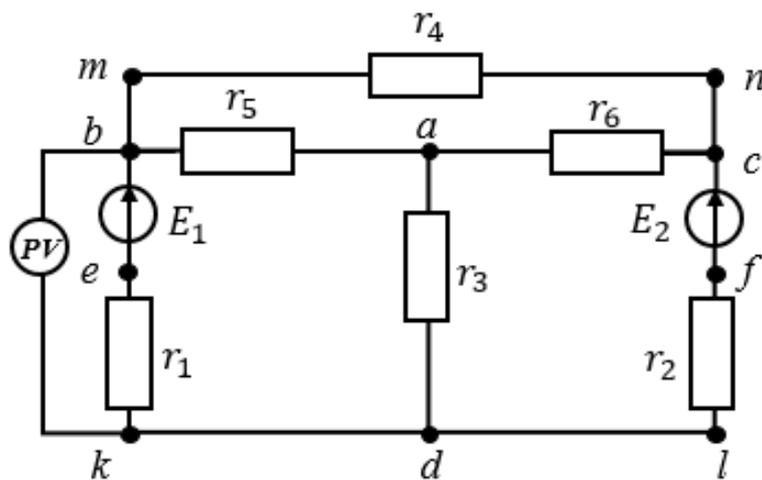


Рис. 1.1 Электрическая схема к Примеру 1

1. Составление системы уравнений по правилам Кирхгофа

1.1. Правила (алгоритмы) составления уравнений.

Для составления уравнений по правилу Кирхгофа необходимо:

1.1.1. Начертить расчётную схему без измерительных приборов (рис. 1.2).

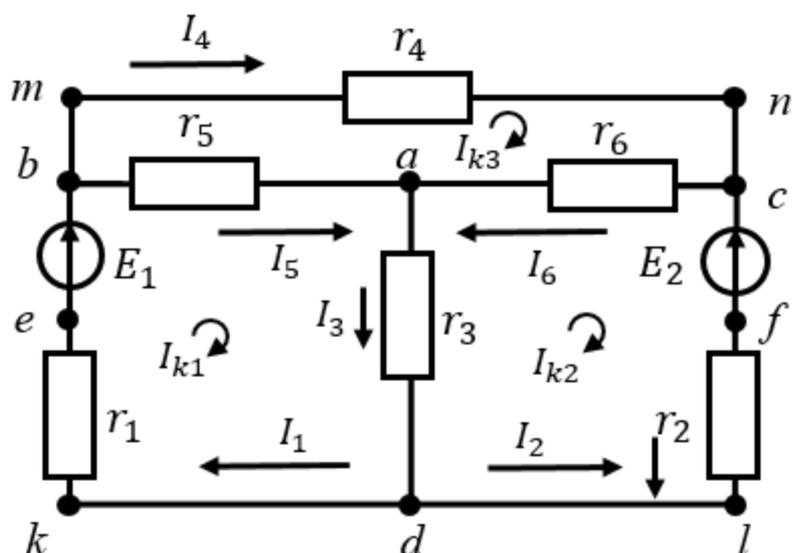


Рис. 1.2. Расчетная схема к Примеру 1

1.1.2. Если электрическая схема содержит последовательные и параллельные соединения, упростить её, заменяя эти соединения эквивалентными.

1.1.3. Определить количество узлов «у» и ветвей «в» в схеме.

1.1.4. Определить количество уравнений, необходимых для составления по первому правилу Кирхгофа: количество уравнений $n_1 = y - 1$.

1.1.5. Определить количество уравнений, необходимых для составления по второму правилу Кирхгофа: количество уравнений $n_2 = v - (y - 1)$.

1.1.6. Произвольно указать направление токов и обхода контуров во всех ветвях (рис. 1.2). При этом обход контура можно производить как по часовой стрелке, так и против нее. Если принятое направление тока не совпадает с действительным, то при расчёте такие токи получают со знаком «минус».

1.1.7. Составить $(y - 1)$ уравнений по первому правилу Кирхгофа.

1.1.8. Составить недостающие уравнения по второму правилу Кирхгофа. За положительные ЭДС и падение напряжения токи принимаются такие, направление которых совпадает с направлением обхода контура. Направление действия ЭДС внутри источника всегда принимают от минуса к плюсу.

1.2. Запись расчётных уравнений для электрической цепи рис. 1.2.

Схема содержит четыре узла a, b, c, d и шесть ветвей kb, lc, ad, mn, ba, ca . Количество уравнений, составляемых по первому и второму правилам Кирхгофа, равно $n_1 = 4 - 1 = 3$, $n_2 = 6 - (4 - 1) = 3$.

Выбрав произвольно направление токов в ветвях цепи, составляем уравнения по первому правилу Кирхгофа для узлов a, b и c :

$$\left. \begin{aligned} I_5 + I_6 - I_3 &= 0, \\ -I_5 + I_1 - I_4 &= 0, \\ I_4 + I_2 - I_6 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Приняв направление обхода контуров по часовой стрелке, составляем уравнение по второму закону Кирхгофа для трех произвольно выбранных контуров:

для контура *kbadk*:

$$E_1 = r_1 I_1 + r_5 I_5 + r_3 I_3, \quad (2)$$

для контура *kbacldk*:

$$E_1 - E_2 = r_1 I_1 + r_5 I_5 - r_6 I_6 - r_2 I_2, \quad (3)$$

для контура *cabmnc*:

$$0 = r_6 I_6 - r_5 I_5 + r_4 I_4. \quad (4)$$

Решая совместно уравнения (1), (2), (3) и (4), определяют токи в ветвях электрической цепи.

2. Метод контурных токов для расчёта сложной электрической цепи

2.1. Преимущество метода

Решение полученной по первому и второму правилам Кирхгофа системы из шести уравнений является весьма трудоемкой операцией. Поэтому при расчёте сложных электрических цепей целесообразно применить метод контурных токов (метод ячеек), который позволяет уменьшить число уравнений, составляемых только по второму правилу Кирхгофа. При решении методом контурных токов количество уравнений определяется числом независимых ячеек. Ячейкой называется такой контур, внутри которого отсутствуют ветви, а независимой – наличие в каждой из них хотя бы одной ветви, принадлежащей только этому контуру. В нашем случае таких контуров-ячеек три: *badkb*, *aclda* и *mncabm*.

2.2. Порядок расчёта

Расчёт сложных электрических цепей методом контурных токов ведется следующим образом:

2.2.1. Вводя понятие «контурных ячеек», произвольно задаемся направлением этих токов в ячейках. Удобнее все токи указать в одном направлении, например по часовой стрелке (рис. П1-2). Произвольно указываются направления токов в ветвях.

2.2.2. Составляем для каждого контура-ячейки уравнение по второму правилу Кирхгофа. Обход контуров производим по часовой стрелке:

первый контур:

$$E_1 = (r_1 + r_5 + r_3)I_{k1} - r_3I_{k2} - r_5I_{k3}, \quad (5)$$

второй контур:

$$-E_2 = -r_3I_{k1} + (r_6 + r_2 + r_3)I_{k2} - r_6I_{k3}, \quad (6)$$

третий контура:

$$0 = -r_5I_{k1} - r_6I_{k2} + (r_6 + r_5 + r_4)I_{k3}. \quad (7)$$

2.2.3. Решая совместно уравнения (5), (6), (7), определяем контурные токи. В том случае, когда контурный ток получается со знаком «минус», это означает, что его направление противоположно выбранному на схеме.

2.2.4. Токи в смежных ветвях схемы определяются как алгебраическая сумма контурных токов, обтекающих рассматриваемую ветвь. В том случае, когда контурные токи в ветви совпадают с выбранным направлением тока, его берут со знаком «плюс», а когда они направлены навстречу – со знаком «минус».

2.2.5. Токи в периферийных ветвях схемы равны по величине соответствующим контурным токам, а их знак определяется по правилу, указанному в п.2.2.4.

2.3. Определение контурных токов методом подстановок.

Используя равенства (5), (6) и (7) и исходные данные примера П1, получаем систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\left. \begin{aligned} 7,5I_{k1} - 2I_{k2} - 5I_{k3} &= 100, \\ -2I_{k1} + 12,5I_{k2} - 10I_{k3} &= -120, \\ -5I_{k1} - 10I_{k2} + 25I_{k3} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Выразив I_{k3} через I_{k1} и I_{k2} :

$$I_{k3} = 0,2I_{k1} + 0,4I_{k2}.$$

и произведя соответствующие подстановки, получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\left. \begin{aligned} 6,5I_{k1} - 4I_{k2} &= 100, \\ -4I_{k1} + 8,5I_{k2} &= -120. \end{aligned} \right\}$$

Из первого уравнения этой системы:

$$I_{k2} = -25 + 1,625I_{k1}.$$

Подставив значения I_{k2} во второе уравнение, получаем равенство:

$$9,8125I_{k1} = 92,5.$$

Совместное решение полученных уравнений даёт округлённые значения контурных токов:

$$I_{k1} = 9,43 \text{ A}; I_{k2} = -9,68 \text{ A}; I_{k3} = -1,99 \text{ A}.$$

2.4. Определение контурных токов методом определителей
Перепишем уравнения (5), (6), (7) в каноническом виде:

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} = E_{11}, \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} = -E_{22}, \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} = E_{33}, \end{cases} \quad (8)$$

где

E_{11} - контурная ЭДС первого контура она равна алгебраической сумме ЭДС первого контура;

E_{22} - контурная ЭДС второго контура;

E_{33} - контурная ЭДС третьего контура.

Примечание: со знаком «минус» входят те ЭДС, направление которых не совпадает с направлением обхода контура.

R_{11} - полное или собственное сопротивление первого контура, равное сумме $(r_1 + r_2 + r_3) = 7,5 \text{ Ом}$;

R_{22} - полное сопротивление второго контура, равное $(r_6 + r_2 + r_3) = 12,5 \text{ Ом}$;

R_{33} - полное сопротивление третьего контура, равное $(r_6 + r_5 + r_4) = 25 \text{ Ом}$.

$R_{12} = R_{21}$ - сопротивление смежной ветви между первым и вторым контурами (в схеме это $r_3 = -2 \text{ Ом}$);

$R_{13} = R_{31}$ - сопротивление смежной ветви между первым и третьим контурами (в схеме это $r_5 = -5 \text{ Ом}$).

$R_{23} = R_{32}$ - сопротивление смежной ветви между вторым и третьим контурами (в схеме это $r_6 = -10 \text{ Ом}$).

Примечание: все смежные сопротивления берутся со знаком «минус».

Используя систему уравнений (8) и подставляя значения сопротивлений и ЭДС Примера 1, получаем:

$$\begin{cases} 7,5I_{11} - 2I_{22} - 5I_{33} = 100, \\ -2I_{11} + 12,5I_{22} - 10I_{33} = -120, \\ -5I_{11} - 10I_{22} + 25I_{33} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Главный определитель системы уравнений (9):

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7,5 & -2 & -5 \\ -2 & 12,5 & -10 \\ -5 & -10 & 25 \end{vmatrix} =$$

$$= 7,5 \cdot 12,5 \cdot 25 + (-2) \cdot (-10) \cdot (-5) + (-5) \cdot (-2) \cdot (-10) - \\ - (-5) \cdot 12,5 \cdot (-5) - (-10) \cdot (-10) \cdot 7,5 - 25 \cdot (-2) \cdot (-2) = 981,25.$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 100 & -2 & -5 \\ -120 & 12,5 & -10 \\ 0 & -10 & 25 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{9250}{981,25} = 9,4268 \approx 9,43 \text{ A.}$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 7,5 & 100 & -5 \\ -2 & -120 & -10 \\ -5 & 0 & 25 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-9500}{981,25} = -9,6815 \approx -9,68 \text{ A.}$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 7,5 & -2 & 100 \\ -2 & 12,5 & -120 \\ -5 & -10 & 0 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-1950}{981,25} = -1,98726 \approx -1,99 \text{ A.}$$

Здесь Δ_{11} – получают путём вычеркивания из главного определителя системы Δ столбца коэффициентов для тока I_{11} и замены этого столбца свободными элементами системы уравнений (9), т.е. ЭДС;

Δ_{22} – получают путём вычеркивания из определителя системы Δ столбца коэффициентов для тока I_{22} и замены этого столбца свободными элементами системы уравнений (9), т.е. ЭДС;

Δ_{33} – получают путём вычеркивания из определителя системы Δ столбца коэффициентов для тока I_{33} и замены этого столбца свободными элементами системы уравнений (9), т.е. ЭДС.

2.5. Определение токов в ветвях:

$$\begin{aligned} I_5 &= I_{11} - I_{22} = 9,43 + 1,99 = 11,4 \text{ A}; \\ I_6 &= I_{33} - I_{22} = -1,99 + 9,68 = 7,69 \text{ A}; \\ I_3 &= I_{11} - I_{22} = 9,43 + 1,99 = 11,4 \text{ A}; \\ I_4 &= I_{33} = -1,99 \text{ A}; I_1 = I_{11} = 9,43 \text{ A}; \\ I_2 &= -I_{22} = 9,68 \text{ A}. \end{aligned}$$

2.6. Проверку правильности решения можно провести, подставляя найденные токи в уравнение (4), составленному по 2-му правилу Кирхгофа:

$$0 = 10 \cdot 7,69 - 5 \cdot 11,4 + 10 \cdot (-1,99); 0 = 0.$$

3. Проверка правильности решения по методу узловых потенциалов

3.1. Замена треугольника сопротивлений r_4 , r_5 и r_6 эквивалентной звездой.

Упростим схему рис. 1.2, преобразуя её из трёхконтурной в двухконтурную. Для этого заменим треугольник сопротивлений r_4 , r_5 , r_6 эквивалентной звездой сопротивлений r_{45} , r_{56} , r_{46} (рис. 1.3).

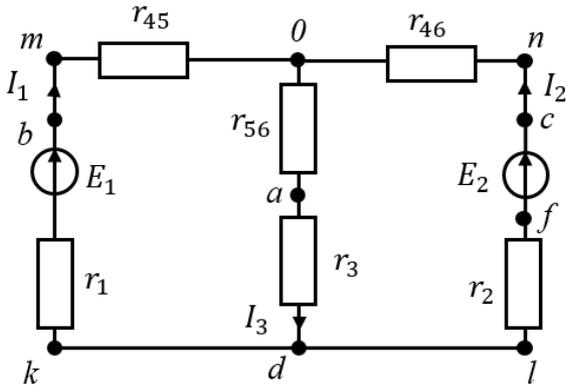


Рис. 1.3. Электрическая схема в результате преобразования

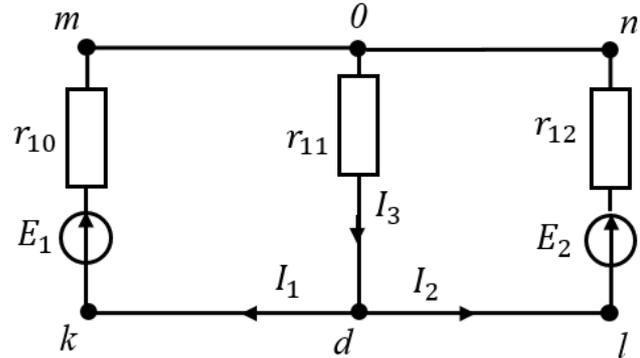


Рис. 1.4. Замена последовательно соединенных сопротивлений в ветвях эквивалентными

Эквивалентные сопротивления звезды равны:

$$r_{45} = \frac{r_4 r_5}{r_4 + r_5 + r_6} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 5 + 10} = 2 \text{ Ом},$$

$$r_{56} = \frac{r_5 r_6}{r_4 + r_5 + r_6} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 5 + 10} = 2 \text{ Ом},$$

$$r_{46} = \frac{r_4 r_6}{r_4 + r_5 + r_6} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 5 + 10} = 4 \text{ Ом}.$$

3.2 Замена последовательно соединенных сопротивлений в ветвях эквивалентными (рис. 1.4):

$$r_{10} = r_1 + r_{45} = 2,5 \text{ Ом},$$

$$r_{11} = r_3 + r_{56} = 2 + 2 = 4 \text{ Ом},$$

$$r_{12} = r_2 + r_{46} = 0,5 + 4 = 4,5 \text{ Ом}.$$

3.3 Определение токов по методу узловых потенциалов.

Схема электрической цепи, приведенная на рис. 1.4, состоит из двух узлов o , d . По методу двух узлов (частный случай метода узловых потенциалов) напряжение между узлами:

$$U_{0d} = \frac{E_1 G_{10} + E_2 G_{12}}{G_{10} + G_{11} + G_{12}} = \frac{100/2,5 + 120/4,5}{1/2,5 + 1/4 + 1/4,5} = 76,4 \text{ В},$$

где $G_{10} = \frac{1}{r_{10}}$; $G_{11} = \frac{1}{r_{11}}$; $G_{12} = \frac{1}{r_{12}}$.

По закону Ома токи в ветвях $k0$, $0d$, lo (рис. 1.4 и 1.3):

$$I_1 = \frac{-U_{0d} + E_1}{r_{10}} = \frac{-76,4 + 100}{2,5} = 9,44 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{-U_{0d} + E_2}{r_{12}} = \frac{-76,4 + 120}{4,5} = 9,69 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{U_{0d}}{r_{11}} = \frac{76,4}{4} = 19,1 \text{ А}.$$

3.4 Определение токов в ветвях mn , ba , ca (рис. 1.2). Из уравнения (7) имеем ($I_{k1} = I_1$, $I_{k2} = -I_2$):

$$I_4 = I_{3k} = \frac{r_5 I_{k1} + r_6 I_{k2}}{r_4 + r_5 + r_6} = \frac{5 \cdot 9,44 - 10 \cdot 9,69}{10 + 5 + 10} = -1,99 \text{ А}.$$

По первому правилу Кирхгофа (рис. 1.2):
для узла b :

$$I_1 - I_5 - I_4 = 0 \Rightarrow I_5 = I_1 - I_4 = 9,44 + 1,99 = 11,4 \text{ А}.$$

для узла b :

$$I_2 - I_6 + I_4 = 0 \Rightarrow I_6 = I_2 + I_4 = 9,69 - 1,99 = 7,7 \text{ А}.$$

Значение токов, вычисленные по методам контурных токов и узловых потенциалов с учётом погрешностей округления практически совпали. Следовательно, токи найдены правильно.

4. Определение тока в резисторе r_6 методом эквивалентного генератора.

Для определения ЭДС $E_{\text{ЭКВ}}$ рассмотрим режим холостого хода эквивалентного генератора, схема замещения которого показана на рис. 1.5. В режиме холостого хода сопротивление $r_6 = \infty$, а напряжение в точках разрыва равно напряжению, которое равно напряжению ЭДС эквивалентного генератора $E_{\text{ЭКВ}}$ ($U_{xx(ca)} = E_{\text{ЭКВ}}$).

4.1 Определение напряжения холостого хода $U_{xx(ca)}$ на зажимах разомкнутой ветви ca .

Чтобы определить расчётным путем $E_{\text{ЭКВ}} = U_{xx(ca)}$ в исходной схеме рис. 1.2 отключим участок с сопротивлением r_6 . Выделим в схеме точки «с» и «а».

Схема в этом случае имеет вид, показанный на рис. 1.5, а эквивалентная ей – на рис. 1.6, где $r_{13} = r_5 + r_3 = 5 + 2 = 7 \text{ Ом}$, $r_{14} = r_4 + r_2 = 10 + 0,5 = 10,5 \text{ Ом}$.

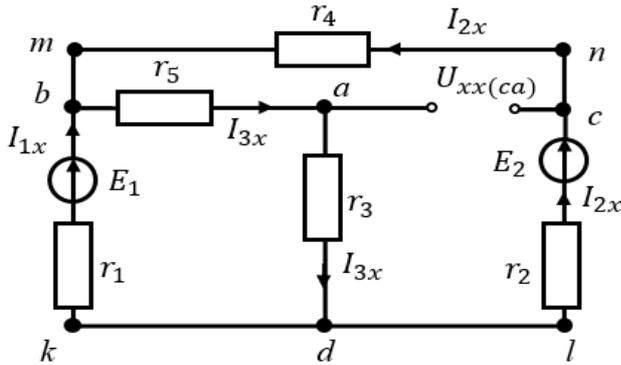


Рис. 1.5. К методу эквивалентного генератора

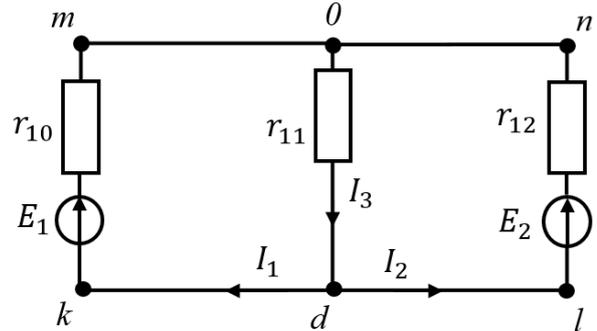


Рис. 1.6. Преобразованная электрическая схема (метод эквивалентного генератора)

Напряжение

$$U_{xx(ca)} = \varphi_{xx(c)} - \varphi_{xx(a)}.$$

Потенциалы точек (рис. 1.5):

$$\varphi_{xx(c)} = \varphi_{xx(b)} + r_4 I_{2x}$$

$$\varphi_{xx(a)} = \varphi_{xx(b)} - r_5 I_{3x}$$

Тогда $U_{xx(ca)} = r_4 I_{2x} + r_5 I_{3x}$.

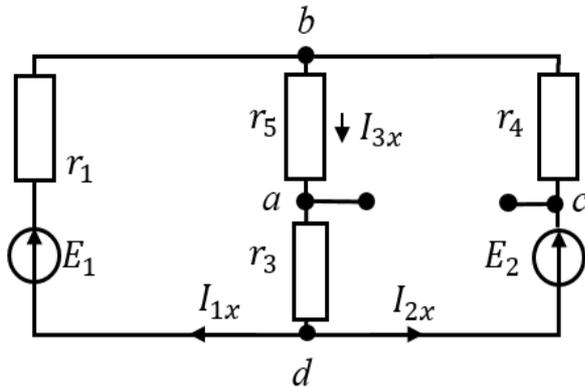


Рис. 1.5, а Преобразование схемы

Таким образом для нахождения напряжения $U_{xx(ca)}$ необходимо определить токи I_{2x} и I_{3x} . По методу двух узлов (рис. 1.6) запишется в виде:

$$U_{bd} = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_{14}}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_{13}} + \frac{1}{r_{14}}} = \frac{\frac{100}{0,5} + \frac{120}{10,5}}{\frac{1}{0,5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10,5}} = 94,5 \text{ В.}$$

По обобщенному закону Ома токи:

$$I_{2x} = \frac{-U_b + E_2}{r_{14}} = \frac{-94,5 + 120}{10,5} = 2,43 \text{ А,}$$

$$I_{3x} = \frac{U_b}{r_{13}} = \frac{94,5}{7} = 13,5 \text{ А.}$$

Тогда напряжение:

$$U_{xx(ca)} = 10 \cdot 2,43 + 5 \cdot 13,5 = 91,8 \text{ В.}$$

4.2 Определение эквивалентного внутреннего сопротивления $r_{\text{ЭКВ}}$ относительно узлов c и a :

Расчётным путем сопротивление $r_{\text{ЭКВ}}$ определяется как входное сопротивление выделенной части схемы, относительно зажимов « c » и « a ». Для этого все ЭДС активного двухполюсника принимаются равными нулю, замкнув накоротко точки цепи, к которым присоединены источники ЭДС. Схема для расчёта принимает следующий вид, показанный на рис. 1.7. Заменим треугольник сопротивлений r_1, r_5, r_3 эквивалентной звездой r_{15}, r_{16}, r_{17} (рис. 1.8).

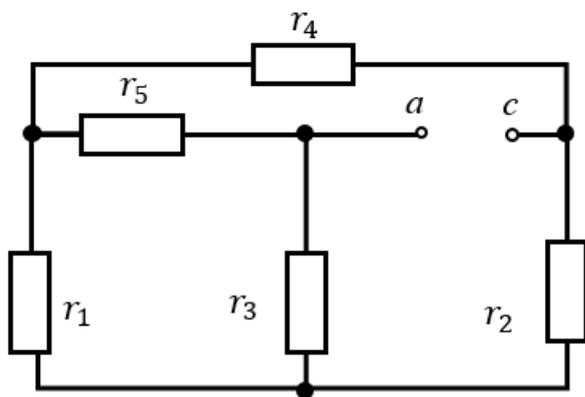


Рис. 1.7.

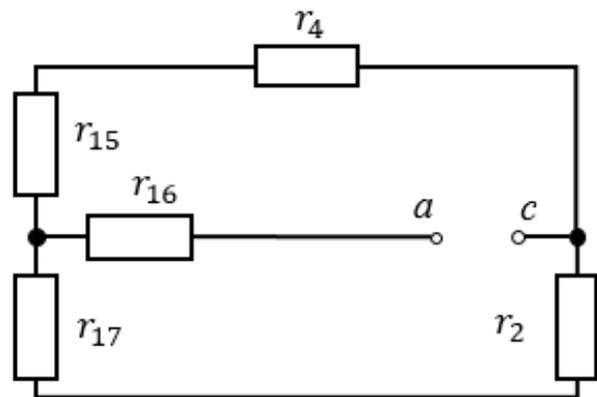


Рис. 1.8.

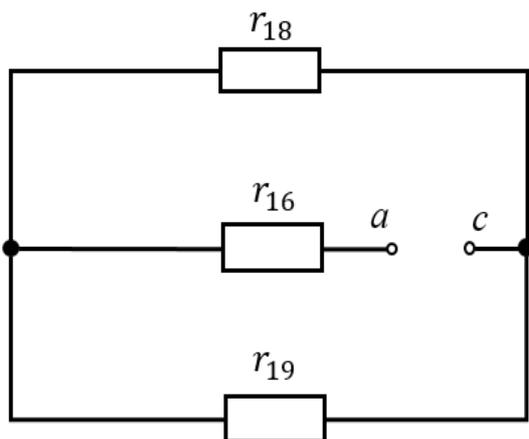


Рис. 1.9.

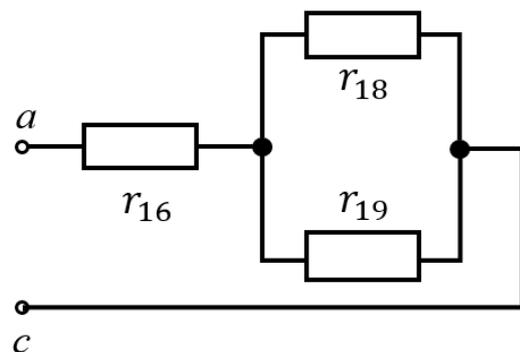


Рис. 1.10.

Эквивалентные сопротивления звезды равны:

$$r_{15} = \frac{r_1 r_5}{r_1 + r_5 + r_3} = \frac{0,5 \cdot 5}{0,5 + 5 + 2} = 0,333 \text{ Ом,}$$

$$r_{16} = \frac{r_3 r_5}{r_1 + r_5 + r_3} = \frac{2 \cdot 5}{0,5 + 5 + 2} = 1,33 \text{ Ом},$$

$$r_{17} = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_5 + r_3} = \frac{0,5 \cdot 2}{0,5 + 5 + 2} = 0,133 \text{ Ом}.$$

Последовательность преобразования электрической цепи. Заменяем последовательно соединенные в ветвях сопротивления r_{15} , r_4 и r_{17} , r_2 эквивалентными (рис. 1.9):

$$r_{18} = r_{15} + r_4 = 0,333 + 10 = 10,30 \text{ Ом},$$

$$r_{19} = r_{17} + r_2 = 0,133 + 0,5 = 0,633 \text{ Ом}.$$

В схеме электрической цепи, приведенной на рис. 1.9 и рис. 1.10, сопротивление r_{18} и r_{19} соединены параллельно, а их эквивалентное сопротивление – последовательно с r_{16} . Таким образом, эквивалентное сопротивление электрической цепи относительно узлов c , a :

$$r_{\text{ЭКВ}} = \frac{r_{18} r_{19}}{r_{18} + r_{19}} + r_{16} = \frac{10,3 \cdot 0,633}{10,3 + 0,633} + 1,33 = 1,93 \text{ Ом}.$$

Тогда ток в резисторе r_6 будет равен:

$$I_6 = \frac{U_{xx}(ca)}{r_{\text{ЭКВ}} + r_6} = \frac{91,8}{1,93 + 10} = 7,69 \text{ А}.$$

Значение тока I_6 совпало с найденным выше в методах контурных токов и узловых потенциалов.

5. Показание вольтметра и баланс мощности для заданной схемы

5.1 Показание вольтметра

Вольтметр включен к узлам « b », « k », т.е. показание прибора равно разности потенциалов:

$$U_{bk} = \varphi_b - \varphi_k,$$

но $\varphi_b = \varphi_b - I_1 r_1 + E_1$, откуда:

$$U_{bk} = E_1 - I_1 r_1 = 100 - 9,43 \cdot 0,5 = 95,3 \text{ В}.$$

5.2 Баланс мощностей

Мощность источников

Так как направление токов и ЭДС в источниках совпали, то

$$P_{\text{и}} = E_1 I_1 + E_2 I_2 = 100 \cdot 9,43 + 120 \cdot 9,68 = 2105 \text{ Вт.}$$

Мощность потребителей

По закону Джоуля-Ленца:

$$\begin{aligned} P_{\text{п}} &= I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + I_3^2 r_3 + I_4^2 r_4 + I_5^2 r_5 + I_6^2 r_6 = \\ &= 9,43^2 \cdot 0,5 + 9,68^2 \cdot 0,5 + 19,1^2 \cdot 2 + 1,99^2 \cdot 10 + 11,4^2 \cdot 5 + 7,69^2 \cdot 10 \\ &= 2102 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

$$P_{\text{и}} = P_{\text{п}} \text{ или } 2105 \text{ Вт} \approx 2102 \text{ Вт.}$$

Таким образом, уравнение баланса мощностей с учетом погрешностей при округлении хорошо выполняется, что подтверждает правильность расчёта токов в электрической цепи.

6. Потенциальная диаграмма для внешнего контура.

Потенциалы отдельных точек электрической цепи (рис. 1.2). Заземлим точку k , т.е.

$$\varphi_l = \varphi_d = \varphi_k = 0.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \varphi_l &= \varphi_k - I_1 r_1 = 0 - 9,43 \cdot 0,5 = -4,72 \text{ В,} \\ \varphi_b &= \varphi_m = \varphi_l + E_1 = -4,72 + 100 = 95,3 \text{ В,} \\ \varphi_c &= \varphi_n = \varphi_m - I_1 r_1 = 95,3 - (-1,99) \cdot 10 = 115,2 \text{ В,} \\ \varphi_f &= \varphi_c - E_2 = 115,2 - 120 = -4,8 \text{ В,} \\ \varphi_l &= \varphi_f + I_2 r_2 = -4,8 + 9,68 \cdot 0,5 = 0,04 \approx 0. \end{aligned}$$

Потенциальная диаграмма $\varphi(r)$ электрической цепи приведена на рис. 1.11.

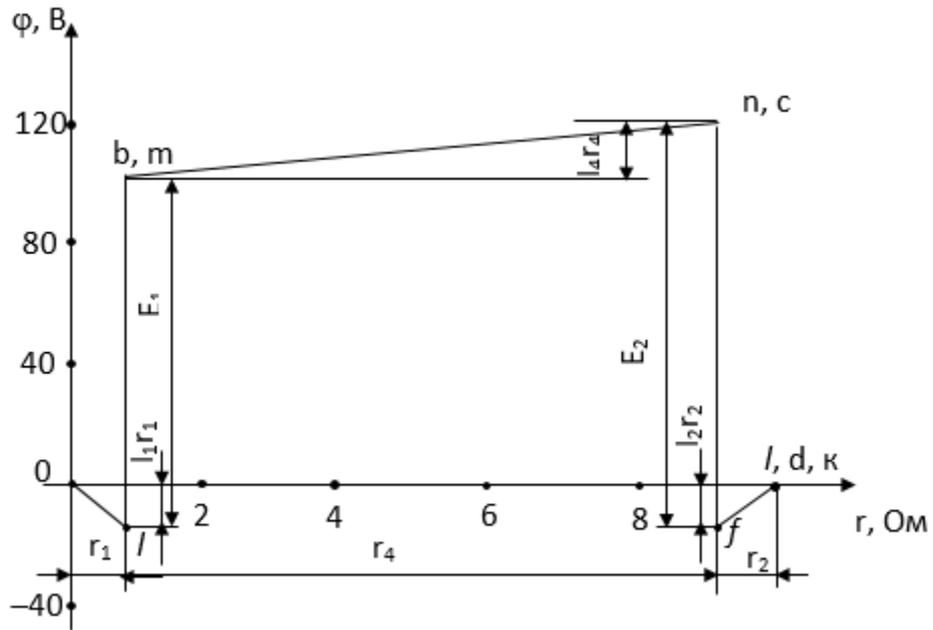


Рис. 1.11 Потенциальная диаграмма

Примечание: Показания вольтметра можно определить и из потенциальной диаграммы. Для этого необходимо определить потенциал в точке «*k*» и в точке «*b*» на потенциальной диаграмме и найти их разность. Так как $\varphi_k = 0$, а $\varphi_b = 95,3$ В, то показания вольтметра равно $95,3 - 0 = 95,3$ В.

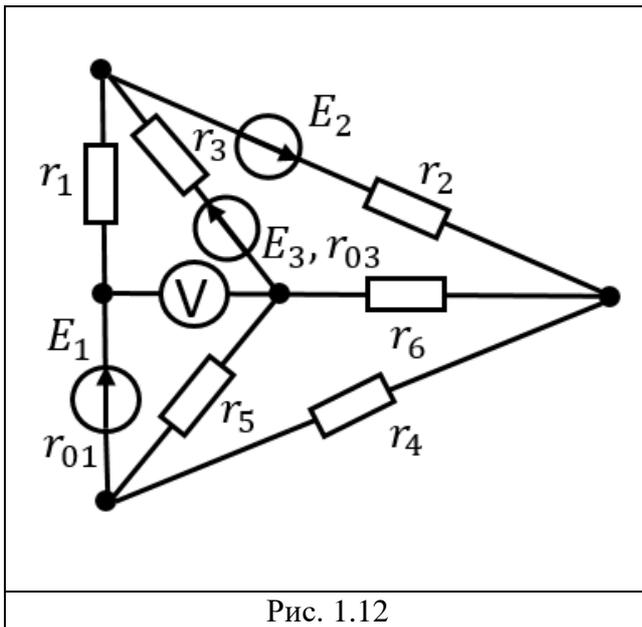


Рис. 1.12

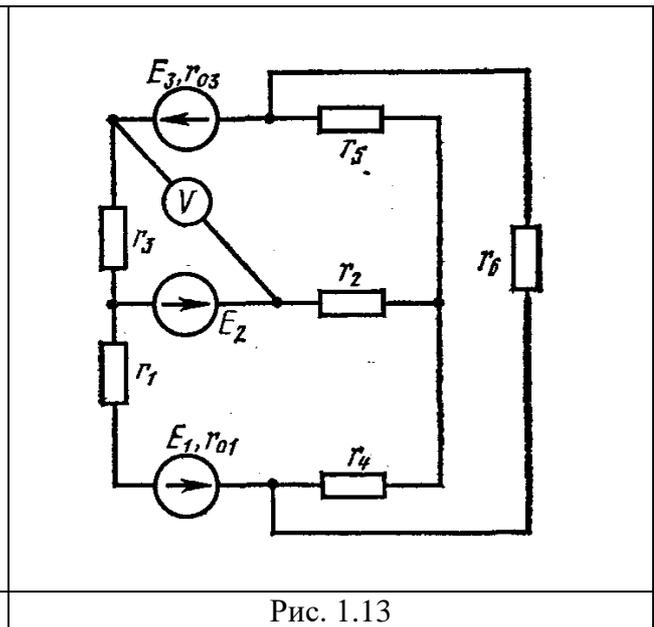


Рис. 1.13

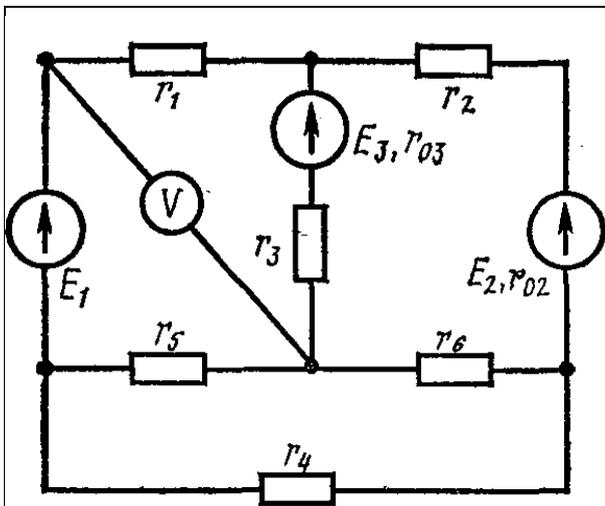


Рис. 1.14

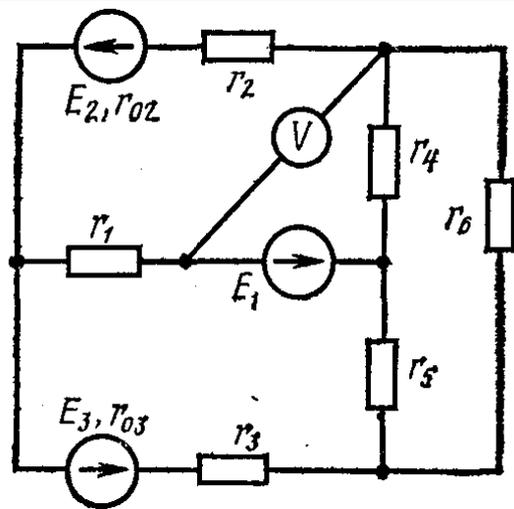


Рис. 1.15

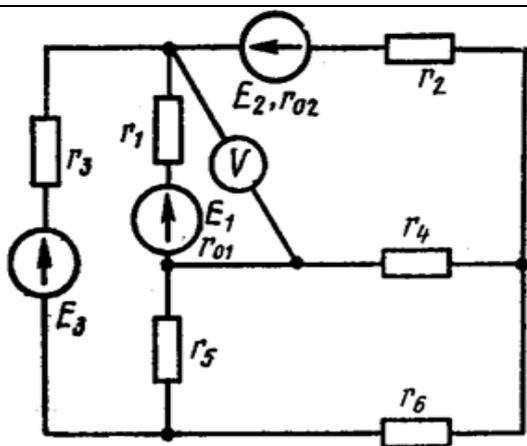


Рис. 1.16

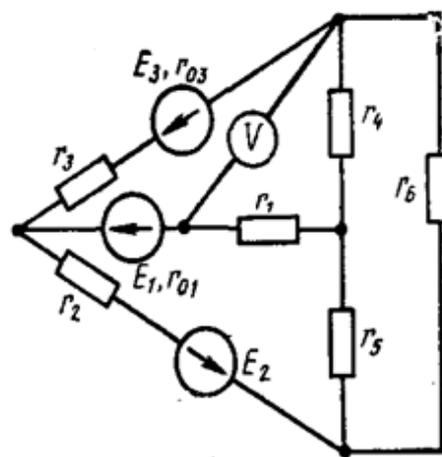


Рис. 1.17

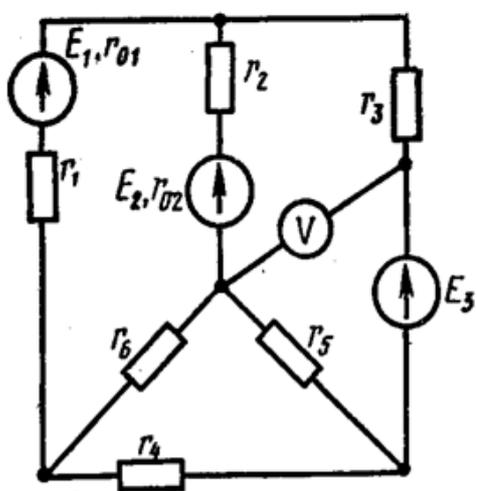


Рис. 1.17

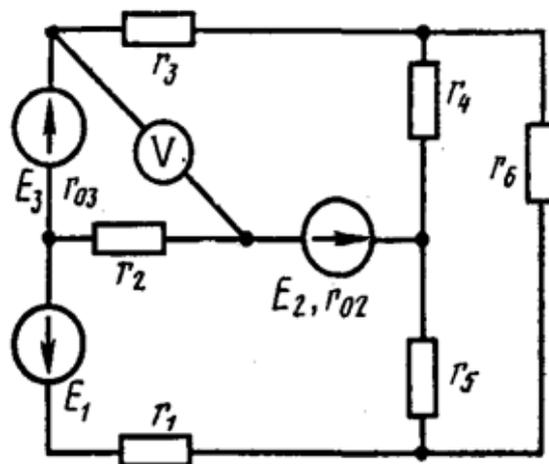


Рис. 1.18

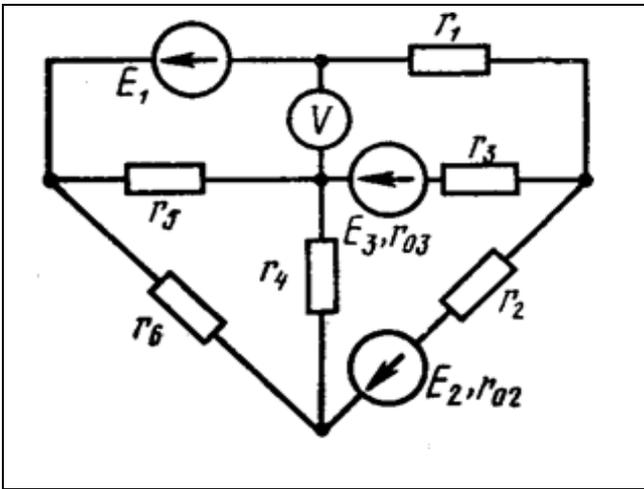


Рис. 1.19

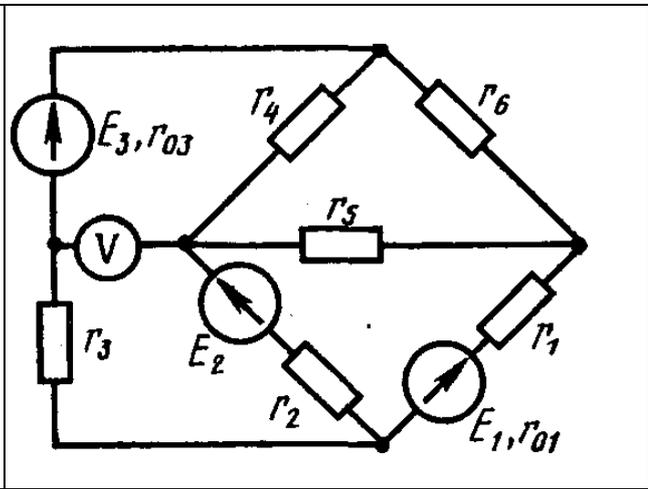


Рис. 1.20

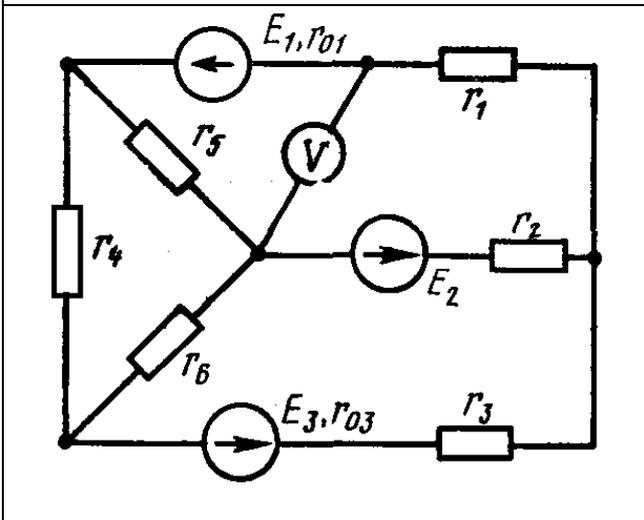


Рис. 1.21

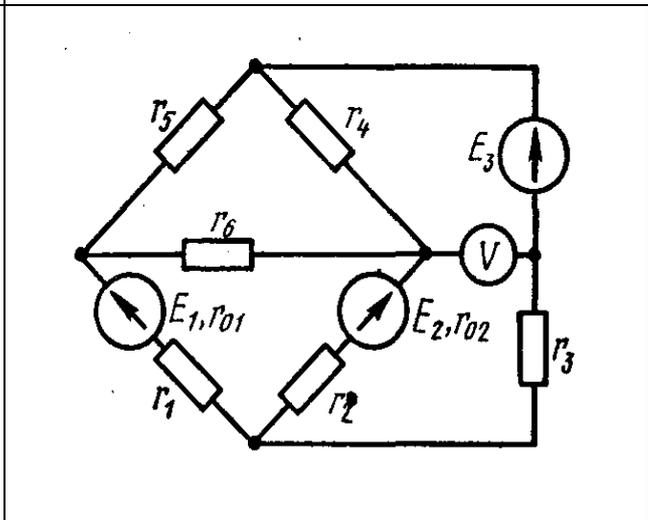


Рис. 1.22

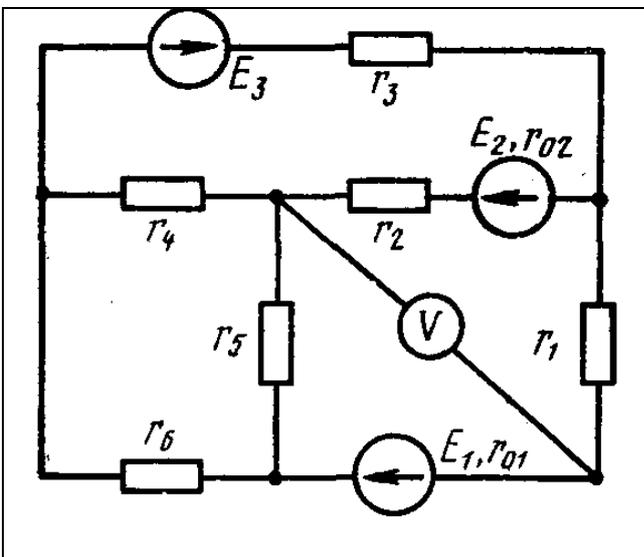


Рис. 1.23

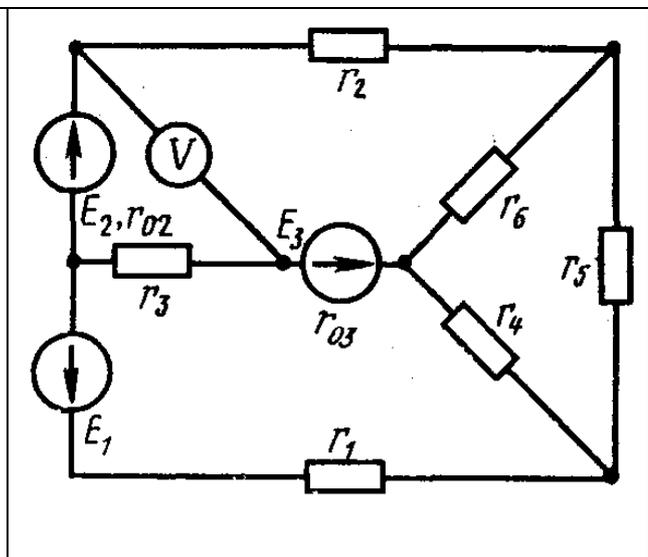


Рис. 1.24

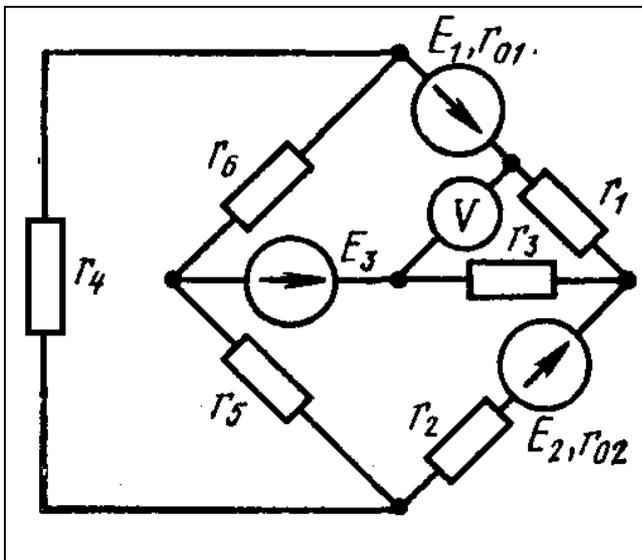


Рис. 1.25

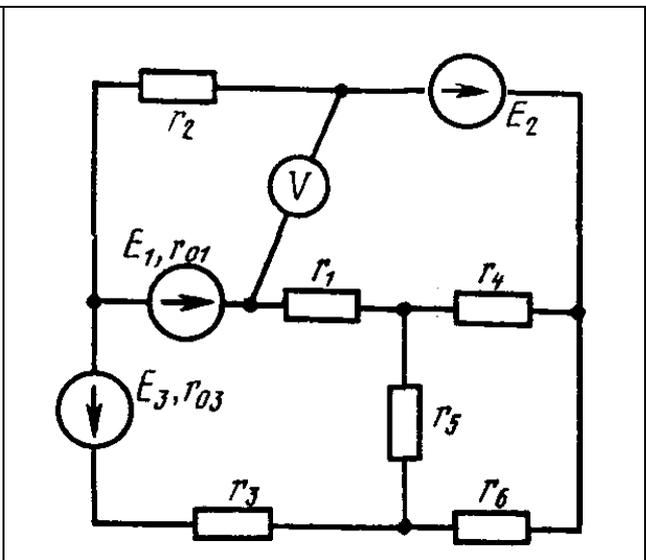


Рис. 1.26

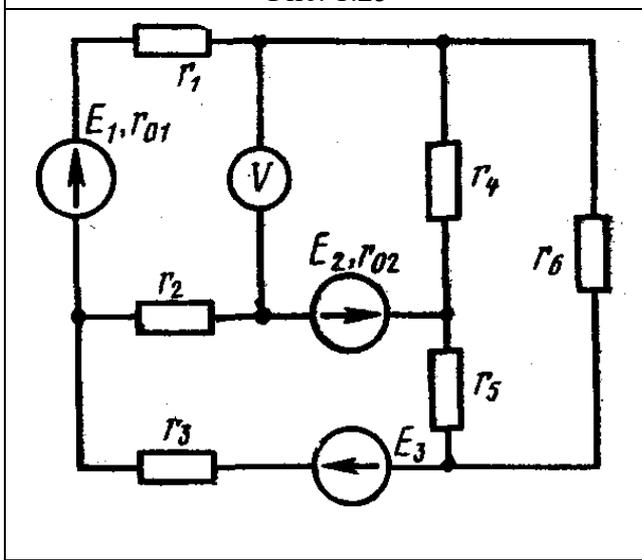


Рис. 1.27

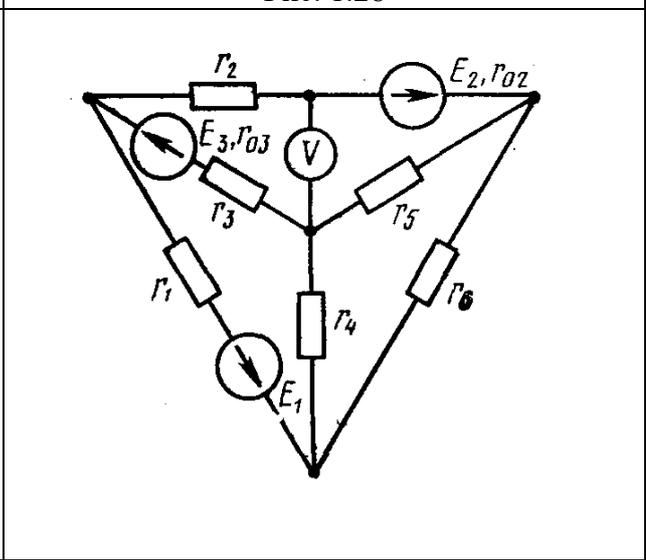


Рис. 1.28

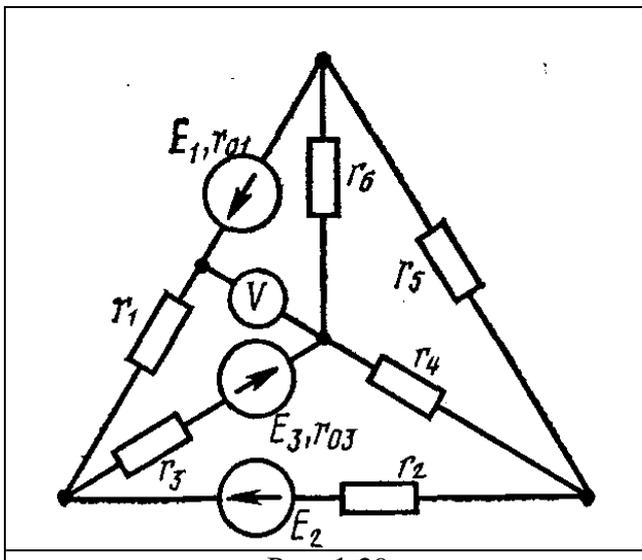


Рис. 1.29

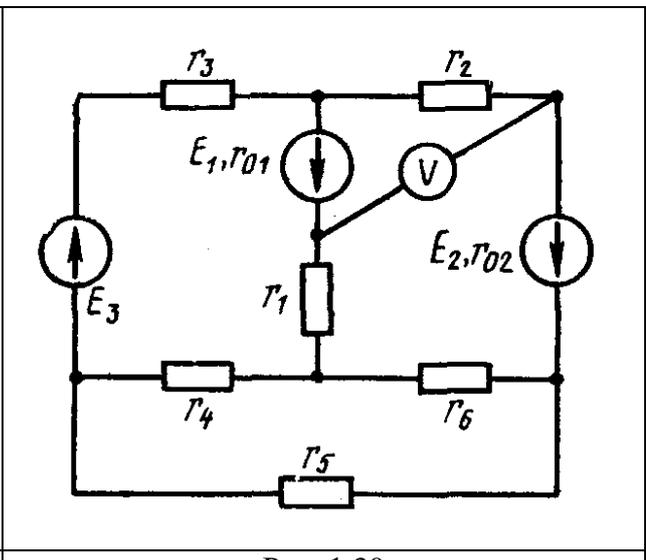


Рис. 1.30

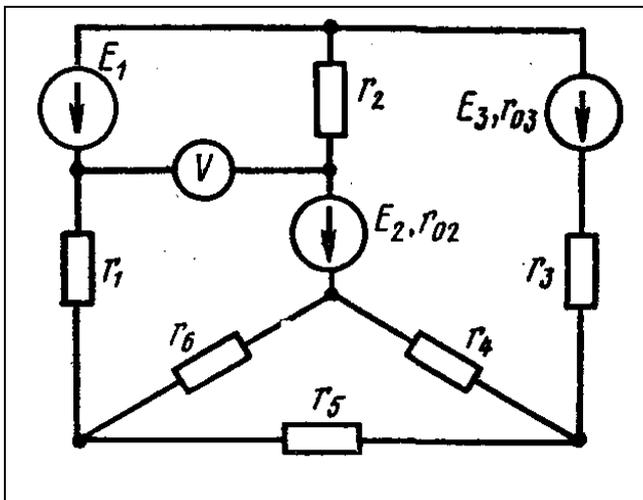


Рис. 1.31

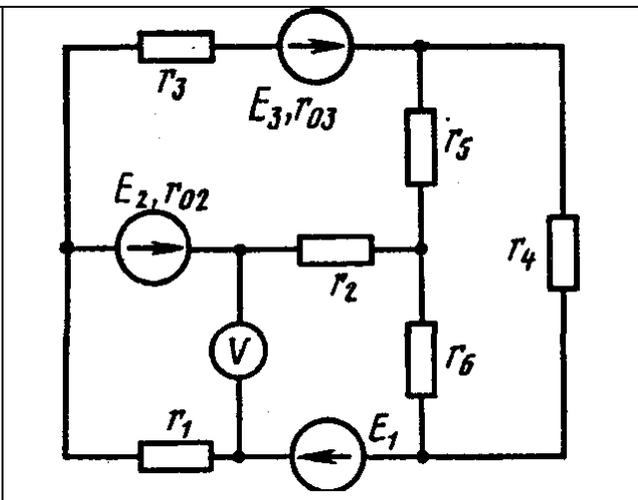


Рис. 1.32

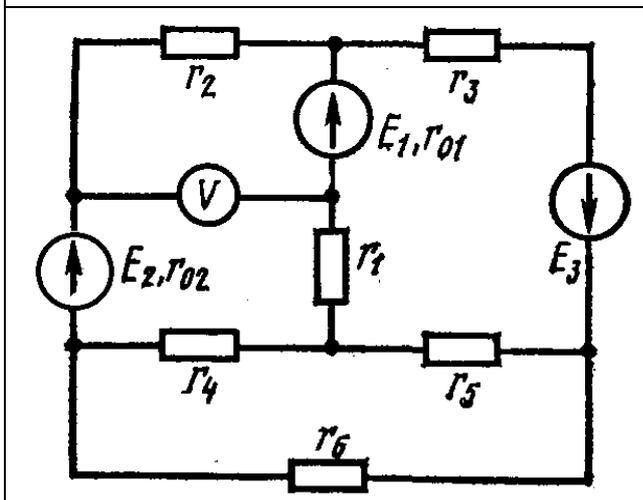


Рис. 1.33

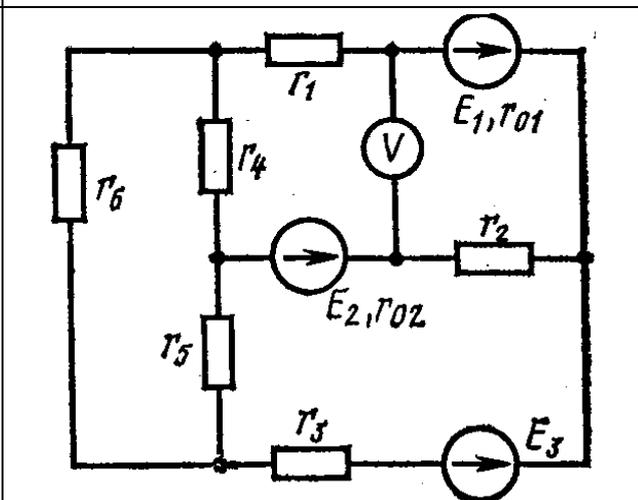


Рис. 1.34

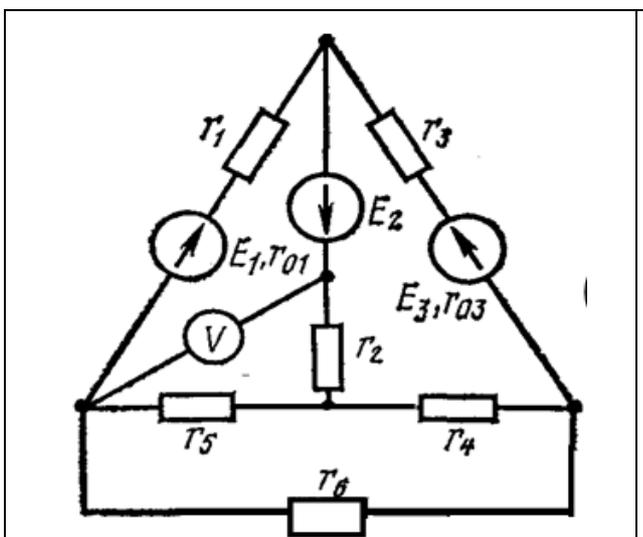


Рис. 1.35

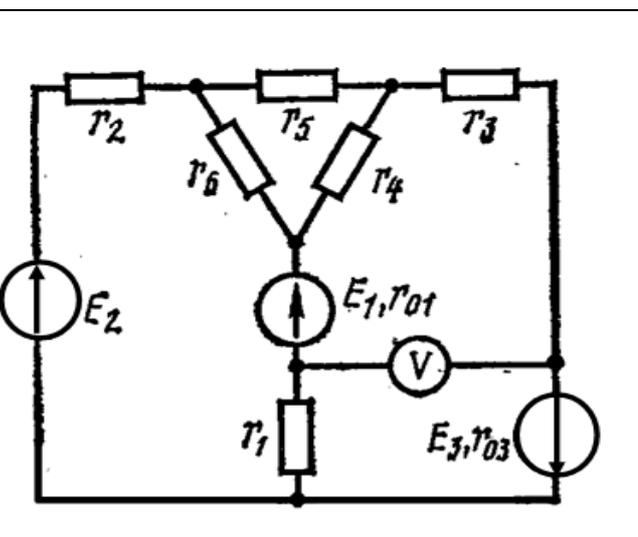


Рис. 1.36

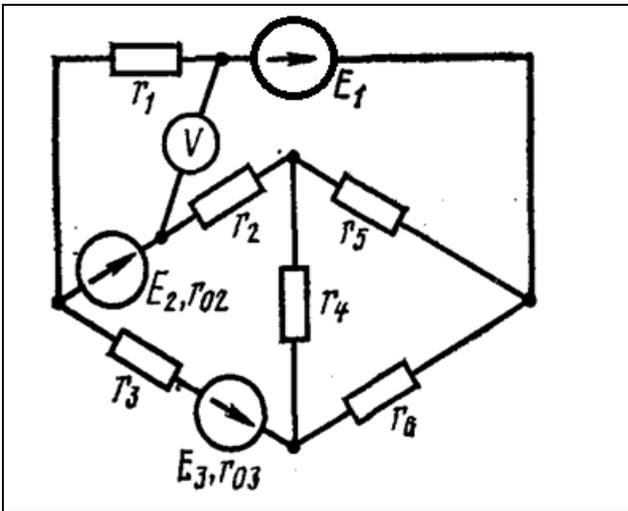


Рис. 1.37

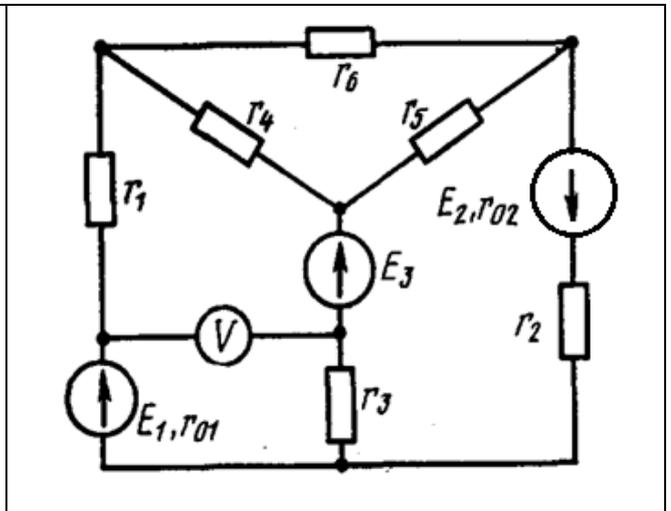


Рис. 1.38

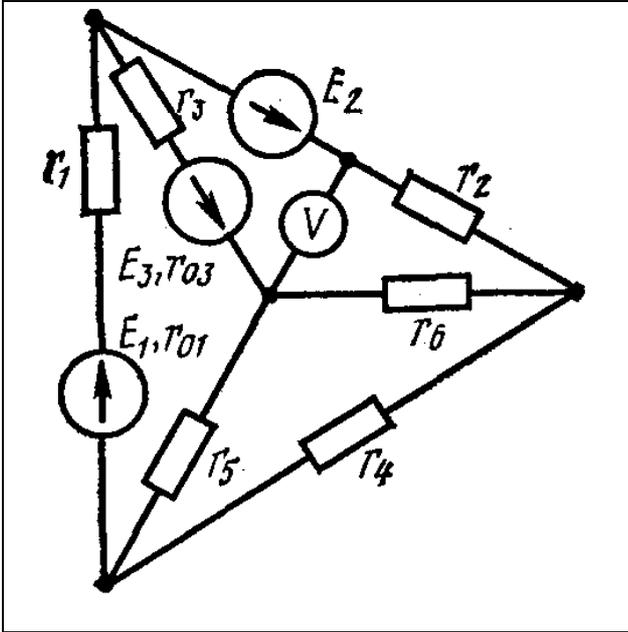


Рис. 1.39

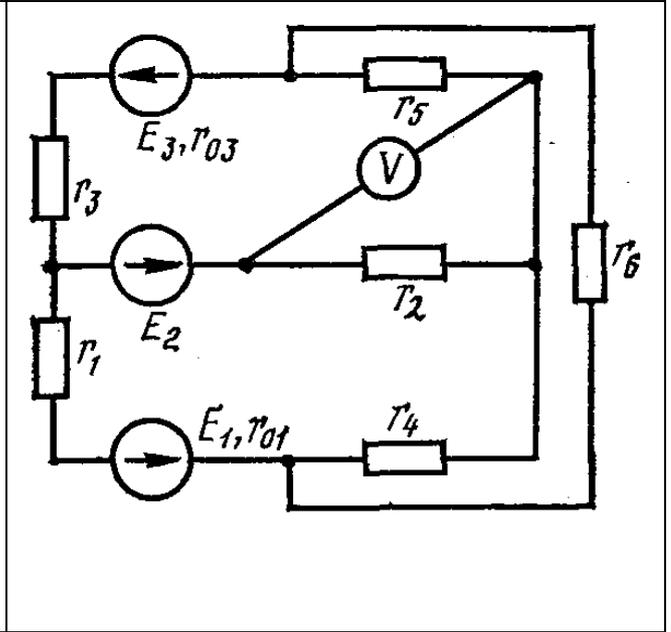


Рис. 1.40

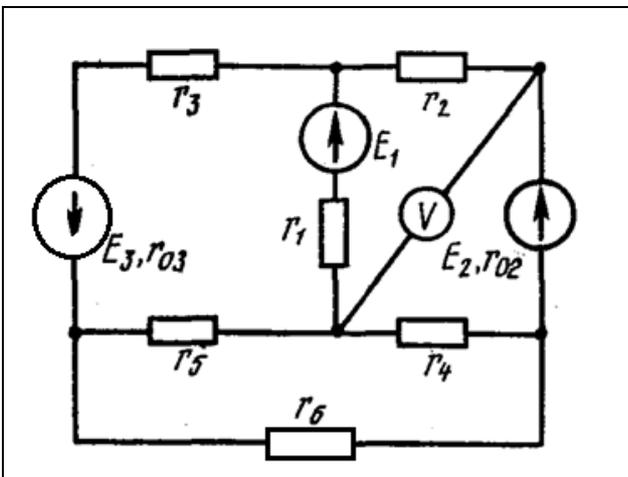


Рис. 1.41

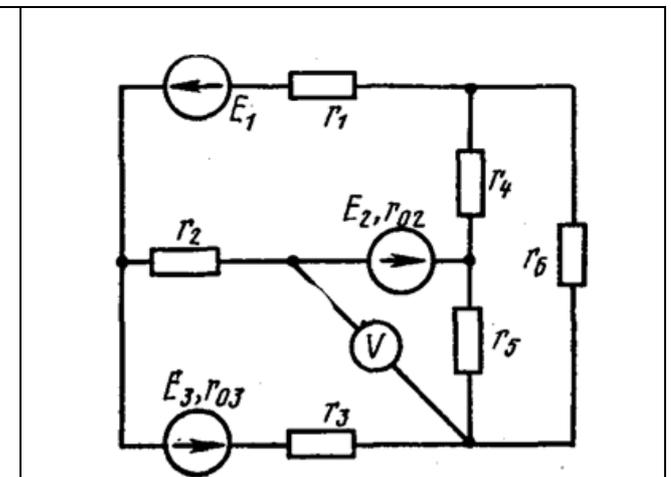


Рис. 1.42

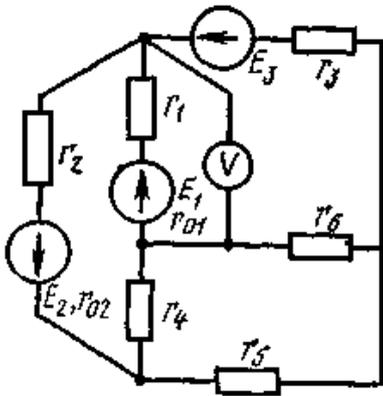


Рис. 1.43

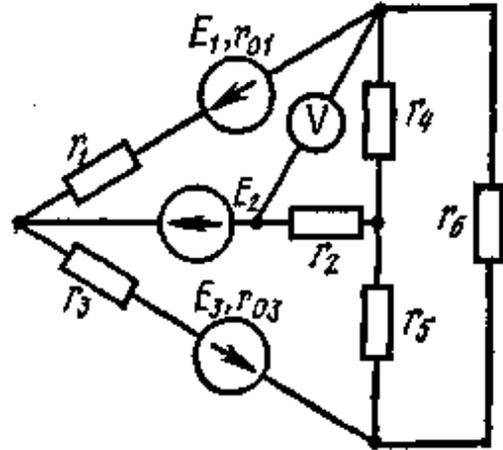


Рис. 1.44

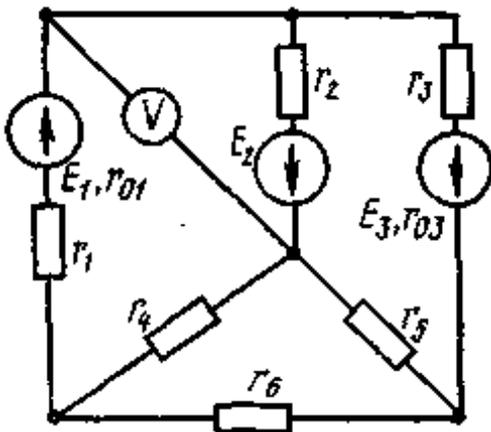


Рис. 1.45

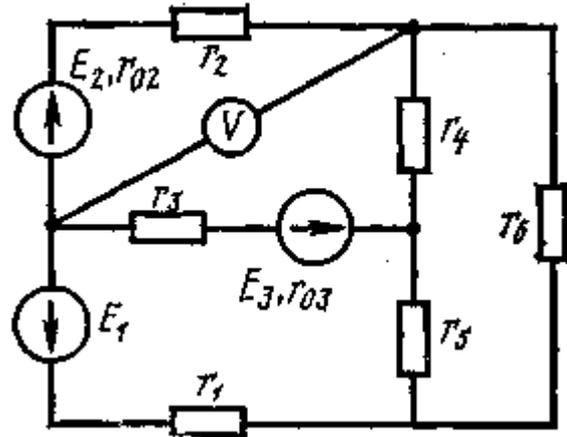


Рис. 1.46

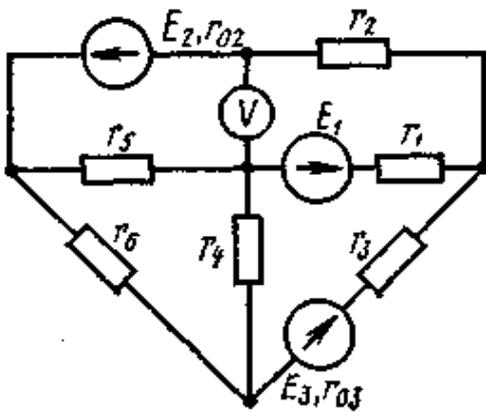


Рис. 1.47

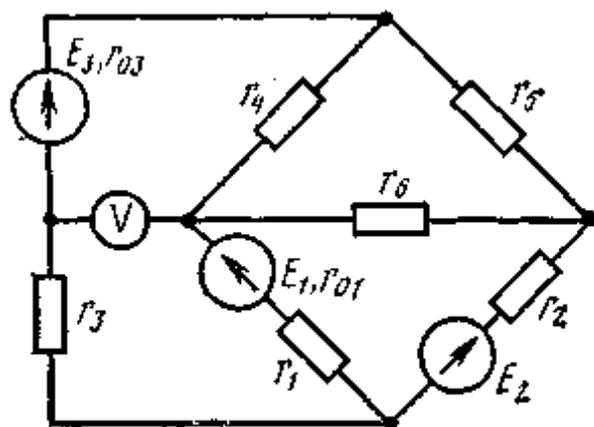


Рис. 1.48

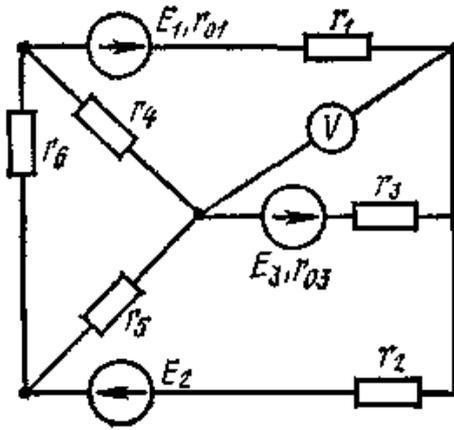


Рис. 1.49

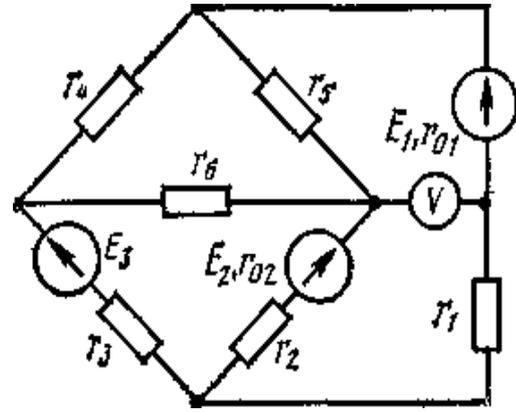


Рис. 1.50

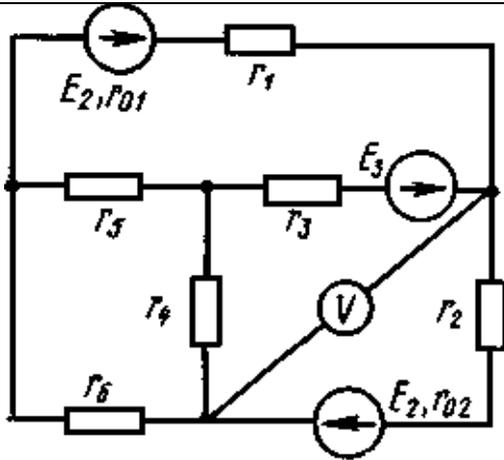


Рис. 1.51

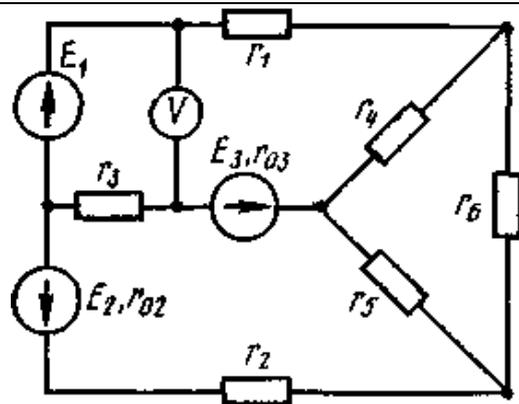


Рис. 1.52

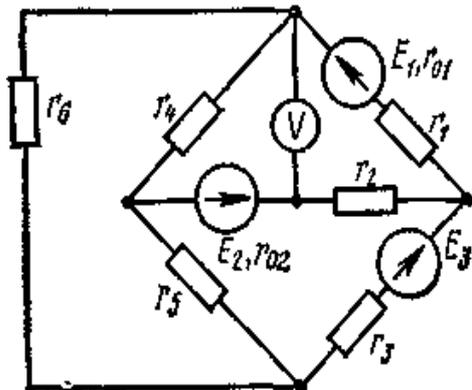


Рис. 1.53

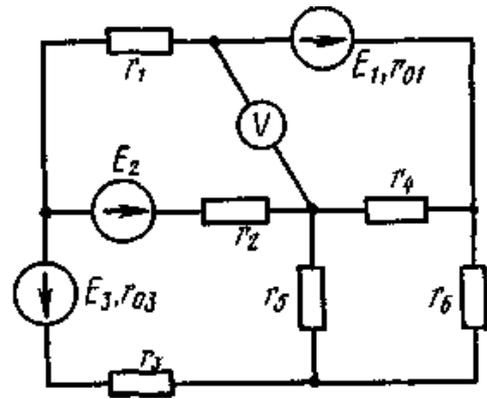


Рис. 1.54

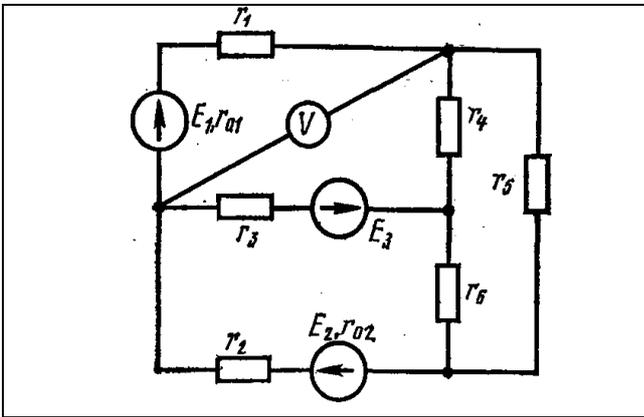


Рис. 1.55

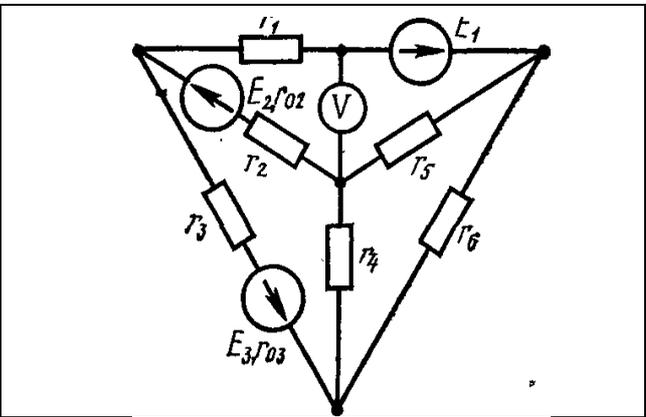


Рис. 1.56

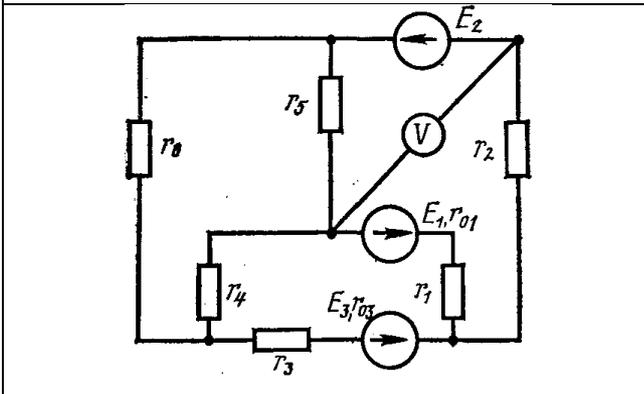


Рис. 1.57

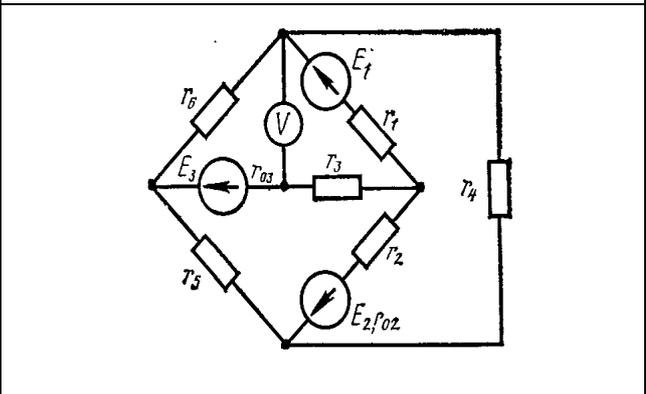


Рис. 1.58

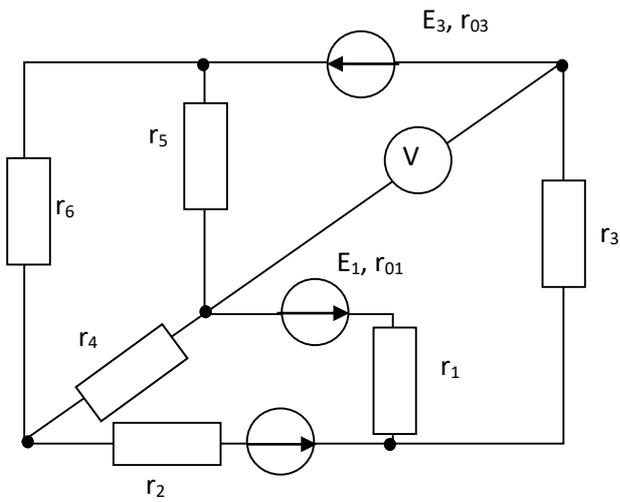


Рис. 1-49

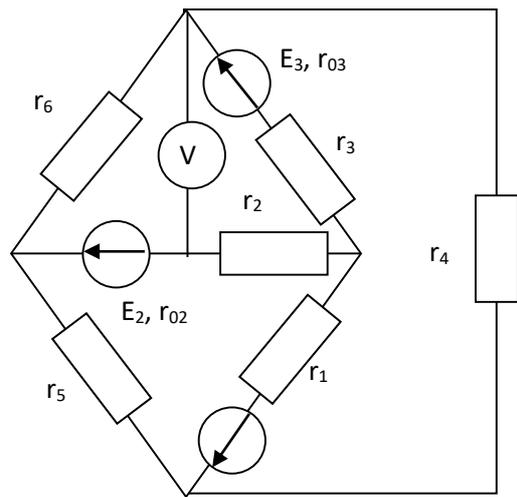


Рис. 1-50

ГЛАВА 3. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Задание 2.1. Электрическая цепь с одним источником энергии

Для электрических схем, изображенных на рис. 2.1.1 – 2.1.40, по заданным в табл. 2.1.2 параметрам и ЭДС источника определить токи во всех ветвях цепи и напряжения на отдельных участках. Составить баланс активной и реактивной мощностей. Построить в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и потенциальную диаграмму напряжений по внешнему контуру. Определить показание вольтметра и активную мощность, показываемую ваттметром.

Выбор варианта и номера схемы задания 2.1 провести по табл. 2.1.1.

Таблица 2.1.1

Выбор варианта и номера схемы задания 2.1

(в числителе указан номер варианта, а в знаменателе номер схемы)

№ в группе	№ группы						
	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1/10	50/25	0/11	1/12	2/13	3/14	4/15
2	2/4	49/3	5/20	6/21	7/22	8/23	9/24
3	48/7	47/5	16/4	17/40	18/4	19/4	20/8
4	50/1	48/4	10/31	11/32	12/33	14/34	15/4
5	41/2	46/6	30/8	31/8	32/8	25/6	26/6
6	36/3	45/7	27/6	28/6	29/6	30/7	31/7
7	28/5	44/8	38/7	33/7	34/7	35/8	36/8
8	15/6	43/9	37/8	39/8	41/9	40/9	42/9
9	18/3	42/10	43/9	44/9	45/10	46/10	47/10
10	33/4	41/16	48/10	49/10	50/10	15/9	16/9
11	21/6	40/25	17/9	18/9	19/9	0/8	1/8
12	38/10	39/3	2/8	3/8	4/8	15/7	16/7
13	5/17	38/4	17/7	18/7	19/7	5/6	6/6
14	14/7	37/5	7/6	8/6	9/6	20/8	21/8
15	32/8	35/7	47/4	48/4	49/4	50/40	0/30
16	25/7	36/6	2/8	3/8	4/8	45/4	46/4
17	49/18	34/8	13/3	2/31	3/32	4/30	25/2
18	9/3	33/9	26/26	27/27	28/28	29/29	20/19
19	37/20	32/10	21/11	22/12	23/13	24/14	3/21
20	30/5	31/15	5/8	0/22	1/23	2/24	4/25
21	19/6	32/2	1/34	21/35	22/36	23/37	24/38
22	14/10	31/3	5/4	6/4	7/4	8/4	9/4
23	5/9	30/4	10/8	11/8	12/8	13/8	14/8

24	7/7	29/5	15/6	16/6	17/6	18/6	19/6
25	27/8	27/7	25/8	26/8	27/8	28/8	29/8
26	44/4	26/19	30/9	31/9	32/9	33/7	34/9
27	17/18	25/9	35/10	36/10	37/10	38/10	39/10
28	12/3	24/10	1/10	5/10	6/15	7/16	8/17
29	8/5	28/6	20/7	21/7	22/7	23/7	24/7
30	16/20	23/10	14/21	10/22	50/23	48/24	45/25
31	23/9	22/29	34/36	31/8	27/37	14/38	12/39
32	39/10	21/8	11/4	7/40	31/4	37/4	50/4
33	18/6	20/4	16/8	15/9	14/10	13/1	12/2
34	17/7	19/5	11/35	10/4	9/5	8/6	7/7

Таблица 2.1.2

*Параметры элементов и ЭДС источника электрической цепи
синусоидального тока*

(при недостающих данных по отдельным элементам выбранной схемы
принять следующие значения: для сопротивлений – 10 Ом;
для индуктивностей – 50 мГн; для емкостей – 1000 мкФ)

№ п/п	ψ_e	E, В	f, Гц	C ₁ , мкФ	C ₂ , мкФ	C ₃ , мкФ	L ₁ , мГн	L ₂ , мГн	L ₃ , мГн	r ₁ , Ом	r ₂ , Ом	r ₃ , Ом
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0	150	50	637	300	–	–	15,9	2	3	4
1	30	100	200	637	300	–	–	–	15,9	8	3	4
2	60	120	400	637	300	–	–	50	15,9	8	3	4
3	90	200	150	637	300	–	–	–	15,9	8	3	4
4	45	220	100	637	300	–	–	–	15,9	8	3	4
5	20	50	50	–	–	100	15,9	900	115	10	4	100
6	10	100	100	–	–	100	15,9	900	115	10	4	100
7	40	120	200	–	–	100	15,9	900	115	10	4	100
8	50	200	150	–	–	100	15,9	900	115	10	4	100
9	70	220	400	–	–	100	15,9	900	115	10	4	100
10	80	50	50	637	–	–	–	15,9	6,37	5	10	8
11	85	100	100	637	–	–	–	15,9	6,37	5	10	8
12	75	120	150	637	–	–	–	15,9	6,37	5	10	8
13	65	200	200	637	–	–	–	15,9	6,37	5	10	8
14	55	220	400	637	–	–	–	15,9	6,37	5	10	8
15	35	150	50	–	1600	–	31,8	–	95	10	2	10
16	25	100	100	–	1600	–	31,8	–	95	10	2	10
17	15	120	150	–	1600	–	31,8	–	95	10	2	10
18	5	200	200	–	1600	–	31,8	–	95	10	2	10
19	0	220	400	–	1600	–	31,8	–	95	10	2	10
20	5	50	50	637	159	–	–	–	95	15	10	–
21	10	100	100	637	159	–	–	–	95	15	10	–
22	15	120	150	637	159	–	–	–	95	15	10	–
23	20	200	200	637	159	–	–	–	95	15	10	–
24	25	220	400	637	159	–	–	–	95	15	10	–
25	30	150	50	–	–	637	159	25	–	6	4	–

26	35	100	100	–	–	637	159	25	–	6	4	–
27	40	100	150	–	–	637	159	25	–	6	4	–
28	45	200	200	–	–	637	159	25	–	6	4	–
29	50	220	400	–	–	637	159	25	–	6	4	–
30	55	50	50	–	637	–	19,1	–	31,8	40	–	40
31	60	100	100	–	637	–	19,1	–	31,8	40	–	40
32	65	120	150	–	637	–	19,1	–	31,8	40	–	40
33	70	200	200	–	637	–	19,1	–	31,8	40	–	40
34	75	220	400	–	637	–	19,1	–	31,8	40	–	40
35	80	50	50	–	318	–	–	–	15,9	8	10	4
36	85	100	100	–	318	–	–	–	15,9	8	10	4
37	90	150	150	–	318	–	–	–	15,9	8	10	4
38	5	200	200	–	318	–	–	–	15,9	8	10	4
39	10	220	400	–	318	–	–	–	15,9	8	10	4
40	15	50	50	–	318	–	9,55	–	–	4	10	40
41	20	100	100	–	318	–	9,55	–	–	4	10	40
42	25	120	150	–	318	–	9,55	–	–	4	10	40
43	30	200	200	–	318	–	9,55	–	–	4	10	40
44	35	220	400	–	318	–	9,55	–	–	4	10	40
45	40	50	50	–	159	–	15,9	–	31,8	35	20	–
46	45	100	100	–	159	–	15,9	–	31,8	35	20	–
47	50	120	150	–	159	–	15,9	–	31,8	35	20	–
48	55	200	200	–	159	–	15,9	–	31,8	35	20	–
49	60	220	400	–	159	–	15,9	–	31,8	35	20	–
50	65	50	250	–	159	–	15,9	–	31,8	35	20	–

Методические указания по выполнению Задания 2.1

Пример 2.1

Символическим методом определить токи и составить баланс мощностей для схемы рис. 2.1, если известны ее параметры:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= 200 \text{ В;} \\
 r_0 &= 3,6 \text{ Ом;} \\
 x_0 &= 2,8 \text{ Ом;} \\
 x_{1L} &= 3,0 \text{ Ом;} \\
 r_1 &= 12,4 \text{ Ом;} \\
 x_{1c} &= 12,8 \text{ Ом;} \\
 r_2 &= 3,4 \text{ Ом;} \\
 x_{2L} &= 17,2 \text{ Ом;} \\
 r_3 &= 12,6 \text{ Ом;} \\
 x_{3c} &= 7,2 \text{ Ом.}
 \end{aligned}$$

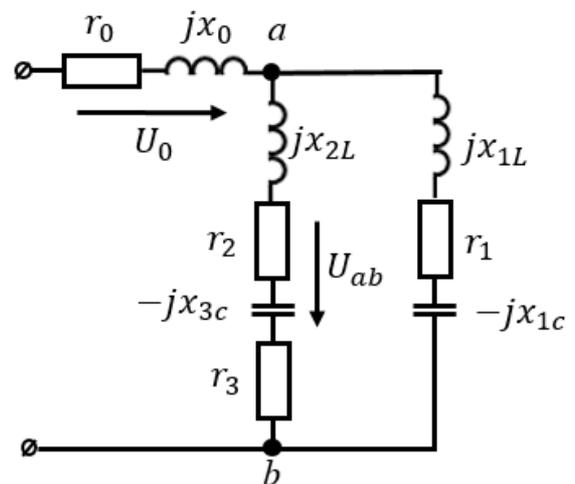


Рис. 2.1 Схема цепи со смешанным соединением элементов

Одним из методов расчета цепей синусоидального тока является символический метод. Его сущность состоит в том, что при синусоидальном токе можно перейти от уравнений, составленных для мгновенных значений и являющихся дифференциальными, к уравнениям, составленным для комплексов тока и ЭДС.

Мгновенные значения токов, напряжения, ЭДС и т.д. заменяют их комплексными изображениями. Так, $r\underline{I}_m$ – это изображение падения напряжения на r ; $j\omega L\underline{I}_m$, $-j\frac{1}{\omega C}\underline{I}_m$ – соответственно изображения падений напряжений на индуктивности и конденсаторе, \underline{I}_m – комплексная амплитуда тока i , $\omega = 2\pi f$.

Все методы и приемы, используемые для расчета цепей постоянного тока, применимы и для расчета цепей синусоидального тока при условии представления расчетных величин в комплексной форме.

Из условия начальная фаза приложенного напряжения $\varphi_U = 0$, тогда

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_U} = 200 \text{ В.}$$

Сопротивление первой ветви

$$\underline{Z}_1 = r_1 + j(x_{1L} - x_{1C}) = 12,4 + j(3 - 12,8) = 12,4 - j9,8 = 15,8e^{-j38^\circ} \text{ Ом.}$$

Сопротивление второй ветви

$$\underline{Z}_2 = r_2 + jx_{2L} + r_3 - jx_{3C} = 3,4 + j17,2 + 12,6 - j7,2 = 18,9e^{j32^\circ} \text{ Ом.}$$

Сопротивление неразветвленной части

$$\underline{Z}_0 = r_0 + jx_0 = 3,6 + j2,8 = 4,56e^{j38^\circ} \text{ Ом.}$$

Для определения эквивалентного сопротивления цепи используем метод свертывания, рассмотренный в п. 1.

$$\begin{aligned} \underline{Z}_\Sigma &= \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} + \underline{Z}_0 = \frac{15,8e^{-j38^\circ} \cdot 18,9e^{j32^\circ}}{12,4 - j9,8 + 16 + j10} + 3,6 + j2,8 = \\ &= 10,5e^{-j6^\circ} + 3,6 + j2,8 = 10,44 - j1,1 + 3,6 + j2,8 = 14,04 + j1,7 = \\ &= 14,14e^{j7^\circ} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_\Sigma} = \frac{200}{14,14e^{j7^\circ}} = 14,14e^{-j7^\circ} \text{ Ом.}$$

Напряжение на участке \underline{Z}_0 :

$$\underline{U}_0 = \underline{Z}_0 \underline{I} = 4,56 \underline{I} e^{j38^\circ} \cdot 14,14 e^{j-7^\circ} = 64,95 e^{j31^\circ} \text{ В.}$$

Напряжение между точками a и b

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U} - \underline{U}_0 = 200 - 64,95 e^{j31^\circ} = 200 - (64,95 \cos 31^\circ - j64,95 \sin 31^\circ) = \\ &= 200 - (55,3 + j33,2) = 144,7 - j33,2 = 148,5 e^{-j13^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Ток в первой ветви

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_1} = \frac{148,5 e^{-j13^\circ}}{15,8 e^{-j38^\circ}} = 9,4 e^{j25^\circ} \text{ А.}$$

Ток во второй ветви

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = \frac{148,5 e^{-j13^\circ}}{18,9 e^{j32^\circ}} = 7,86 e^{-j45^\circ} \text{ А.}$$

Проверка расчетов по первому правилу Кирхгофа

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 9,4 e^{j25^\circ} + 7,86 e^{-j45^\circ} = \\ &= 9,4 \cdot (\cos 25^\circ + j \sin 25^\circ) + 7,86 \cdot (\cos(-45^\circ) + j \sin(-45^\circ)) = \\ &= 8,5 + j3,96 + 5,55 - j5,55 = 14,04 - j1,59 = 14,14 e^{-j6,9^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Для построения векторной диаграммы рекомендуется выбрать масштабы $M_U = 25 \frac{\text{В}}{\text{см}}$, $M_I = 2 \frac{\text{А}}{\text{см}}$. Векторная диаграмма представлена на рис. 2.2.

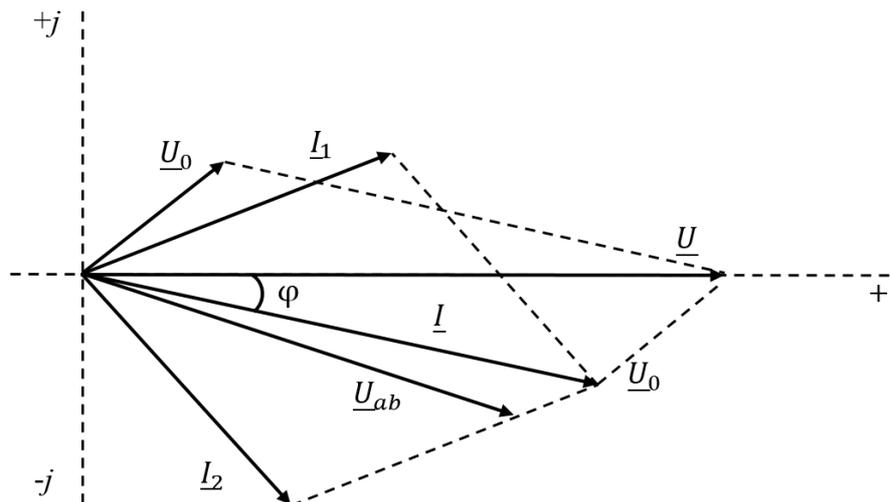


Рис. 2.2 Векторная диаграмма к примеру 2.1

Сдвиг фаз в цепи между приложенным напряжением U и током I определяется соотношением:

$$\varphi = \psi_U - \psi_I = 0 - (-7)^\circ = 7^\circ > 0,$$

т.е. цепь имеет активно-индуктивный характер.

Уравнение баланса мощностей:

$$\tilde{S} = \tilde{S}_0 + \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2,$$

где

\tilde{S} – полная мощность источника питания;

$\tilde{S}_0, \tilde{S}_1, \tilde{S}_2$ – полные мощности приемников.

Мощность источника питания:

$$\tilde{S} = \underline{U}I^* = 200 \cdot 14,14e^{j7^\circ} = 2828e^{j7^\circ} = 2808 + j344,6 \text{ ВА}, \quad \text{т.е. } S = 2828 \text{ ВА}, \\ P = 2808 \text{ Вт}, Q = 344,6 \text{ вар.}$$

Мощности приемников:

$$\tilde{S}_0 = \underline{U}_0I^* = 64,5e^{j31^\circ} \cdot 14,14e^{j7^\circ} = 912e^{j38^\circ} = 718,7 + j566,5 \text{ ВА},$$

$$\tilde{S}_1 = \underline{U}_{ab}I_1^* = 148,5e^{-j13^\circ} \cdot 9,4e^{-j25^\circ} = 1395,9e^{-j38^\circ} = 1100 - j859,4 \text{ ВА},$$

$$\tilde{S}_2 = \underline{U}_{ab}I_2^* = 148,5e^{-j13^\circ} \cdot 7,86e^{45^\circ} = 1167,2e^{j38^\circ} = 990 + j637,5 \text{ ВА}.$$

Суммарная мощность приемников:

$$\tilde{S} = \tilde{S}_0 + \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 = 2808 + j344,6 = 2808 + j344,6 \text{ ВА}, \quad \text{т.е. } S = 2828 \text{ ВА}, P = 2808,7 \text{ Вт}, Q = 344,6 \text{ вар.}$$

Таким образом, уравнение баланса мощностей с учётом погрешностей определения практически выполняется, что подтверждает правильность расчёта токов и напряжений в электрической цепи.

Задание 2.2. Расчет разветвленной цепи синусоидального тока

1. Считая, что индуктивная связь между катушками отсутствует:

– определить токи во всех ветвях схемы (см. варианты схем в табл. 2.2.1);

– составить баланс активных и реактивных мощностей;

– определить показания ваттметра;

– построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;

– построить кривые мгновенных значений ЭДС e_1 и тока i_3 .

2. Учитывая взаимную индуктивность катушек и считая заданным ток

I_1 , в первой ветви, а ЭДС E_1 , - неизвестной;

– определить неизвестные токи и ЭДС;

– построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

Методические указания к выполнению Задания 2.2

1. При учете взаимной индукции в качестве заданного тока \underline{I}_1 , в первой ветви следует принять ток, существовавший в этой же ветви при отсутствии индуктивной связи.

2. На топографических диаграммах должны быть показаны векторы напряжений на всех элементах схемы.

3. Напряжения на элементах схемы, обладающих взаимной индуктивностью, должны быть разложены на составляющие (напряжение самоиндукции и напряжение взаимоиндукции с каждой из индуктивно связанных катушек).

4. Номер схемы соответствует порядковому номеру, под которым фамилия обучающегося записана в групповом журнале.

5. Числовые значения параметров схемы приведены в табл. 2.2.1 и табл. 2.2.2.

Таблица 2.2.1

Числовые значения параметров схем

Параметры	Номер варианта											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$E_1, В$	100	220	200	200	200	240	280	400	50	40	1000	500
$E_2, В$	100	140	200	220	240	280	240	100	60	70	1200	120
α	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/4$
$r_1, Ом$	4	6	8	10	12	20	40	3	40	20	100	6
$L_1, мГн$	20	40	4	6	2	10	3	30	10	20	2	30
$C_1, мкФ$	200	300	40	90	20	50	10	300	100	200	20	200
$r_2, Ом$	5	6	8	12	14	24	30	4	20	10	30	4
$L_2, мГн$	30	10	6	4	8	8	10	40	50	30	4	50
$C_2, мкФ$	250	200	80	40	100	30	140	200	200	150	30	300
$r_3, Ом$	2	6	6	8	4	16	24	3	10	5	30	4
$L_3, мГн$	10	60	4	8	5	4	2	20	30	20	5	20
$C_3, мкФ$	100	200	3	8	50	10	20	400	300	150	20	300
k_{12}	0	0,6	0	0,3	0,6	0,8	0	0,6	0	0,6	0,4	0,6
k_{13}	0,6	0,8	0,6	0,6	0,8	0	0,6	0	0,7	0,5	0	0
k_{23}	0,8	0	0,8	0	0	0,6	0,8	0,8	0,8	0	0,6	0,8
$f, Гц$	60	50	400	400	500	500	500	50	50	50	500	50

Примечание: α - угол, на который \underline{E}_1 опережает \underline{E}_2 ; k_{mn} – коэффициент индуктивной связи катушек в ветвях m и n .

Таблица 2.2.2

Числовые значения параметров схем

Параметры	Номер варианта											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$E_1, \text{В}$	10	22	20	20	20	24	28	40	5	4	100	50
$E_2, \text{В}$	10	14	20	22	24	28	24	10	6	7	120	12
α	$\pi/3$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/6$	$\pi/4$
$r_1, \text{Ом}$	40	60	80	100	120	200	400	30	400	200	1000	60
$L_1, \text{мГн}$	200	400	40	60	20	100	300	300	100	200	20	300
$C_1, \text{мкФ}$	20	30	4	9	2	5	1	30	10	20	2	20
$r_2, \text{Ом}$	50	60	80	120	140	240	300	40	200	100	300	40
$L_2, \text{мГн}$	3	1	6	40	80	8	10	40	50	3	4	5
$C_2, \text{мкФ}$	25	20	8	4	10	3	14	20	20	15	3	30
$r_3, \text{Ом}$	20	60	60	80	40	160	240	30	100	50	300	40
$L_3, \text{мГн}$	10	60	4	8	5	4	2	20	30	20	5	20
$C_3, \text{мкФ}$	100	200	30	80	50	10	20	400	300	150	20	300
k_{12}	0	0,6	0	0,36	0,6	0,8	0	0,6	0	0,6	0,4	0,6
k_{13}	0,6	0,8	0,6	0,6	0,8	0	0,6	0	0,8	0,5	0	0
k_{23}	0,8	0	0,6	0	0	0,6	0,8	0,8	0,8	0	0,6	0,8
$f, \text{Гц}$	60	50	40	400	50	500	50	50	500	50	50	50

Примечание: α - угол, на который E_1 опережает E_2 ; k_{mn} - коэффициент индуктивной связи катушек в ветвях m и n .

Методические указания по выполнению Задания 2.2

Пример 2.2 Рассмотрим расчет схемы (рис. 2.3) без учета индуктивной связи между катушками. Заданы следующие параметры схемы:

$E_1 = 100 \text{ В};$
 $L_1 = 30 \text{ мГн};$
 $L_2 = 50 \text{ мГн};$
 $L_3 = 20 \text{ мГн};$
 $k_{12} = 0,6;$
 $E_2 = 120 \text{ В};$
 $c_1 = 200 \text{ мкФ};$
 $c_2 = 300 \text{ мкФ};$
 $c_3 = 300 \text{ мкФ};$
 $\alpha = \pi/4 \text{ Ом};$
 $r_1 = 6 \text{ Ом};$
 $r_2 = 6 \text{ Ом};$
 $r_3 = 4 \text{ Ом};$
 $f = 50 \text{ Гц}.$

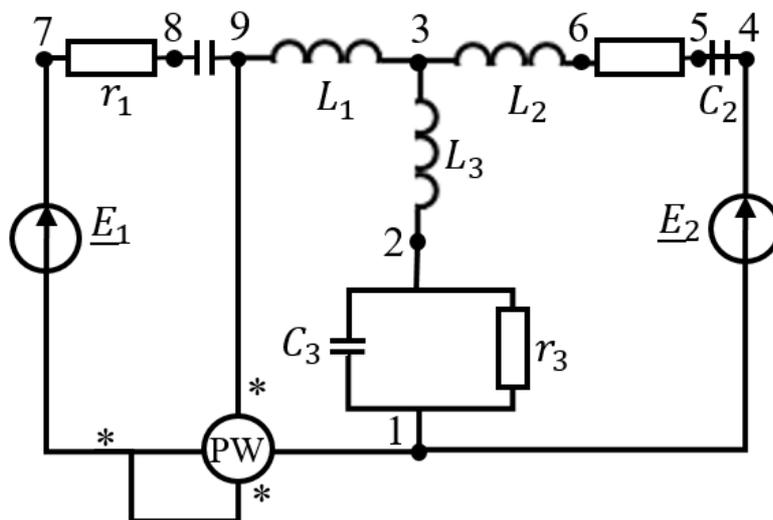


Рис. 2.3 Схема электрической цепи

Определение токов в ветвях схемы

Символический метод применим не только для комплексных амплитуд, но и для комплексных действующих значений синусоидальных величин. По условию заданы действующие значения ЭДС \underline{E}_1 и \underline{E}_2 , поэтому расчет удобнее выполнять для действующих значений токов и напряжений (рис. 2.3), предварительно определив комплексные сопротивления всех элементов схемы:

$$\begin{aligned}x_{L1} &= \omega L_1 = 314 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 9,42 \text{ Ом}; \\x_{L2} &= \omega L_2 = 314 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15,7 \text{ Ом}; \\x_{L3} &= \omega L_3 = 314 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 6,28 \text{ Ом}; \\x_{c1} &= 1/\omega c_1 = 1/314 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 15,92 \text{ Ом}; \\x_{c2} &= 1/\omega c_2 = 1/314 \cdot 300 \cdot 10^{-6} = 10,62 \text{ Ом}; \\x_{c1} &= x_2 = 10,62 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Выберем положительные направления токов и обозначим их на схеме рис. 2.3. Расчет схемы можно вести любым известным методом, например, с помощью уравнений Кирхгофа, методом контурных токов, узловых потенциалов и т.д., но в данном случае целесообразно применить метод двух узлов. Для этого схему рис. 2.3 заменим эквивалентной расчетной схемой – изображением (рис. 2.4), которая имеет два узла 1 и 3 и три ветви с комплексными сопротивлениями \underline{Z} (Ом):

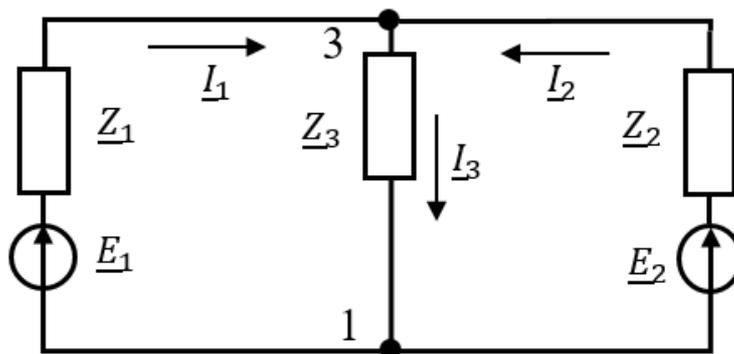


Рис. 2.4 Схема электрической цепи

$$\begin{aligned}\underline{Z}_1 &= r_1 - jx_{c1} + jx_{L1} = 6 - j15,92 + j9,42 = 6 - j6,5 = 8,85e^{-j47,3^\circ}; \\ \underline{Z}_2 &= r_2 - jx_{c2} + jx_{L2} = 6 - j10,62 + j15,7 = 6 + j5,08 = 7,86e^{j40,3^\circ}; \\ \underline{Z}_3 &= r_3 + jx_{L3} + \frac{r_3(-jx_{c3})}{r_3 - jx_{c3}} = 4 + j6,28 + \frac{4 \cdot (-j10,62)}{4 - j10,62} = 3,50 + j4,96 = 6,07e^{j54,8^\circ}.\end{aligned}$$

Для схемы, приведенной на рис. 2.4, узловое напряжение \underline{U}_{31} (В):

$$\underline{U}_{31} = \frac{\underline{E}_1 \underline{Y}_1 + \underline{E}_3 \underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3},$$

где \underline{Y}_1 , \underline{Y}_2 , \underline{Y}_3 – комплексные проводимости соответственно первой, второй и третьей ветвей, См:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{8,85 \cdot e^{-j47,3^\circ}} = 0,113 \cdot e^{j47,3^\circ} = 0,0766 + j0,083,$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{7,85 \cdot e^{j40,3^\circ}} = 0,127 \cdot e^{-j40,3^\circ} = 0,097 - j0,0882,$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{6,07 \cdot e^{j54,8^\circ}} = 0,165 \cdot e^{-j54,8^\circ} = 0,095 - j0,135.$$

Тогда

$$\underline{U}_{31} = \frac{100 \cdot e^{j45^\circ} \cdot 0,113 \cdot e^{j47,3^\circ} + 120 \cdot 0,127 \cdot e^{-j40,3^\circ}}{0,0766 + j0,083 + 0,097 - j0,0882 + 0,095 - j0,135} = 31,2 + j20,8 = 37,5 e^{j33,8^\circ} \text{ В.}$$

ЭДС \underline{E}_1 и \underline{E}_2 взяты со знаком плюс, так как они направлены к узлу 3, в противном случае ЭДС надо брать с отрицательными знаками. В знаменателе учитываются проводимости всех ветвей схемы, независимо от того, содержатся в них ЭДС или нет.

Применяя обобщенный закон Ома для отдельных ветвей, определим искомые токи (А):

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{U}_{31}}{\underline{Z}_1} = \frac{70,7 + j70,7 - (31,2 + j20,8)}{8,85 e^{-j40,3^\circ}} = \frac{63,6 e^{j51,6^\circ}}{8,85 e^{-j40,3^\circ}} = 7,19 e^{j98,9^\circ} = -1,12 + j7,10;$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2 - \underline{U}_{31}}{\underline{Z}_2} = \frac{120 - (31,2 + j20,8)}{7,86 e^{-j40,3^\circ}} = \frac{91,2 \cdot e^{-j13,2^\circ}}{7,86 e^{j40,3^\circ}} = 11,6 e^{-j53,5^\circ} = 6,90 - j9,32;$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_3} = \frac{37,5 e^{j33,8^\circ}}{6,07 e^{j54,8^\circ}} = 6,19 e^{-j21^\circ} = 5,78 - j2,22.$$

В правильности произведенных расчетов можно удостовериться с помощью первого и второго правил Кирхгофа. Однако в данном случае ограничимся проверкой только по первому правилу Кирхгофа (так как проверка по второму правилу Кирхгофа слишком громоздка):

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = -1,12 + j7,10 + 6,90 - j9,32 = 5,78 - j2,22 \text{ А.}$$

Зная ток \underline{I}_3 в третьей ветви, найдём токи \underline{I}_3' и \underline{I}_3'' .

$$\begin{aligned} \underline{I}'_3 &= \underline{I}_3 \frac{-jx_{03}}{r_3 - jx_{03}} = 6,19^{-j21^\circ} \frac{-j10,62}{4 - j10,62} = 6,19 e^{-j21^\circ} \frac{10,628^{-j90^\circ}}{11,35 e^{-j69,4^\circ}} = 5,79 e^{-j41,6^\circ} = \\ &= 44,33 - j3,85 \text{ A}; \\ \underline{I}''_3 &= \underline{I}_3 \frac{r_3}{r_3 - jx_{03}} = 6,19^{-j21^\circ} \frac{4}{4 - j10,62} = 2,18 e^{j48,4^\circ} = 1,63 + j1,45 \text{ A}. \end{aligned}$$

Построение векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений

Токи и напряжения на различных участках электрической цепи синусоидального тока, как правило, по фазе не совпадают. Наглядное представление о фазовом расположении различных векторов дают векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений, которые также позволяют осуществлять контроль расчетов.

Качественный контроль заключается в сравнении направлений различных векторов на комплексной плоскости, которые получаются при аналитическом расчете, с направлением этих векторов, исходя из физических соображений.

По полученным комплексным действующим значениям токов для схемы, приведенной на рис. 2.3, построим векторную диаграмму токов в масштабе тока m_I (рис. 2.4).

Для построения топографической диаграммы напряжений принимаем комплексный потенциал какой-либо точки равным нулю, например, $\varphi_I = 0$. Потенциал этой точки совмещен с началом координат на комплексной плоскости.

Далее последовательно определяем комплексные потенциалы всех точек схемы, одновременно строя топографическую диаграмму напряжений в масштабе m_U (рис. 2.5).

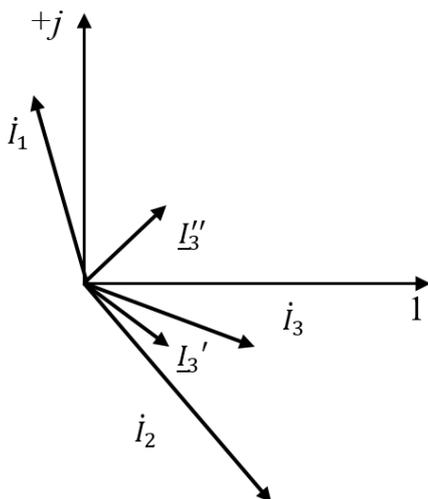


Рис. 2.4 Векторная диаграмма в масштабе тока

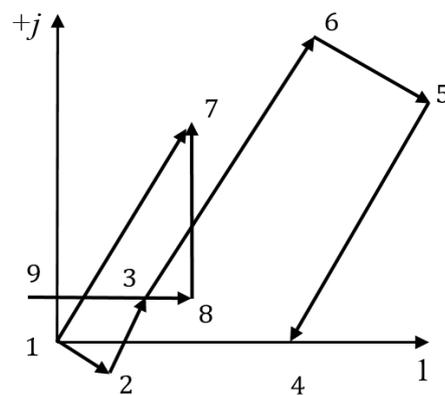


Рис. 2.5 Топографическая диаграмма напряжений

Потенциал каждой последующей точки отличается от потенциала предыдущей на величину падения напряжения на участке схемы между рассматриваемыми точками.

Падение напряжения берется со знаком «плюс», если направлено обхода противоположно направлению тока в данной ветви, в противном случае – со знаком «минус».

Выберем направления обхода контура от точки 1 к точке 3 по каждой из трех ветвей (см. рис. П2.2-1).

Тогда потенциал $\underline{\varphi}_2$ будет больше потенциала $\underline{\varphi}_1$ на величину падения напряжения на сопротивлении $\underline{I}_3' r_3$:

$$\underline{\varphi}_3 = \underline{\varphi}_1 + \underline{I}_3' r_3 = 0 + (4,33 - j3,85) \cdot 4 = 17,3 - j15,4 = 23,15 e^{-j41,6^\circ} \text{ В.}$$

На комплексной плоскости отмечаем потенциал точки 2 и соединяем полученную точку с началом координат, отрезок 1-2 должен быть параллелен току \underline{I}_3' и перпендикулярен току \underline{I}_3'' .

Потенциал точки 3 на комплексной плоскости:

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_3 &= \underline{\varphi}_2 + \underline{I}_3 j x_{13} = 17,3 - j15,4 + (5,78 - j2,22) j 6,28 = 31,3 + j20,9 = \\ &= 37,5 e^{j33,8^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Полученную точку 3 соединяем с точкой 2. Отрезок потенциальной диаграммы 2-3 должен быть перпендикулярен току \underline{I}_3 .

Аналогично вычисляются комплексные потенциалы всех обозначенных на схеме рис. 2.3 точек и строится топографическая диаграмма напряжений для первой ветви (где ток \underline{I}_1):

$$\underline{\varphi}_7 = \underline{\varphi}_1 + \underline{E}_1 = 70,7 + j70,7 = 100 e^{j45^\circ} \text{ В;}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_8 &= \underline{\varphi}_7 - \underline{\varphi}_7 = \underline{\varphi}_1 + \underline{I}_1 r_1 = 70,7 + j70,7 - (-1,12 + j7,1) \cdot 6 = \\ &= 77,4 + j28,1 = 82,5 e^{j20^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_9 &= \underline{\varphi}_8 - \underline{I}_1 (-j x_{c1}) = 77,4 + j28,1 - (-1,12 + j7,1)(-j15,9) = \\ &= -35,6 + j10,3 = 36,7 e^{j163,9^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_9 &= \underline{\varphi}_8 - \underline{I}_1 (-j x_{c1}) = 77,4 + j28,1 - (-1,12 + j7,1)(-j15,9) = -35,6 + j10,3 = \\ &= 36,7 e^{j163,9^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\underline{\varphi}_3 = \underline{\varphi}_9 - \underline{I}_1 j x_{L1} = -35,6 + j10,3 - (-1,12 + j7,1) \cdot j9,42 = 31,3 + j20,9 \text{ В.}$$

Для второй ветви (где ток \underline{I}_2):

$$\underline{\varphi}_4 = \underline{\varphi}_1 + \underline{E}_2 = 0 + 120 = 120 \text{ В;}$$

$$\underline{\varphi}_5 = \underline{\varphi}_4 - \underline{I}_2 (-j x_{c2}) = 120 - (-6,90 - j9,32)(-j10,62) = 218,9 + j7,31 = 231 e^{j18,5^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{\varphi}_6 = \underline{\varphi}_5 - \underline{I}_2 r_2 = 218,9 + j73,1 - (-6,90 - j9,32) \cdot 6 = 177,6 + j129,0 = 220 e^{j38^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}_3 = \underline{\varphi}_6 - \underline{I}_2 jx_{L2} = 177,6 + j129,0 - (-6,90 + j9,32) \cdot j15,7 = 31,3 + j20,9 \text{ В}.$$

Точка 3 является общей для всех трех ветвей, поэтому потенциал ее должен при расчете получаться одним и тем же, независимо от того, по какой ветви рассчитывались потенциалы от точки 1 до точки 3.

Определение показаний ваттметра

Показание ваттметра PW определяют с учетом разметки его зажимов:

$$PW = \text{Re}[\underline{U}I^*],$$

где \underline{U} – комплексное напряжение между точками подсоединения параллельной обмотки ваттметра;

I^* – сопряженный комплексный ток, протекающий по последовательной обмотке ваттметра.

Для исходной схемы (см. [рис. П2.2-1](#)) с заданной разметкой зажимов напряжение на параллельной обмотке берут равным разности потенциалов между ее концом, имеющим звездочку (точка 1), и концом, не имеющим звездочки (точка 9). Ток \underline{I}_1 входит в конец последовательной обмотки, не имеющей звездочки, поэтому он взят со знаком «минус»:

$$\begin{aligned} PW &= \text{Re}[\underline{U}_{19}(-I_1^*)] = \text{Re}[(\underline{\varphi}_1 - \underline{\varphi}_9)(-I_1^*)] = \text{Re}[-36,7e^{j163,9^\circ}] = \\ &= 266,6\cos115^\circ = 112,9 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Составление баланса активных и реактивных мощностей

Для любой замкнутой электрической цепи соблюдается баланс полных мощностей в соответствии с законом сохранения энергии:

$$\tilde{S}_{\text{источников}} = \tilde{S}_{\text{приемник}}$$

или для схем, не содержащих источников тока:

$$\sum_{k=1}^n \underline{E}_k I_k^* = \sum_{k=1}^n (I_k^2 r_k + jI_k^2 (x_{Lk} - x_{Ck})),$$

где $\sum_{k=1}^n \underline{E}_k I_k^*$ – алгебраическая сумма комплексных мощностей, развиваемых источниками ЭДС. Положительны те из слагаемых для которых направления действия ЭДС E_k и соответствующего тока \underline{I}_k совпадают. В противном случае слагаемое отрицательно.

В правой части уравнения баланса мощностей записана арифметическая сумма активных мощностей $\sum_{k=1}^n I_k^2 r_k$ и алгебраическая сумма реактивных мощностей $\sum_{k=1}^n (I_k^2 (x_{Lk} - x_{Ck}))$ цепи.

Комплексная мощность (ВА), развиваемая источниками:

$$\tilde{S} = \underline{E}_1 I_1^* + \underline{E}_2 I_2^* = 100e^{j45^\circ} \cdot 7,2e^{-j93,9^\circ} + 120e^{j0^\circ} \cdot 11,6e^{j53,5^\circ} = 1250 + j537.$$

Определив активную мощность (Вт) и реактивную (вар):

$$Q = I_1^2(x_{L1} - x_{C1}) + I_2^2(x_{L2} - x_{C2}) + I_3^2 x_{L3} + (I_3'')^2(-x_{C3}) = \\ = 7,19^2 \cdot (9,42 - 15,9) + 11,8^2 \cdot (15,7 - 10,62) + 6,20^2 \cdot 6,28 + \\ 2,18^2(-10,62) = 537.$$

$$P = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + I_1^{(1)2} r_3 = 7,19^2 \cdot 6 + 11,6^2 \cdot 6 + 5,79^2 \cdot 4 = 1250$$

убедимся, что действительная и мнимая части комплексной мощности, развиваемой источниками, равны соответственно активной и реактивной мощностям цепи.

Построение кривых мгновенных значения ЭДС и тока

Для получения мгновенного значения синусоидальной величины (если известно ее действующее значение $\underline{A} = Ae^{j\varphi}$), надо умножить \underline{A} на $\sqrt{2}e^{j\omega t}$ и взять мнимую часть от полученного произведения:

$$a(\omega t) = \text{Im}[A\sqrt{2}e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi}] = A_m \sin(314t + \varphi).$$

Для расчетной схемы:

$$e_1(\omega t) = \text{Im}[A\sqrt{2}e^{j\varphi_1} \cdot e^{j\omega t}] = 141,4 \sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right), B; \\ i_3(\omega t) = 8,75 \sin(314t - \pi/9), A.$$

Графики мгновенных значений $e_1(\omega t)$ и $i_3(\omega t)$ показаны на рис. 2.6.

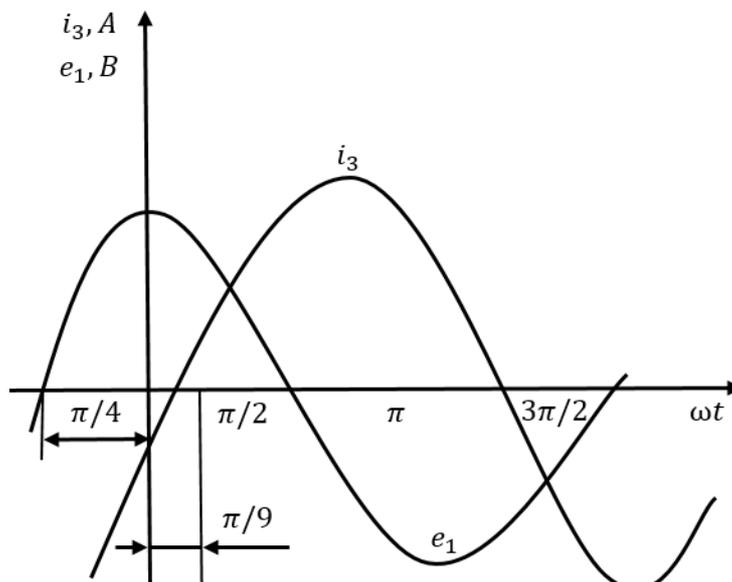


Рис. 2.6 Графики мгновенных значений $e_1(\omega t)$ и $i_3(\omega t)$

Определение неизвестных токов и ЭДС \underline{E}_1 при заданном токе \underline{I}_1

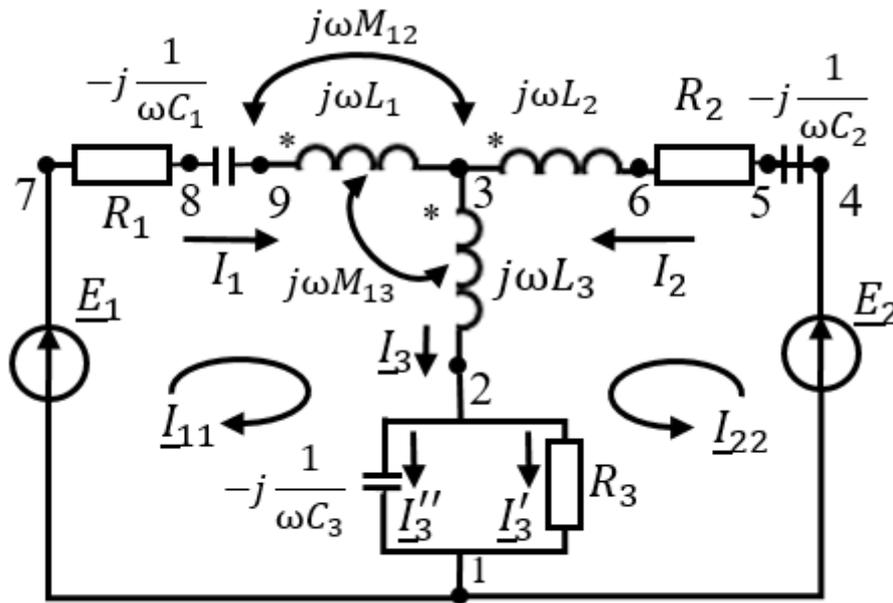


Рис. 2.7 Расчетная схема

Направив независимые контурные токи так, как показано на рис. П2.2-5, в канонической системе уравнений:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{11}\underline{Z}_{11} + \underline{I}_{22}\underline{Z}_{12} &= \underline{E}_{11}; \\ \underline{I}_{11}\underline{Z}_{21} + \underline{I}_{22}\underline{Z}_{22} &= \underline{E}_{22}. \end{aligned}$$

получим следующие значения коэффициентов при условии, что параллельно соединенные сопротивления x_{C3} и r_3 заменены одним эквивалентным сопротивлением \underline{Z}_{Π} (Ом):

$$\underline{Z}_{\Pi} = \frac{r_3(-jx_{C3})}{r_3 - jx_{C3}} = \frac{4 \cdot (-j10,62)}{r_3 - j10,62} = 3,74e^{-j20,6^\circ} = 3,50 - j1,32;$$

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + 2jx_{M13} = 6 - j6,5 + 3,5 + j4,96 + j12,32 = 9,5 + j10,8 = 14,4e^{j46,7^\circ};$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = 6 + j5,08 + 3,5 + j4,96 = 9,0 + j1,04 = 13,85e^{j46,7^\circ};$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_3 - jx_{M12} = 3,50 + j4,96 - j7,32 + j6,16 = 3,50 + j3,80 = 5,17e^{j47,3^\circ}.$$

Следует обратить внимание, что в комплексные сопротивления контуров и в комплексные взаимные сопротивления могут входить, кроме обычных комплексных сопротивлений, комплексные сопротивления взаимоиндукции. В комплексные сопротивления контуров они входят со знаком «плюс» или «минус», в зависимости от того, согласно или встречно включены катушки

относительно собственного контурного тока. В комплексное сопротивление первого контура \underline{Z}_{11} включено удвоенное сопротивление взаимной индукции $2jx_{M13}$ со знаком «плюс», так как катушки L_1 и L_3 относительно первого контурного тока включены согласно. Во втором контуре взаимные индуктивные связи отсутствуют, поэтому комплексное сопротивление \underline{Z}_{22} имеет обычный вид.

Знаки комплексных сопротивлений взаимной индукции, входящих в состав комплексных взаимных сопротивлений, выбираются путем сопоставления направлений контурных токов смешанных контуров относительно одноименных зажимов магнитосвязанных элементов: при согласном включении ставится знак «плюс», при встречном - знак «минус».

В некоторых случаях контуры могут быть связаны между собой лишь за счет магнитных связей.

Так, в сопротивлении $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}$; слагаемое jx_{M13} , входит со знаком «плюс», так как катушки индуктивности 1 и 3 включены согласно относительно контурных токов \underline{I}_{11} и \underline{I}_{22} , слагаемое jx_{M12} - со знаком «минус», потому что катушки индуктивности 1 и 2, имеющие магнитную связь с коэффициентом взаимной индукции M_{12} , относительно контурных токов \underline{I}_{11} и \underline{I}_{22} включены встречно.

Согласно условию задания, в качестве заданного тока \underline{I}_1 в первой ветви следует принять ток, существовавший в этой же ветви; при отсутствии индуктивной связи. Тогда контурный ток \underline{I}_1 известен и равен току \underline{I}_1 , ЭДС $\underline{E}_{22} = E_2$, $\underline{E}_{11} = E_1$ и неизвестна. Подставив найденные значения коэффициентов в каноническую систему уравнений и решив ее относительно \underline{I}_{22} , получим:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{22} &= \frac{E_{22} - \underline{I}_{11} \underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22}} = \frac{120 - 7,19e^{j98,9^\circ} \cdot 5,17e^{j47,3^\circ}}{13,85e^{j46,7^\circ}} = \frac{120 + 30,9 - j20,7}{13,85e^{j46,7^\circ}} = \\ &= \frac{152e^{-j78^\circ}}{13,85e^{j46,7^\circ}} = 10,95e^{-j54,5^\circ} = 6,36 - j8,92 \text{ A}; \\ \underline{E}_{11} &= \underline{I}_{11} \underline{Z}_{11} + \underline{I}_{22} \underline{Z}_{12} = \\ &= 7,19e^{j98,9^\circ} \cdot 14,39e^{j48,7^\circ} + 10,95e^{-j54,5^\circ} \cdot 5,17e^{j47,3^\circ} = \\ &= 103,2e^{j147,6^\circ} + 56,6e^{-j7,2^\circ} = -31,1 + j48,3 = 57e^{j122,8^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Комплексные значения действующих значений токов в ветвях и ЭДС:

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \underline{I}_{22} = 10,95e^{-j54,5^\circ} = 6,36 - j8,92 \text{ A}; \\ \underline{I}_3 &= \underline{I}_{11} + \underline{I}_{22} = -1,12 + j7,10 + 6,36 - j8,92 = 5,24 - j1,82 = \\ &= 5,55e^{-j19,2^\circ} \text{ A}; \\ \underline{E}_1 &= \underline{E}_{11} = -31,1 + j48,3 = 57,4e^{j122,8^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Построение векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений

Векторную диаграмму токов строим по полученным комплексным действующим значениям токов (рис. 2.8) аналогично тому, как это было сделано в п. 2. Потенциалы всех точек схемы, изображенной на рис. 2.7, определяем так же, как в п. 4, но с учетом взаимных индуктивных связей между катушками.

По условию, задания напряжения на элементах схемы, обладающих взаимной индуктивностью, разложим на составляющие: падение напряжения, обусловленное ЭДС самоиндукции, и падений напряжения, возникающее за счет ЭДС взаимоиндукции.

Падение напряжения, компенсирующее ЭДС самоиндукции, берется со знаком «плюс», если направление обхода противоположно току в катушке, и со знаком «минус», если эти направления совпадают. Падение напряжения, компенсирующее ЭДС взаимоиндукции в той же катушке, учитывается с тем же знаком, что и падение напряжения от ЭДС самоиндукции, если катушки включены согласно. При встречном включении катушек знак перед слагаемым падения напряжения от ЭДС взаимоиндукции, противоположен знаку слагаемого падения напряжения от ЭДС самоиндукции.

Начнем построение топографической диаграммы с того, что выберем направление обхода всех ветвей от точки 1 к точки 3 (рис. 2.7), приняв потенциал $\varphi_1 = 0$.

Потенциал точки 2 будет больше потенциала φ_1 , на величину падения напряжения на сопротивлении \underline{Z}_Π , так как направление обхода противоположно току \underline{I}_3 .

$$\begin{aligned}\varphi_2 &= \varphi_1 + I_3 \underline{Z}_\Pi = (5,24 - j1,82)(3,5 - j1,32) = 15,95 - j13,28 = \\ &= 20,8e^{-j39,8^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

В соответствии с условием задания потенциал точке 3 вычислим по составляющим. Предварительно вычислим потенциал промежуточной точки 2', обусловленный только ЭДС самоиндукции:

$$\begin{aligned}\varphi_2' &= \varphi_2 + I_3 jx_{L3} = 15,95 - j13,28 + (5,24 - j1,82) \cdot j6,28 = \\ &= 27,38 + j19,6 = 33,6e^{-j35,7^\circ} \text{ В,}\end{aligned}$$

а затем учитываем падение напряжения от ЭДС взаимоиндукции третьей катушки с первой с тем же знаком, что и падение напряжения от ЭДС самоиндукции, так как катушки включены согласно по отношению к токам \underline{I}_3 и \underline{I}_1 , и вычисляем потенциал φ_3 :

$$\begin{aligned}\varphi_3 &= \varphi_2' + I_1 jx_{M13} = 27,38 + j19,6 + (-1,12 + j7,10) \cdot j6,16 = \\ &= -16,0 + j13,0 = 20,7e^{j141^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

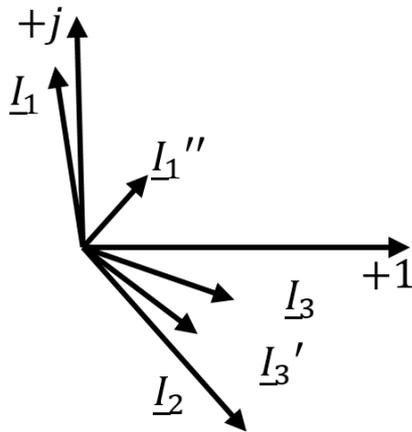


Рис. 2.8 Диаграмма токов

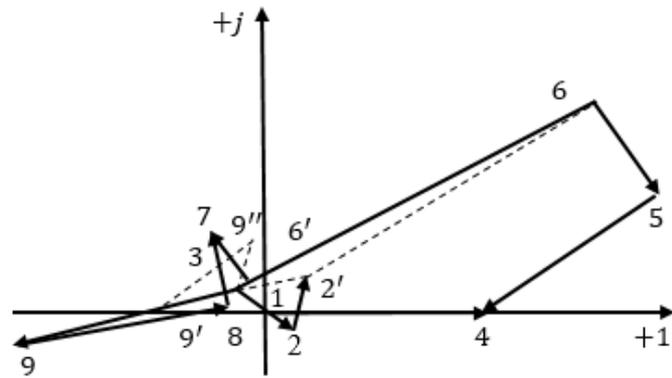


Рис. 2.9 Потенциальная диаграмма

Аналогично рассчитываем потенциалы всех точек схемы, одновременно отмечая их на топографической диаграмме:

$$\underline{\varphi}_4 = \underline{\varphi}_1 + \underline{E}_2 = 120 \text{ В},$$

$$\underline{\varphi}_5 = \underline{\varphi}_4 - \underline{I}_2(-jx_{C2}) = 120 - (6,36 - j8,92)(-j10,62) = 215 + j67,7 = 225e^{j17,5^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}_6 = \underline{\varphi}_5 - \underline{I}_2 r_2 = 250 + j67,7 - (6,36 - j8,92) \cdot 6 = 176,8 + j21,2 = 214e^{j34,5^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}'_6 = \underline{\varphi}_6 - j\underline{I}_2 x_{L2} = 176,8 + j121,2 - (6,36 - j8,92) \cdot j15,7 = 36,8 + j23,2 = 43,6e^{j32,2^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}_3 = \underline{\varphi}'_6 - j\underline{I}_1 x_{M12} = 36,8 + j23,3 - (1,12 + j7,10) \cdot j7,32 = -16,0 + j13,0 = 20,7e^{j141^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}_7 = \underline{\varphi}_1 + \underline{E}_1 = 31,1 + j48,3 = 57,4e^{j122,8^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}_8 = \underline{\varphi}_7 - \underline{I}_1 r_1 = -31,1 + j48,3 - (-1,12 + j7,1) \cdot 6 = -24,1 + j6,0 = 24,8e^{j166^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}_9 = \underline{\varphi}_8 - \underline{I}_1(-jx_{C1}) = -24,1 + j6,0 - (-1,12 + j7,1) \cdot (-j15,92) = -137,1 - j11,84 = 138e^{-j175^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}'_9 = \underline{\varphi}_9 + \underline{I}_1 jx_{L1} = -137,1 - j11,84 - (-1,12 + j7,1) \cdot j9,42 = -137,1 - j11,84 = 138e^{-j175^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}''_9 = \underline{\varphi}'_9 - \underline{I}_2 jx_{M12} = 70,2 - j1,30 + (6,36 - j8,92) \cdot j7,32 = -4,8 + j45,3 = 45,4e^{j96^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}_3 = \underline{\varphi}''_9 - j\underline{I}_3 x_{M13} = -4,8 + j45,3 - (5,24 - j1,82) \cdot j6,16 = -16,0 + j13,0 = 20,7e^{j141^\circ} \text{ В}.$$

Следует обратить внимание на то, что при вычислении потенциала точки 3 по первой ветви (где ток \underline{I}_1) будут две дополнительные точки φ_9'' и φ_9' . Потенциал точки φ_9' учитывает только падение напряжения от ЭДС

самоиндукции первой катушки $\underline{I}_1 jx_{L1}$ взятой со знаком «минус», так как направления обхода и тока \underline{I}_1 совпадают. Потенциал φ_9'' отличается от φ_9' на величину падения напряжения от ЭДС взаимной индукции первой и второй катушек индуктивности, которые включены встречно, поэтому знак перед слагаемым $\underline{I}_2 jx_{M13}$ – «плюс», т.е. противоположный знаку перед слагаемым $\underline{I}_1 jx_{L1}$.

Падение напряжения $\underline{I}_3 jx_{M13}$ из-за взаимной индуктивности связи между катушками 1 и 3 при расчете потенциала φ_3 берется со знаком «минус», т.е. с тем же знаком, что и перед слагаемым $\underline{I}_1 jx_{L1}$, так как первая и третья катушки включены согласно. По полученным значениям строится потенциальная диаграмма (рис. 2.9). Если значения потенциала φ_3 , полученные в результате вычислений по всем трем ветвям, совпадают, то расчет выполнен верно.

Варианты схем

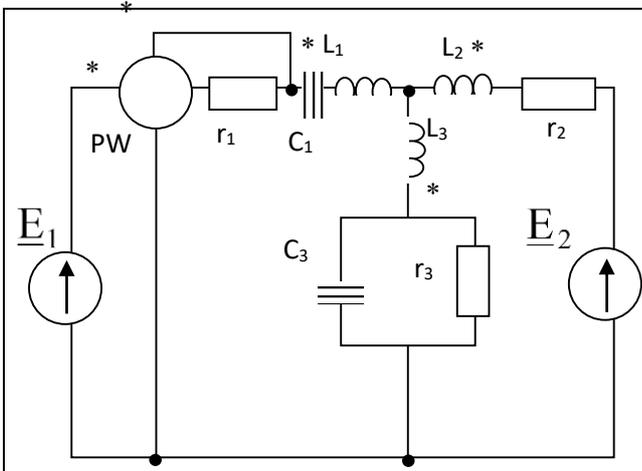


Рис. 2.1.-1

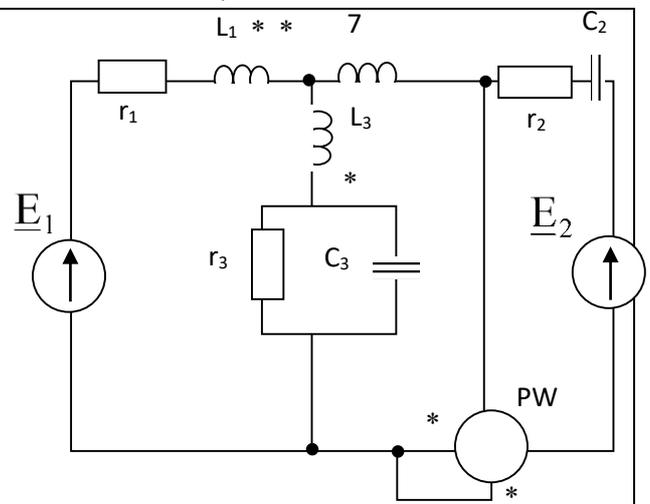


Рис. 2.1.-2

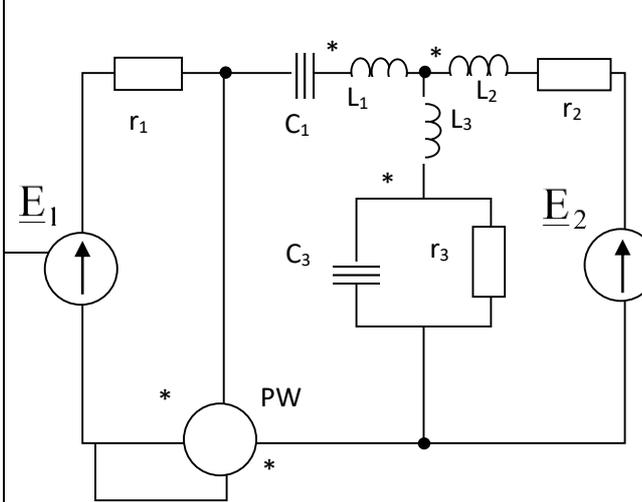


Рис. 2.1.-3

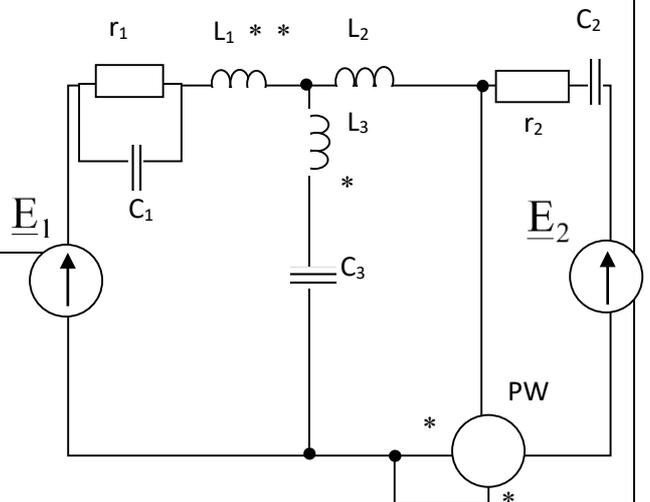


Рис. 2.1.-4

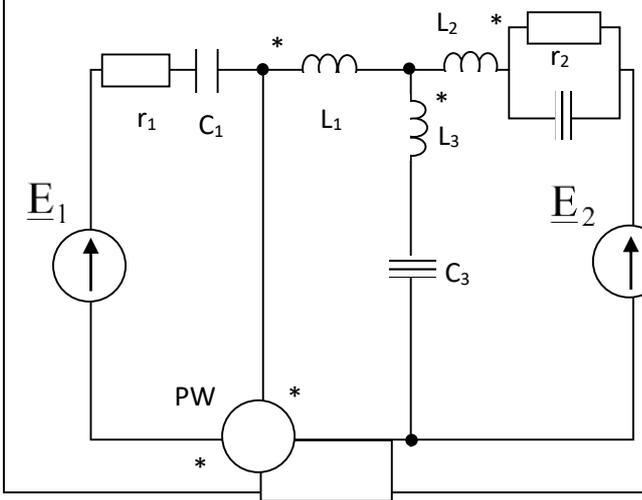


Рис. 2.1.-5

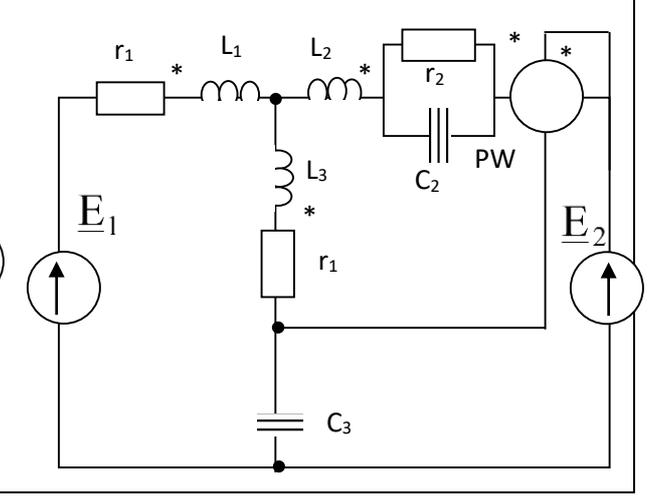


Рис. 2.1.-6

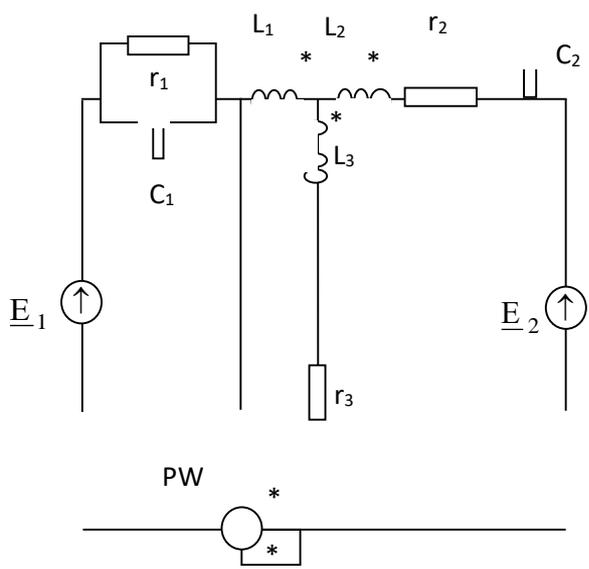


Рис. 2.1.1.-7

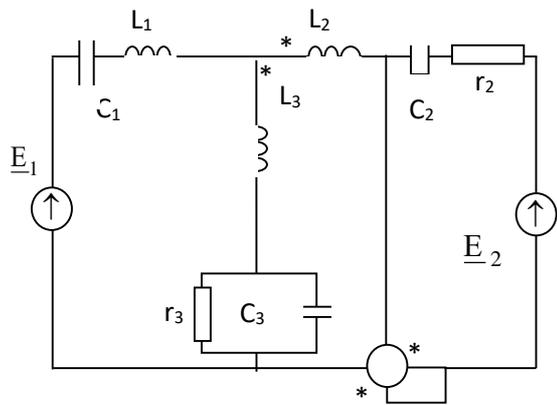
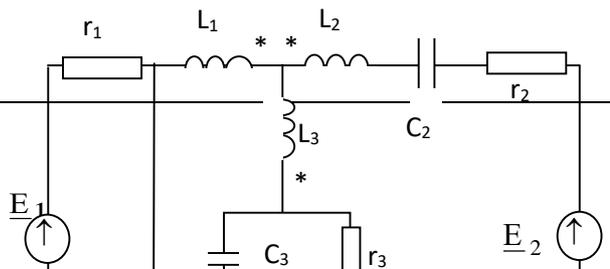
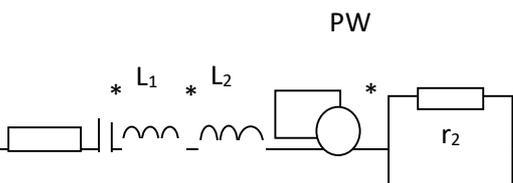


Рис. 2.1.1.-8



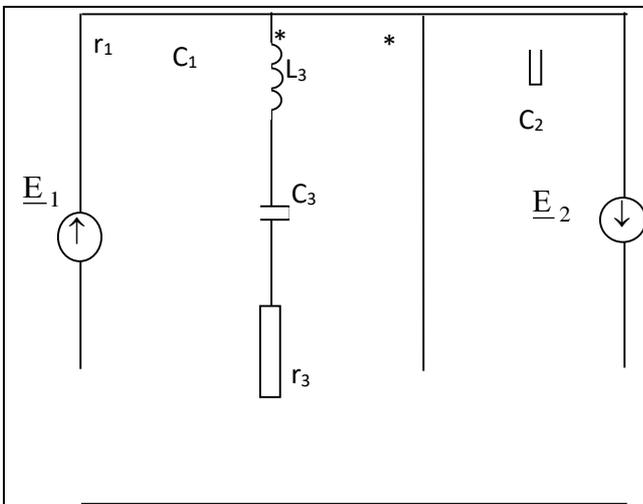


Рис. 2.1.-9



Рис. 2.1.-10

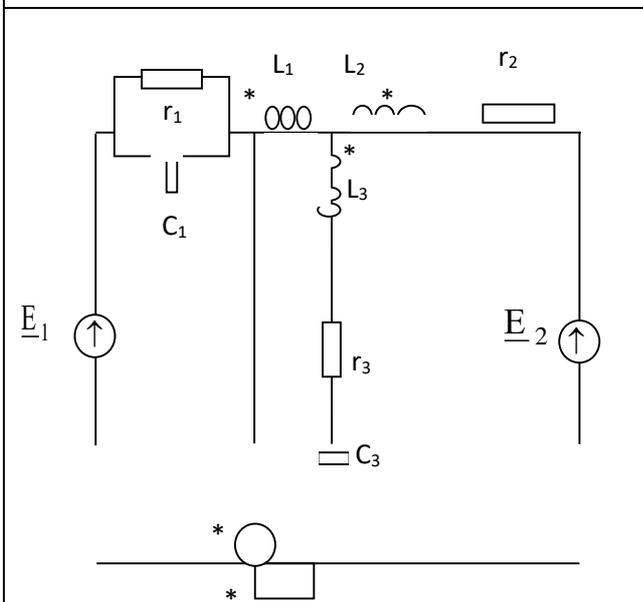


Рис. 2.1.-11

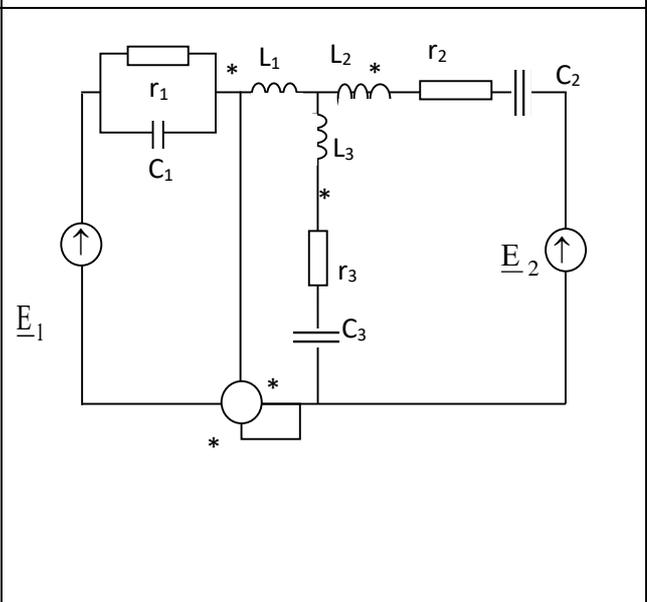
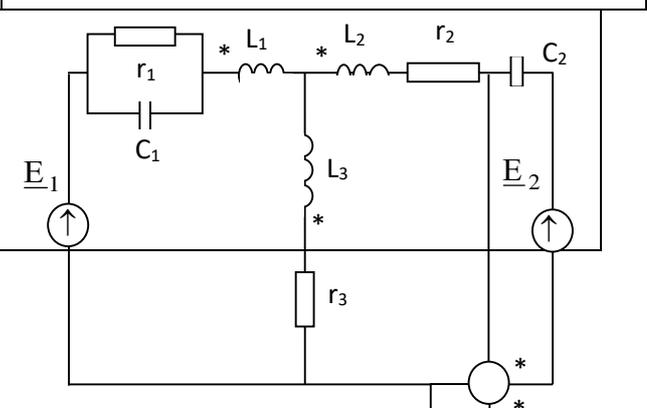
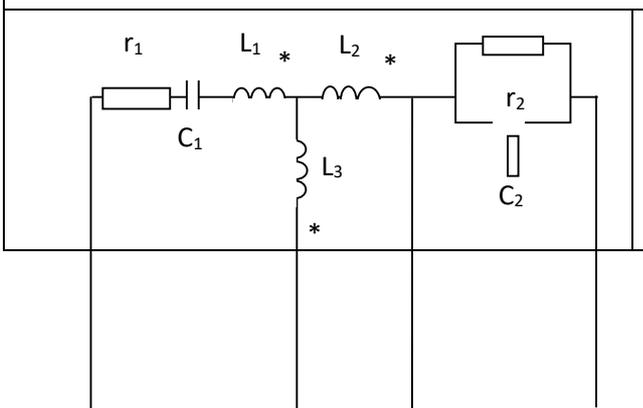


Рис. 2.1.-12



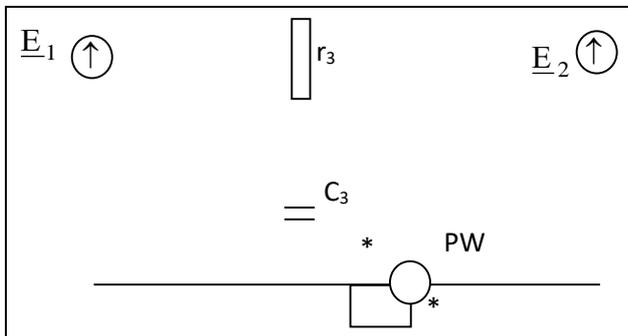


Рис. 2.1.-13

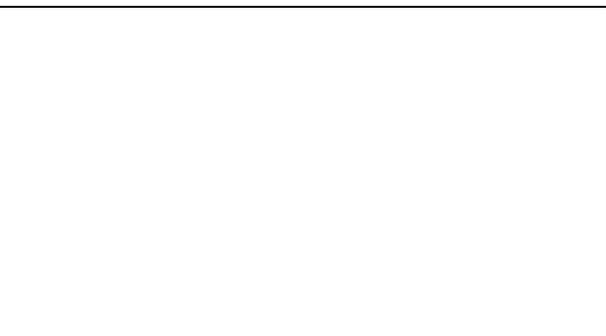


Рис. 2.1.-14

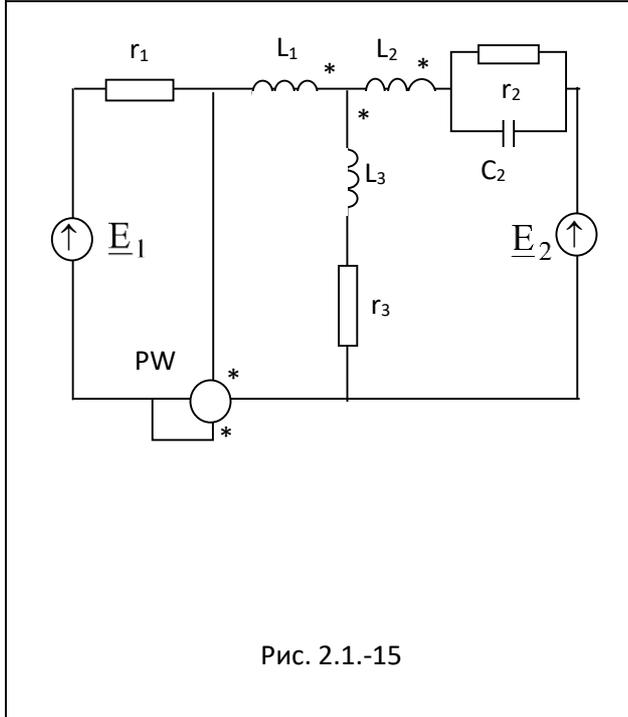


Рис. 2.1.-15

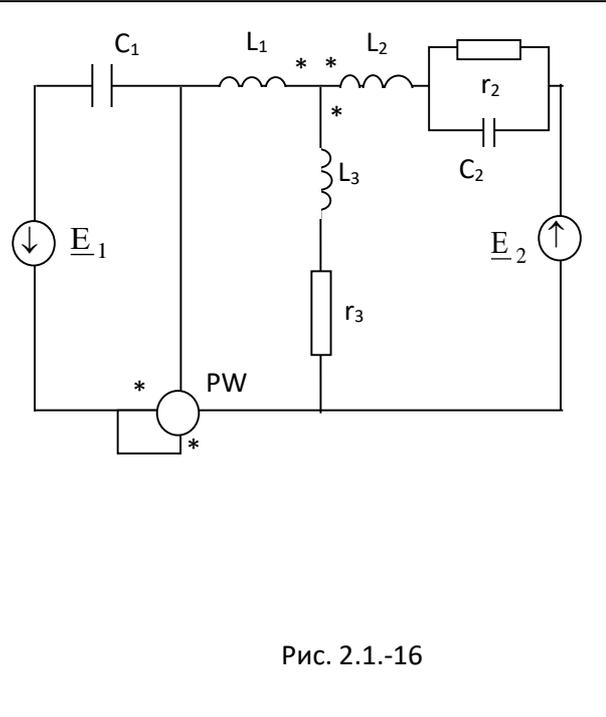


Рис. 2.1.-16

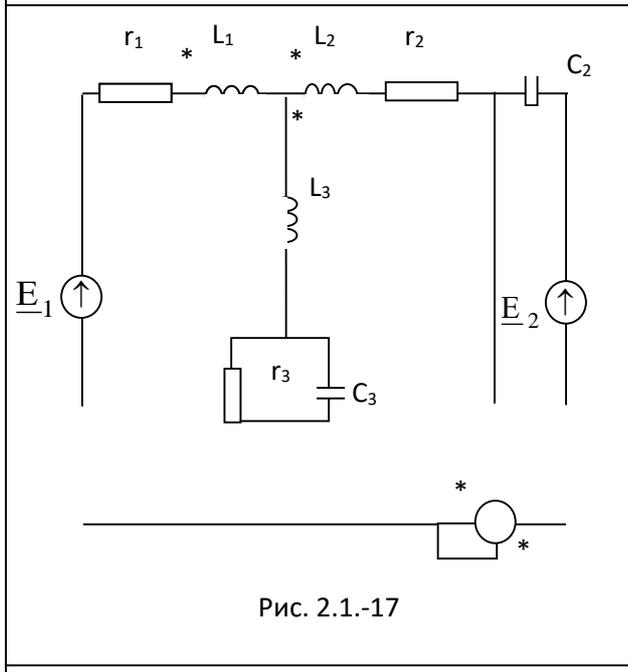


Рис. 2.1.-17

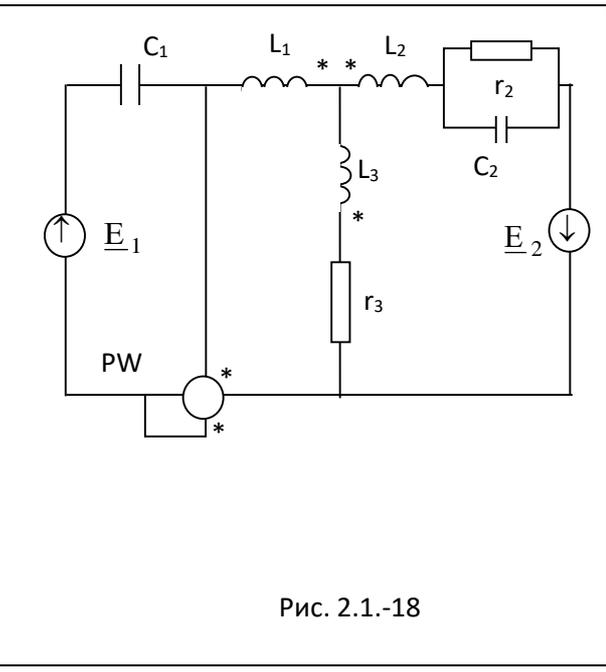
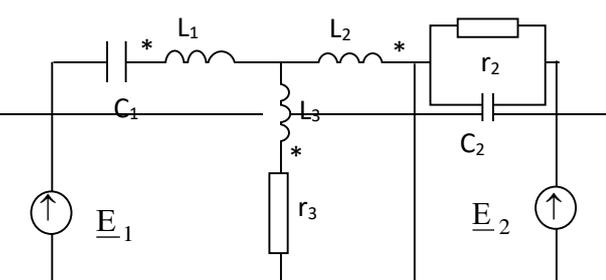
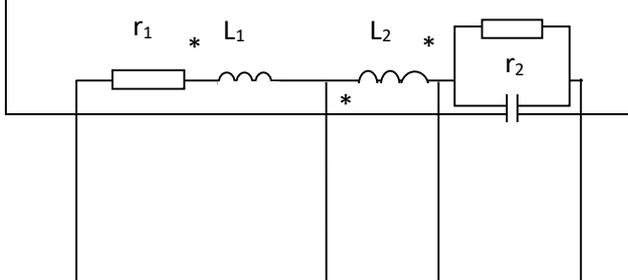


Рис. 2.1.-18



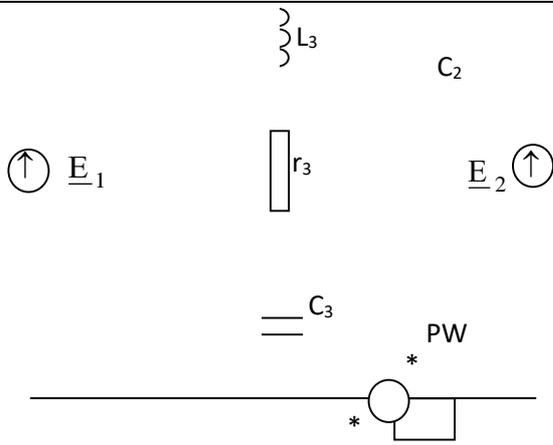


Рис. 2.1.-19



Рис. 2.1.-20

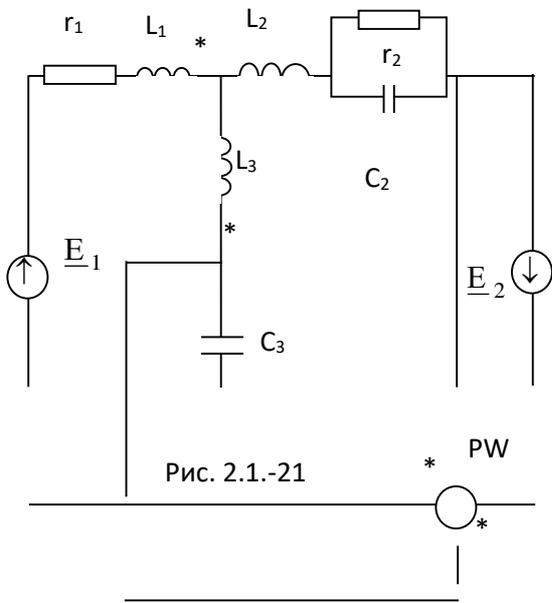


Рис. 2.1.-21

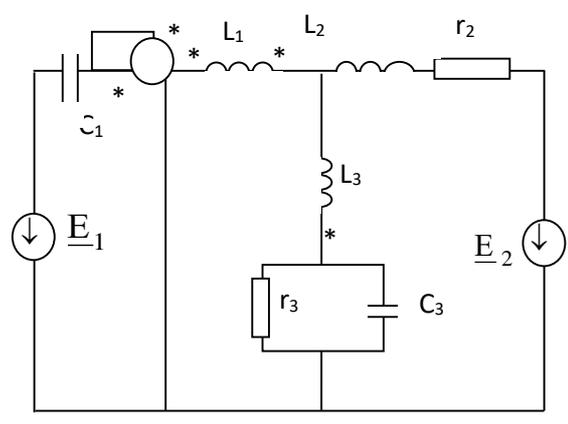


Рис. 2.1.-22

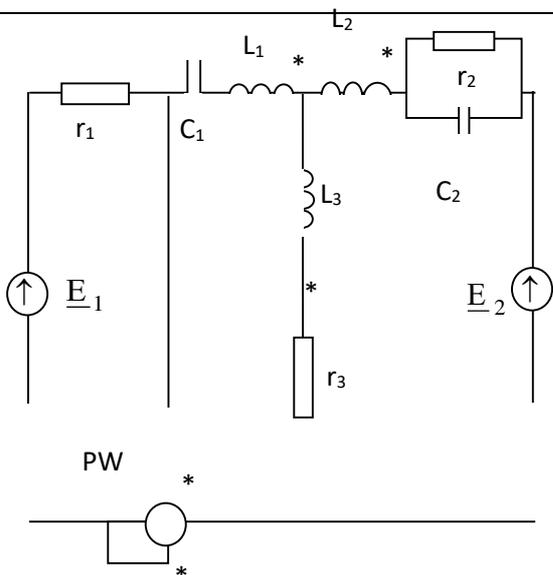


Рис. 2.1.-23

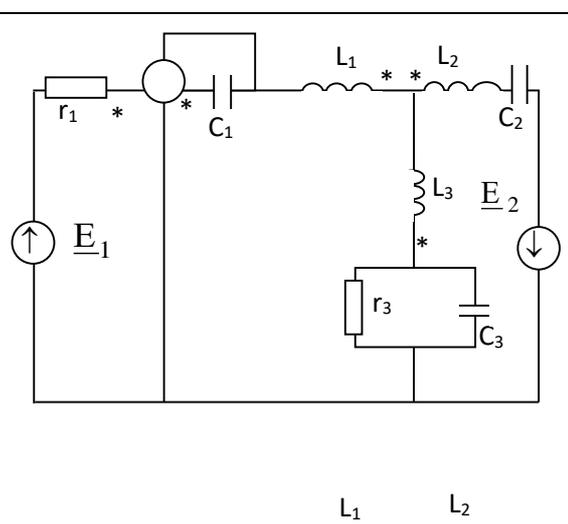
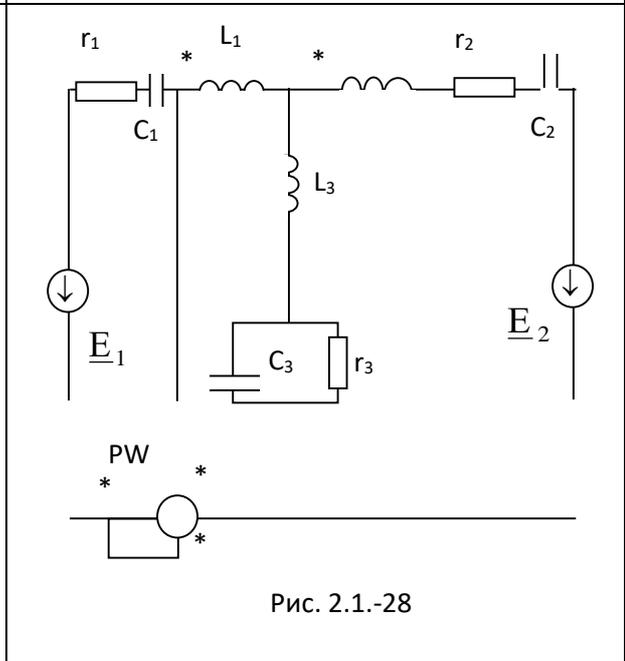
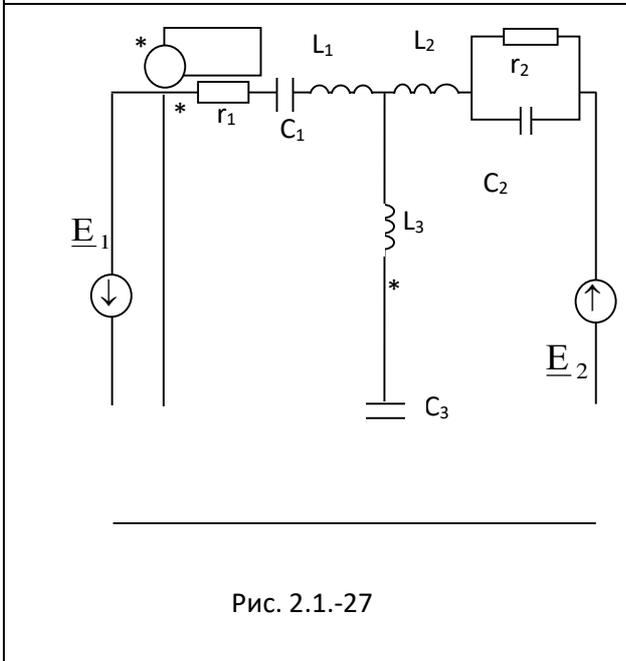
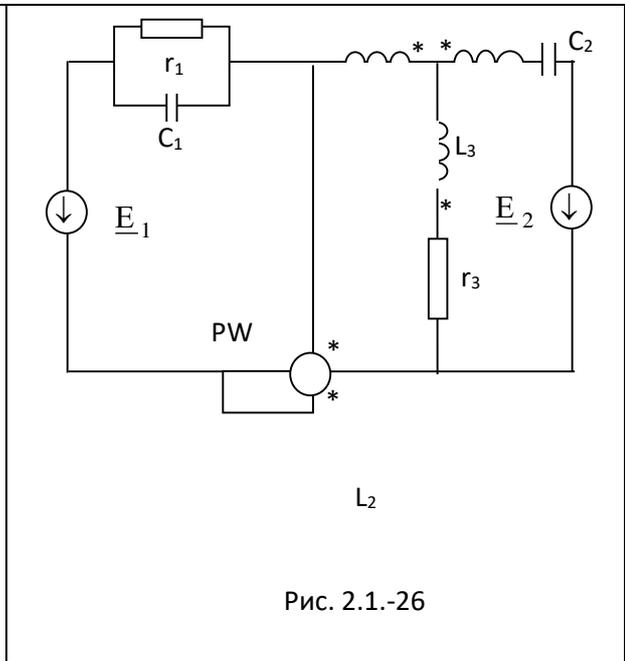
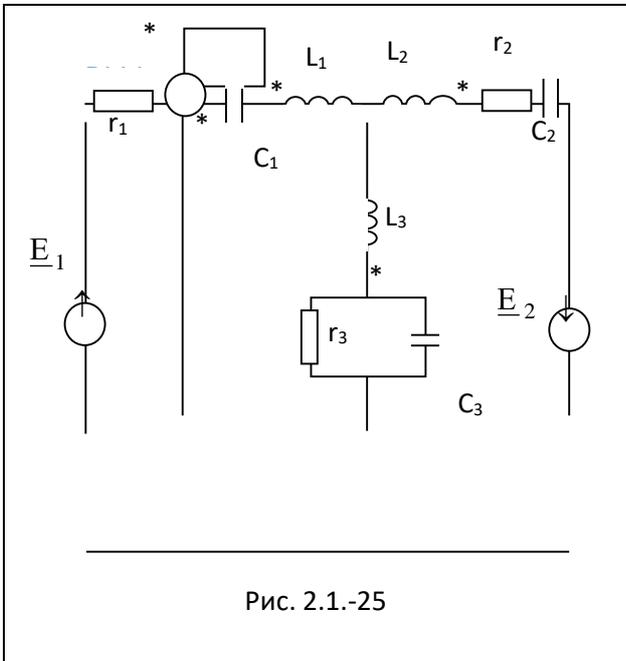


Рис. 2.1.-24



ГЛАВА 4. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

4.1 Задание 3

Для одной из схем на рис. 3.1 .. 3.32 с параметрами, указанными в табл. 3.1, выполнить следующее:

- вычислить классическим методом переходные токи в ветвях цепи и напряжение на конденсаторе;
- построить графики свободных составляющих тока в ветви с индуктивной катушкой и напряжения на конденсаторе.

4.2 Методические указания к выполнению Задания 3

Несмотря на то, что переходной процесс происходит в течение очень короткого времени, на некоторых участках цепи возможно появление непомерно больших напряжений и токов, что может привести к выводу из строя оборудования, к авариям и травмам.

Реально существуют лишь переходные токи и напряжения, а их свободная и принужденная составляющие вводятся как математическая модель для удобства расчетов.

Расчёт переходного процесса заключается в решении дифференциального уравнения. Свободная составляющая представляет собой общее решение однородного уравнения, а принужденная – частное решение. Поэтому физически свободная составляющая не зависит от внешнего источника, а определяется только параметрами и конфигурацией цепи. В то же время принужденная составляющая изменяется с той же частотой, что и приложенное к цепи напряжения. Для ее определения применяются все известные методы расчёта цепей постоянного и переменного тока.

При подключении цепи с последовательно включенными r и L к постоянному напряжению ток в ней нарастает от нуля до своего установившегося значения. Это изменение происходит тем быстрее, чем больше активное сопротивление цепи по сравнению с индуктивным сопротивлением. Если же эту цепь подключить к синусоидальному напряжению, то в ней может появиться опасный сверхток (ударный ток), равный почти двойной амплитуде принужденного тока.

В цепи с последовательным соединением r и C при ее подключении к постоянному напряжению ток падает от $\frac{U}{r}$ до нуля, а напряжение на конденсаторе нарастает от нуля до установившегося значения. В этой цепи изменение тока и напряжения происходит тем быстрее, чем меньше ее активное сопротивление по сравнению с емкостным сопротивлением цепи. При включении этой цепи к синусоидальному напряжению на конденсаторе может появиться опасное перенапряжение, достигающее до двойной амплитуды

принужденного напряжения. Параметры и ЭДС электрической цепи приведены в табл. 3.

Таблица 3.1

Параметры и ЭДС электрической цепи

№ варианта	E, В	r_1 , Ом	r_2 , Ом	L, мГн	C, мкФ
1	100	20	10	30	300
2	150	10	5	20	200
3	110	50	50	200	100
4	75	10	10	30	300
5	120	10	10	30	300
6	200	10	8	30	300
7	160	8	10	25	300
8	150	20	10	60	150
9	240	12	12	35	350
10	120	10	10	35	250
11	100	20	10	60	200
12	200	15	20	60	150
13	250	50	50	3	40
14	100	10	10	1	20
15	150	10	10	10	10
16	200	10	8	5	25
17	150	8	10	10	30
18	160	20	5	10	25
19	250	12	12	5	40
20	150	1	1	5	50
21	150	1	1	5	50
22	100	20	2	1	10
23	150	10	2	2	20
24	100	50	50	3	40
25	100	10	10	1	20
26	120	10	10	10	10
27	200	10	8	5	25
28	160	8	10	10	30
29	150	20	5	10	25
30	250	12	12	5	40
31	200	20	20	60	100
32	100	10	20	25	250
33	150	5	10	30	300
34	110	50	12	15	150

Характер свободной составляющей в неразветвленной цепи с r , L и C определяется только ее параметрами. Если r достаточно велико по сравнению с волновым сопротивлением цепи, то возникает апериодический (непериодический) процесс из-за сравнительно больших потерь энергии в активном сопротивлении. При малых потерях энергии, т.е. при достаточно малом r , происходит практически колебательный процесс (цепь представляет собой колебательный контур). В идеальном случае (контур без потерь энергии) колебания были бы незатухающими. В реальном контуре колебания постепенно затухают. Затухающие колебания в цепи с последовательно соединенными r , L , C могут возникнуть либо за счет предварительно накопленной энергии в конденсаторе (происходит разряд конденсатора на катушку и резистор), либо за счет энергии, запасенной катушкой (разряд катушки на конденсатор и резистор), либо за счет первоначального запаса энергии в катушке и в конденсаторе (при этом оба этих элемента цепи разряжаются на резистор).

При включении такого контура к постоянному напряжению на конденсаторе может возникнуть напряжение равное двойному установившемуся напряжению. При включении его к синусоидальному напряжению следует различать четыре случая:

Собственная частота колебательного контура ω_0 больше частоты сети ω , т. е. $\omega_0 > \omega$. В этом случае в цепи может появиться опасный ударный ток:

$$I_{уд} = I_m \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right).$$

Собственная частота колебательного контура ω_0 меньше частоты сети ω , т. е. $\omega_0 < \omega$. В этом случае на конденсаторе может возникнуть опасное перенапряжение:

$$U_c = U_m \left(1 + \frac{\omega}{\omega_0} \right).$$

Собственная частота колебательного контура ω_0 равна частоте сети ω , т. е. $\omega_0 = \omega$. При этом условии напряжение на конденсаторе и ток в цепи нарастают до своего установившегося значения (происходит раскачка контура), не вызывая ни ударных токов, ни перенапряжений. Однако сами установившиеся значения тока в цепи и напряжения на конденсаторе достаточно велики, так как контур попадает в режим резонанса напряжений.

Собственная частота колебательного контура ω_0 примерно равна частоте сети ω , т. е. $\omega_0 \approx \omega$. При этом условии напряжение на конденсаторе и ток в цепи нарастают до своего установившегося значения (происходит раскачка контура), не вызывая ни ударных токов, ни перенапряжений. Однако сами установившиеся значения тока в цепи и напряжения на конденсаторе достаточно велики, так как контур попадает в режим резонанса напряжений.

Расчет электрических цепей в переходном режиме может выполняться одним из трех методов: классическим, операторным, или с помощью интеграла Дюамеля. Эти методы предусматривают выполнение следующих четырех операций:

1. Выбор положительных направлений напряжений и токов в цепи.
2. Определение их докоммутационных значений.
3. Составление характеристического уравнения и определение его корней.
4. Получение выражений для напряжений и токов в функции времени.

Первые две операции специальных пояснений не требуют. Характеристическое уравнение при использовании классического метода может быть составлено путем алгебраизации дифференциальных уравнений для свободных токов или напряжений. При этом методе свободная составляющая переходного процесса (например, свободный ток) представляется в виде:

$$I_{св} = Ae^{pt}.$$

Тогда производная и интеграл от него соответственно равны:

$$\frac{di_{св}}{dt} = \frac{d(Ae^{pt})}{dt} = pAe^{pt} = pi_{св}; \quad \int i_{св} dt = \int Ae^{pt} dt = \frac{Ae^{pt}}{p} = \frac{i_{св}}{p}.$$

Таким образом, дифференцирование синусоидальной функции изображается ее умножением, а интегрирование – делением на p , где p – корень характеристического уравнения.

Рассмотрим, как составляется характеристическое уравнение, на примере цепи, представленной на рис. 3.1.

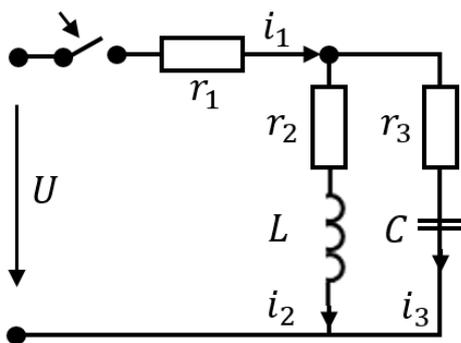


Рис. 3.1 Расчетная схема

Алгоритм расчета

1. Составляем уравнения Кирхгофа для переходных токов:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0,$$

$$i_1 r_1 + i_2 r_2 + L \frac{di_2}{dt} = U,$$

$$-i_2 r_2 - L \frac{di_2}{dt} + i_3 r_3 + \frac{1}{C} \int i_3 dt = 0.$$

2. Те же уравнения для свободных составляющих:

$$\begin{aligned} i_{1CB} - i_{2CB} - i_{3CB} &= 0, \\ i_{1CB} r_1 + i_{2CB} r_2 + L \frac{di_{2CB}}{dt} &= U, \\ -i_{2CB} r_2 - L \frac{di_{2CB}}{dt} + i_{3CB} r_3 + \frac{1}{C} \int i_{3CB} dt &= 0. \end{aligned}$$

3. заменяем дифференциальные уравнения алгебраическими:

$$\begin{aligned} i_{1CB} - i_{2CB} - i_{3CB} &= 0, \\ i_{1CB} r_1 + i_{2CB} (r_2 + pL) &= 0, \\ -i_{2CB} (r_2 + pL) + i_{3CB} \left(r_3 + \frac{1}{pC} \right) &= 0. \end{aligned}$$

4. Составляем определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ r_1 & (r_2 + pL) & 0 \\ 0 & -(r_2 + pL) & \left(r_3 + \frac{1}{pC} \right) \end{vmatrix}$$

5. Решаем уравнение $\Delta = 0$. Это и есть характеристическое уравнение системы:

$$(r_2 + pL) \left(r_3 + \frac{1}{pC} \right) + r_1 (r_2 + pL) + r_1 \left(r_3 + \frac{1}{pC} \right) = 0.$$

Достоинством рассмотренного метода является его универсальность: он пригоден для любой, сколь угодно сложной цепи. Недостатком же его является сложность и громоздкость.

Во многих случаях – для последовательно-параллельных цепей с одним источником – характеристическое уравнение можно составить значительно более простым путем, используя выражение для входного сопротивления цепи переменному току. Проверим этот метод на примере той же цепи (рис. 3.1).

Порядок расчета

1. Определяем комплексное сопротивление цепи:

$$Z(j\omega) = r_1 + \frac{(r_2 + j\omega L) \left(r_3 + \frac{1}{j\omega C} \right)}{r_2 + j\omega L + r_2 + j\omega C}.$$

2. Заменяем $j\omega$ на p ; получаем операторное сопротивление той же цепи:

$$Z(p) = r_1 + \frac{(r_2 + pL) \left(r_3 + \frac{1}{pC} \right)}{r_2 + pL + r_2 + pC}.$$

3. Решаем уравнение, приравнивая его к нулю $Z(p) = 0$:

$$(r_2 + pL) \left(r_3 + \frac{1}{pC} \right) + r_1(r_2 + pL) + r_1 \left(r_3 + \frac{1}{pC} \right) = 0.$$

Получилось то же самое характеристическое уравнение системы. Определим его корни. Для этого раскроем скобки и приведем его к общему знаменателю:

$$p^2(r_1 + r_3)LC + p[(r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3)C + L] + (r_1 + r_2) = 0,$$

$$p_{1,2} = -\frac{(r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3)C + L}{2(r_1 + r_3)LC} \pm \sqrt{\left[\frac{(r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3)C + L}{2(r_1 + r_3)LC} \right]^2 - \frac{r_1 + r_2}{(r_1 + r_3)LC}}.$$

Если эти корни действительные и различные, то свободную составляющую любого тока (или напряжения) ищем в виде:

$$i_{св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

а при действительных и равных корнях в виде:

$$i_{св} = (A_1 + A_2 t) e^{pt}.$$

В случае комплексно-сопряженных корней выражение для $i_{св}$ должно иметь вид:

$$i_{св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

а при действительных и равных корнях в виде:

$$i_{св} = (A_1 + A_2) e^{pt}.$$

В случае комплексно-сопряженных корней выражение для $i_{св}$ должно иметь вид:

$$i_{св} = A e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t + \alpha),$$

где

$$\delta = \frac{(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)C + L}{2(r_1 + r_3)LC};$$

$$\omega_0^2 = \frac{r_1 + r_2}{(r_1 + r_3)LC} - \left[\frac{(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)C + L}{2(r_1 + r_3)LC} \right]^2.$$

Постоянные (A_1 и A_2 в первом и втором случаях, A и α в третьем случае) определяются из начальных условий с помощью первого и второго законов коммутации. Они различны для разных токов и напряжений. Рассмотрим для примера, как определяются токи и напряжения цепи, показанной на рис. 3П-2 следующих данных: $U = 100$ В; $r = 100$ Ом; $L = 267$ мГн; $C = 5$ мкФ.

1. Составляем характеристическое уравнение системы через комплексное сопротивление цепи:

$$Z(j\omega) = r + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}.$$

Заменяя $j\omega$ на p , запишем операторное сопротивление цепи:

$$Z(p) = r + \frac{pL \cdot \frac{1}{pC}}{pL + \frac{1}{pC}} = r + \frac{pL}{p^2 LC + 1}.$$

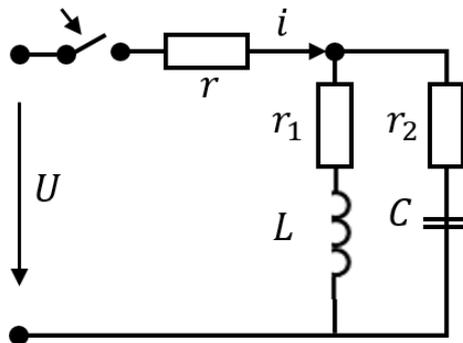


Рис. 3.1 Расчетная схема

Характеристическое уравнение системы получим, приравняв $Z(p) = 0$, т.е. $p^2 rLC + pL + r = 0$.

Подставив числовые значения, получим:

$$p^2 \cdot 10^2 \cdot 0,267 \cdot 5 \cdot 10^{-6} + p \cdot 0,267 + 100 = 0$$

или

$$p^2 \cdot 133,3 \cdot 10^{-6} + p \cdot 0,267 + 100 = 0.$$

Разделим на коэффициент при p^2 :

$$p^2 \cdot 2 \cdot 10^3 p + 0,75 \cdot 10^6 = 0, \text{ отсюда:}$$

$$p_{1,2} = -10^3 \pm \sqrt{10^6 - 0,75 \cdot 10^6} = -10^3 \pm 0,5 \cdot 10^3.$$

$$p_1 = -500 \frac{1}{c}; \quad p_2 = -1500 \frac{1}{c}.$$

2. Составляем выражения для мгновенных значений токов и напряжений. Так как характеристическое уравнение системы оказалось уравнением второй степени, то соответствующее дифференциальное уравнение является уравнением второго порядка. Для определения постоянных интегрирования A_1 и A_2 воспользуемся начальными условиями, которые задаются первым и вторым законами коммутации. Первый закон коммутации относится к току в катушке i_1 , второй – к напряжению на конденсаторе u_c . Поэтому нужно составить уравнения для i_1 и u_c так, чтобы они оба содержали постоянные A_1 и A_2 .

$$i_{1\text{св}} = A_1 e^{-500t} + A_2 e^{-1500t} \text{ A}; \quad i_{1\text{пр}} = \frac{U}{r} = 1 \text{ A};$$

$$i_1 = i_{1\text{св}} + i_{1\text{пр}} = A_1 e^{-500t} + A_2 e^{-1500t} + 1 \text{ A};$$

$$U_L = L \frac{di_1}{dt} = 0,267 \cdot (-500) A_1 e^{-500t} + 0,267 \cdot (-1500) A_2 e^{-1500t} = \\ = -133,3 A_1 e^{-500t} - 400 A_2 e^{-1500t} \text{ В}.$$

Для данной схемы $U_L = U_C$, следовательно,

$$U_C = -133,3 A_1 e^{-500t} - 400 A_2 e^{-1500t} \text{ В};$$

$$i_2 = C \frac{du_c}{dt} = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (-133,3) \cdot A_1 \cdot (-500) \cdot e^{-500t} +$$

$$+ 5 \cdot 10^{-6} \cdot (-400) \cdot A_2 \cdot e^{-1500t} = 0,333 \cdot A_1 \cdot e^{-500t} - 3 \cdot A_2 \cdot e^{-1500t} \text{ A};$$

$$i = i_1 + i_2 = 1,333 \cdot A_1 \cdot e^{-500t} + 4 \cdot A_2 \cdot e^{-1500t} + 1 \text{ A}.$$

3. Определяем постоянные интегрирования. Докоммутационные значения тока i_1 и напряжения u_c равны нулю, так как цепь была отключена от источника. Для того чтобы найти их значения сразу после коммутации, надо в только что записанные уравнения для i_1 и u_c подставить значение $t = 0$. Тогда, применяя первый и второй законы коммутации, получим:

$$i_1(0) = 0 = A_1 + A_2 + 1; \quad u_c(0) = 0 = -133,3 A_1 - 400 A_2.$$

Отсюда получим:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = -1; \\ -133,3A_1 - 400A_2 = 0. \end{cases}$$

Совместное решение этой системы дает:

$$A_1 = -1,5; A_2 = 0,5.$$

Тогда искомые токи и напряжения на конденсаторе:

$$\begin{aligned} i_1 &= -1,5e^{-500t} + 0,5e^{-1500t} + 1 \text{ A}, \\ i_2 &= -0,5e^{-500t} + 1,5e^{-1500t} \text{ A}, \\ i &= -2e^{-500t} + 2e^{-1500t} + 1 \text{ A}. \\ u_c &= 200e^{-500t} - 200e^{-1500t} \text{ В}. \end{aligned}$$

Решим тот ж пример для комплексно сопряженных корней: $U = 100 \text{ В}$; $r = 100 \text{ Ом}$; $L = 40 \text{ мГн}$; $C = 5 \text{ мкФ}$.

$$Z(p) = \frac{p^2 rLC + pL + r}{p^2 rLC + 1},$$

как и в предыдущей задаче, так как конфигурация цепи не изменилась. Характеристическое уравнение тоже имеет прежний вид:

$$p^2 rLC + pL + r = 0.$$

После подстановки числовых данных получим:

$$p^2 \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} + p \cdot 4 \cdot 10^{-2} + 100 = 0,$$

или

$$p^2 \cdot 4 \cdot 10^{-5} + p \cdot 4 \cdot 10^{-2} + 100 = 0.$$

Разделив на коэффициент при p^2 , найдем:

$$p^2 + 2 \cdot p \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^6 = 0,$$

откуда

$$p_{1,2} = -10^3 \pm \sqrt{10^6 - 5 \cdot 10^6} = -1000 \pm j2000 = 2240e^{\pm j11630} \frac{1}{c}$$

Корни оказались комплексно сопряженными, поэтому свободную составляющую тока i_1 ищем в виде:

$$i_{1\text{св}} = Ae^{-1000t}\sin(2000t + \alpha) + 1 \text{ A.}$$

Дальнейший расчет ведем аналогично предыдущей задаче.

1. ГОСТ Р 52002-2003. Электротехника. Термины и определения основных понятий = Electrotechnics. Terms and definitions of basic concepts : Национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : принят и введен в действие Постановлением Госстандарта России от 9 января 2003 г. N 3-ст : введен впервые : дата введения 2003-01-09 / разработан Кафедрой теоретических основ электротехники Московского энергетического института с участием Академии Электротехнических наук Российской Федерации и открытого акционерного общества «Стандартэлектро». - Москва : Стандартинформ, 2020. 31 с. ; 29 см. - Текст : непосредственный.
2. Немцов, М. В. Электротехника и электроника / М. В. Немцов. – Москва: Изд-во «Высшая школа», 2007. – 560 с.
3. Новожилов, О. П. Электротехника и электроника : учебник для вузов / О. П. Новожилов. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 653 с.
4. Кузовкин, В. А. Электротехника и электроника : учебник для среднего профессионального образования / В. А. Кузовкин, В. В. Филатов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019.