
МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Тульский государственный университет»**

Институт высокоточных систем им. В.П. Грязева

Кафедра электротехники и электрооборудования

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ
по дисциплине

ОСНОВЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ

Направление подготовки: ***13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»***

Профиль подготовки: ***«Электрооборудование
и электрохозяйства предприятий, организаций и учреждений»***

Квалификация выпускника: ***63, академический бакалавриат***

Форма обучения: ***очная, заочная***

Идентификационный номер образовательной программы: 130302-01-19

Тула 2020 г.

Методические указания к лабораторным работам составлены профессором Ловчаковым В.И. и обсуждены на заседании кафедры *электротехники и электрооборудования* Института высокоточных систем им. В.П. Грязева

протокол №__1__ от « 31 » августа 2020 г.

Зав. кафедрой _____ *А.Э. Соловьев*

Курсовая работа по дисциплине «Основы оптимального управления электроприводами».

Методические указания

1. Линеаризация

1.1. Постройте линеаризованную модель для звена, которое описывается нелинейным дифференциальным уравнением

$$T_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + q_2 y^3 \cdot \sin y + q_1 y = kx \quad (*)$$

В номинальном режиме установившееся значение $y = y^0 = 1$.

Предположим, что мы знаем установившееся значение $x = x^0$, соответствующее заданному y^0 . Вспомним, что в установившемся режиме все производные сигналов равны нулю, поэтому имеем

$$q_2 (y^0)^3 \cdot \sin y^0 + q_1 y^0 = kx^0. \quad (1)$$

Предположим, что система находится вблизи установившегося режима, так что

$$y = y^0 + \Delta y, \quad x = x^0 + \Delta x,$$

где Δy и Δx – малые отклонения. Подставляя эти выражения в исходное уравнение (*), получаем

$$T_2 \frac{d^2 (y^0 + \Delta y)}{dt^2} + T_1 \frac{d(y^0 + \Delta y)}{dt} + q_2 (y^0 + \Delta y)^3 \cdot \sin(y^0 + \Delta y) + q_1 (y^0 + \Delta y) = k(x^0 + \Delta x)$$

Вспомним, что $y^0 = const$, а производная от постоянной величины y^0 равна нулю. Поэтому первые два слагаемых упрощаются:

$$T_2 \frac{d^2 \Delta y}{dt^2} + T_1 \frac{d\Delta y}{dt} + q_2 (y^0 + \Delta y)^3 \cdot \sin(y^0 + \Delta y) + q_1 (y^0 + \Delta y) = k(x^0 + \Delta x) \quad (2)$$

Далее придется вспомнить, что в окрестности точки непрерывности $x = a$ любая бесконечно дифференцируемая функция $f(x)$ может быть представлена в виде ряда Тейлора:

$$f(a + \Delta x) = f(a) + f^{(1)}(a) \cdot \Delta x + \frac{1}{2!} \cdot f^{(2)}(a) \cdot \Delta x^2 + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} \Delta x^k.$$

Здесь запись $f^{(k)}(a)$ означает k -ую производную функции $f(x)$ в точке $x = a$.

Для получения линейной модели мы отбрасываем все слагаемые, содержащие Δx и Δy в квадрате и в более высокой степени, считая, что они очень малы при малых отклонениях Δx . Тогда

$$f(a + \Delta x) \approx f(a) + f^{(1)}(a) \cdot \Delta x. \quad (3)$$

Единственный нелинейный член в выражении (2) это

$$f(y^0 + \Delta y) = q_2 (y^0 + \Delta y)^3 \cdot \sin(y^0 + \Delta y), \quad \text{где } f(y) = q_2 y^3 \cdot \sin y.$$

Используя приближенную замену (3), получаем

$$f(y^0 + \Delta y) = q_2 (y^0 + \Delta y)^3 \cdot \sin(y^0 + \Delta y) \approx q_2 (y^0)^3 \cdot \sin y^0 + Q \cdot \Delta y, \quad (4)$$

где Q – производная функции $f(y)$ в точке $y = y^0$:

$$Q = f^{(1)}(y^0) = q_2[3(y^0)^2 \sin y^0 + (y^0)^3 \cos y^0] = \dots$$

Подставив равенство (4) в (2), имеем (приближенно!)

$$T_2 \frac{d^2 \Delta y}{dt^2} + T_1 \frac{d \Delta y}{dt} + q_2 (y^0)^3 \cdot \sin y^0 + Q \cdot \Delta y + q_1 y^0 + q_1 \Delta y = k x^0 + k \Delta x.$$

Используя равенство (1) – уравнение установившегося режима – можно сократить два слагаемых в левой части и $k x^0$ в левой:

$$T_2 \frac{d^2 \Delta y}{dt^2} + T_1 \frac{d \Delta y}{dt} + (Q + q_1) \Delta y = k \Delta x.$$

Мы получили линейное дифференциальное уравнение – линеаризованную модель нелинейной системы. Обычно значок приращения не ставят и записывают уравнение в виде

$$T_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + (Q + q_1) y = k x,$$

подразумевая под x и y отклонения сигналов от номинального режима. Более подробно и строго об этом можно почитать в [1], с. 16-18.

1.2. Определите установившееся значение $x = x^0$.

В номинальном (установившемся) режиме все производные равны нулю. При этом (*) дает

$$q_2 y^3 \cdot \sin y + q_1 y = kx$$

Значение $y = y_0$ задано, поэтому сразу находим

$$x = x^0 = \frac{q_2 (y^0)^3 \cdot \sin y^0 + q_1 y^0}{k} = \dots$$

1.3. Постройте передаточную функцию линеаризованного звена. Как называется такое звено?

Линеаризованное уравнение звена имеет вид

$$T_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + (Q + q_1) y = k x. \quad (5)$$

Вводя оператор дифференцирования $s = \frac{d}{dt}$, запишем (5) в виде

$$T_2 s^2 y + T_1 s y + (Q + q_1) y = k x \quad \Rightarrow \quad (T_2 s^2 + T_1 s + Q + q_1) y = k x.$$

Передаточная функция (ПФ) – это отношение выхода к входу, то есть

$$\frac{y}{x} = W(s) = \frac{k}{T_2 s^2 + T_1 s + Q + q_1}.$$

Можно строить передаточную функцию и иначе, через преобразование Лапласа входного и выходного сигналов (см. [1, с.18-19]), что дает тот же результат.

Это звено второго порядка, в зависимости от корней знаменателя оно может принадлежать к одному из двух типов:

- если корни $s_{1,2}$ уравнения $T_2 s^2 + T_1 s + Q + q_1 = 0$ вещественные, это апериодическое звено второго порядка (см. [1, с.29]);

- если корни этого уравнения комплексно-сопряженные, это колебательное звено (см. [1, с.31]).

1.4. Найдите импульсную характеристику (весовую функцию) этого звена.

Импульсная характеристика зависит от типа звена. Если это апериодическое звено второго порядка, то передаточную функцию можно представить в форме

$$W(s) = \frac{k_1}{(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)}. \quad (6)$$

и импульсная характеристика (или весовая функция) имеет вид [1, с.31]

$$w(t) = \frac{k_1}{T_3 - T_4} \left(e^{-\frac{t}{T_3}} - e^{-\frac{t}{T_4}} \right), \quad t > 0.$$

Не забудьте, что $k_1 \neq k$, а T_3 и T_4 в общем случае отличаются от T_1 и T_2 .

1.5. Решив полученное линейное дифференциальное уравнение, найдите переходный процесс на выходе линеаризованного звена при ступенчатом входном сигнале $x(t) = 1(t)$.

Переходный процесс при ступенчатом входном сигнале – это переходная функция. Для апериодического звена второго порядка она имеет вид ([1, с.31])

$$h(t) = k_1 \left(1 - \frac{T_3}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{T_4}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_4}} \right), \quad t > 0.$$

1.6. Постройте и сравните переходные процессы в линейной и нелинейной системе при ступенчатом входном сигнале $x(t) = 1(t)$.

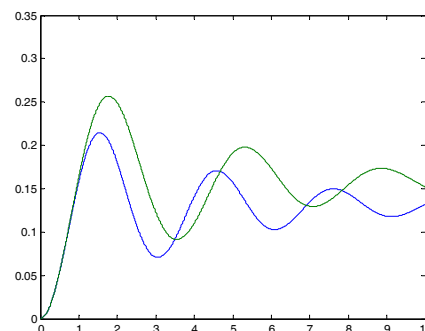
Для построения переходного процесса в нашей линейной системе можно в принципе использовать выражение для $h(t)$.

Для нелинейной системы придется численно интегрировать уравнение (*), представив его в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= v \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{T_2} (kx - T_1 v - q_2 y^3 \cdot \sin y - q_1 y) \end{aligned}$$

Дальше применяем любой метод численного интегрирования, например, метод Эйлера с небольшим шагом. В конце этого файла приведена программа на языке *Matlab*, которая считает и строит переходные процессы в нелинейной и линейной системах на интервале от 0 до 10 секунд. Лучше строить переходный процесс для отклонений от установившегося режима (x_0, y_0) .

Не пугайтесь, если переходные процессы будут сильно отличаться. Например, для колебательного звена может получиться так, как на рисунке справа (синяя линия – нелинейная система, зеленая – линейная). Это говорит о том, что линеаризованная модель плохо описывает свойства такого объекта. Однако, если линеаризация выполнена правильно, кривые должны совпадать на начальном участке.



2. Разомкнутые системы

2.1. Определите, какие простейшие звенья можно выделить в составе звена с передаточной функцией (значения коэффициентов a_i и b_i определяются из [таблицы](#) по номеру варианта)

$$W(s) = \frac{a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}.$$

Для того, чтобы выделить простейшие звенья, числитель и знаменатель передаточной функции раскладывают на сомножители первого и второго порядка. К элементарным звеньям относятся усилительное, апериодическое, колебательное, интегрирующее, дифференцирующее и некоторые другие, подробно рассмотренные в [1, с.25-43].

Пусть передаточная функция имеет вид

$$W(s) = \frac{(2s + 3)s}{(3s + 6)(s^2 + s + 1)}.$$

Ее можно привести к стандартному виду, разложив на сомножители числитель и знаменатель:

$$W(s) = \frac{k(T_1 s + 1)s}{(T_2 s + 1)(T_3^2 s^2 + 2T_3 \zeta s + 1)} = k(T_1 s + 1) \cdot s \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} \cdot \frac{1}{T_3^2 s^2 + 2T_3 \zeta s + 1}.$$

где $k = 0,5$; $T_1 = \frac{2}{3}c$; $T_2 = 0,5c$; $T_3 = 1c$; $\zeta = 0,5$. Таким образом, эта система включает усилительное звено с введением производной, идеальное дифференцирующее звено, апериодическое звено и колебательное звено.

2.2. Чему равен коэффициент усиления этого звена в установившемся режиме?

В установившемся режиме все производные равны нулю, поэтому коэффициент усиления равен $W(0)$ (в передаточную функцию надо подставить $s = 0$). См. [1, с.26 и 68].

2.3. Является ли звено устойчивым? Почему?

Звено является устойчивым, если все корни *знаменателя* передаточной функции имеют отрицательные вещественные части (таким корням соответствуют затухающие переходные процессы). См. [1, с. 84-94].

2.4. Является ли звено минимально-фазовым?

Звено является минимально-фазовым, если все корни *числителя и знаменателя* передаточной функции имеют отрицательные вещественные части. Минимально фазовые звенья имеют минимальную (по модулю) фазовую характеристику среди всех звеньев с одинаковыми амплитудными характеристиками ([1, с. 41-42]).

2.5. Постройте асимптотическую ЛАФЧХ этого звена.

Прелесть логарифмических частотных характеристики состоит в том, что для построения ЛАФЧХ системы с передаточной функцией

$$W(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot \dots \cdot W_n(s)$$

можно просто сложить ЛАЧХ и ЛФЧХ, построенные для отдельных звеньев с ПФ $W_i(s)$, $i = 1, \dots, n$. Более того, форма ЛАЧХ близка к так называемым асимптотическим ЛАЧХ – это ломаные линии, наклон которых меняется с шагом 20 дБ/дек. Поэтому задача решается так:

- разбиваем передаточную функцию на простейшие звенья;
- строим ЛАФЧХ для каждого из простейших звеньев ([1, с.25-42]);
- складываем их.

Подробно этот процесс расписан в [1] на с. 47-49.

2.6. Какой наклон имеет ЛАЧХ на нулевой частоте? на больших частотах?

Наклон ЛАЧХ на нулевой частоте определяется только дифференцирующими и интегрирующими звеньями. Если система имеет n дифференцирующих звеньев, наклон будет $20n$ дБ/дек, для системы с n интегрирующими звеньями ($-20n$) дБ/дек.

Позиционные звенья (для которых $a_0 \neq 0$, $b_0 \neq 0$) имеют нулевой наклон. Подробно см. в [1] на с. 25-42.

Наклон на высоких частотах равен $(-20m)$ дБ/дек, где m – разность степеней знаменателя и числителя передаточной функции (подумайте, почему так?).

2.7. Запишите модель этого звена в виде дифференциального уравнения.

Звено с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

может быть описано дифференциальным уравнением

$$b_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + b_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + b_1 \frac{dy}{dt} + b_0 y = a_3 \frac{d^3 x}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x.$$

См. [1, с. 18-19].

2.8. Запишите модель этого звена в пространстве состояний. Единственно ли такое представление?

Состояние – это вектор значений, который полностью определяет систему в данный момент. Таким образом, для того, чтобы найти реакцию системы на любой известный входной сигнал, нам достаточно знать ее вектор состояния в начальный момент времени.

Модель в пространстве состояний – это система дифференциальных уравнений первого порядка, к которой добавлены связи вектора состояния с входом и выходом системы. Для линейной системы она имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь x – вектор состояния (столбец), u – вектор входных сигналов, y – вектор выхода; A, B, C, D – числовые матрицы соответствующего размера.

Представление в пространстве состояний не единственно и определяется выбором вектора состояния (подробно см. [2, с. 107-109]). Оно определяется с точностью до постоянной матрицы, это значит, что умножая вектор состояния на различные невырожденные матрицы можно получить сколько угодно реализаций (моделей) в пространстве состояний.

Для одномерных систем (имеющих один вход и один выход) существует очень простой способ построения модели в пространстве состояний по передаточной функции. Пусть

$$W(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{y}{u}.$$

Представим отношение $\frac{y}{u}$ в виде

$$\frac{y}{u} = \frac{y}{z} \cdot \frac{z}{u} = W_1(s) W_2(s), \quad \frac{y}{z} = W_1(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{1}, \quad \frac{z}{u} = W_2(s) = \frac{1}{s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}.$$

Передаточная функция $W_1(s)$ соответствует дифференциальному уравнению

$$y = a_2 \frac{d^2 z}{dt^2} + a_1 \frac{dz}{dt} + a_0 z, \quad (8)$$

а $W_2(s)$ – уравнению

$$\frac{d^3 z}{dt^3} + b_2 \frac{d^2 z}{dt^2} + b_1 \frac{dz}{dt} + b_0 z = u. \quad (9)$$

Вводя новые переменные состояния

$$x_1 = z, \quad x_2 = \frac{dz}{dt}, \quad x_3 = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

и учитывая связь между ними $\frac{dx_1}{dt} = x_2$, $\frac{dx_2}{dt} = x_3$, из (8)-(9) получаем систему

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = -b_0 x_1 - b_1 x_2 - b_2 x_3 + u \\ y = a_0 x_1 + a_1 x_2 + a_2 x_3 \end{cases}$$

которая записывается в форме модели в пространстве состояний (7) с матрицами

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -b_0 & -b_1 & -b_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [a_0 \quad a_1 \quad a_2], \quad D = 0. \quad (10)$$

Этот подход можно распространить и на случай передаточной функции любого порядка, однако при использовании окончательных формул следует помнить:

- старший коэффициент знаменателя должен быть равен 1, если это не так, числитель и знаменатель передаточной функции нужно разделить на это число;
- степень числителя должна быть ниже степени знаменателя, если они равны, нужно выделить целую часть (это будет матрица D) и строго правильную дробь;
- модель, соответствующая неправильной передаточной функции (у которой степень числителя выше степени знаменателя), не может быть представлена в стандартном пространстве состояний.

Материал, связанный с пространством состояний лучше всего изложен в [2]. Можно также посмотреть [1, с. 158-165].

2.9. Сделайте обратный переход – от модели в пространстве состояний к передаточной функции.

Переход от модели в пространстве состояний к передаточной функции очень прост. С помощью оператора дифференцирования модель (7) запишется в виде

$$s x = A x + B u$$

$$y = C x + D u$$

Из первого уравнения получаем

$$x = (sI - A)^{-1} B u,$$

где I – единичная матрица, тогда из второго следует

$$y = [C(sI - A)^{-1} B + D] u = W(s) u \quad \Rightarrow \quad W(s) = C(sI - A)^{-1} B + D.$$

Для модели (10) получаем

$$\begin{aligned}
 (sI - A)^{-1} &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -b_0 & -b_1 & -b_2 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ b_0 & b_1 & b_2 \end{bmatrix}^{-1} = \\
 &= \frac{1}{s^3 + b_2s^2 + b_1s + 1} \begin{bmatrix} s^2 + b_2s + b_1 & s + b_2 & 1 \\ -b_0 & s^2 + b_2s & s \\ -b_0s & -b_1s - b_0 & s^2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Тогда

$$(sI - A)^{-1} B = \frac{1}{s^3 + b_2s^2 + b_1s + 1} \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ s^2 \end{bmatrix}$$

И окончательно

$$W(s) = C(sI - A)^{-1} B = \frac{1}{s^3 + b_2s^2 + b_1s + 1} \cdot \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ s^2 \end{bmatrix} = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{s^3 + b_2s^2 + b_1s + 1}.$$

Этот материал изложен в [2] на с. 96-100.

2.10. Постройте переходную характеристику этого звена.

Переходная характеристика – это реакция на единичный ступенчатый сигнал. Для простейших звеньев первого и второго порядков можно использовать табличные формулы (см. [1, с. 25-42]) или классические методы решения дифференциальных уравнений, для более сложных случаев проще выполнить численное компьютерное моделирование.

3. Замкнутые системы

3.1. Пусть объект управления имеет передаточную функцию $W(s)$, регулятор – передаточную функцию $K(s)$, а измерительная система – передаточную функцию $H(s)$. Нарисуйте типовую блок-схему системы автоматического регулирования, обозначив задающий сигнал $g(t)$, сигнал управления $u(t)$, регулируемый сигнал $y(t)$, внешнее возмущение $w(t)$, сигнал обратной связи $f(t)$, сигнал ошибки $e(t)$.

Этот материал изложен в [1, с. 8, 54-59].

3.2. Предположив, что $K(s) = k = \text{const}$ и $H(s) = h = \text{const}$, постройте передаточные функции (ПФ):

$G(s)$ от входа $g(t)$ к выходу $y(t)$;

$G_u(s)$ от входа $g(t)$ к выходу $u(t)$;

$G_e(s)$ от входа $g(t)$ к выходу $e(t)$;

$G_{fe}(s)$ от входа $w(t)$ к выходу $e(t)$.

Для того, чтобы понять, о каких передаточных функциях идет речь, надо нарисовать схему (см. предыдущее задание) и почитать [1, с. 54-59]. Там же на с. 50-54 рассказано, как построить нужные передаточные функции по структурной схеме, используя структурные преобразования.

3.3. Используя критерий Гурвица, определите, при каких значениях k и h замкнутая система устойчива.

Этот материал изложен в [1, с. 90-95]. Порядок действий следующий:

- построить передаточную функцию замкнутой системы (это уже сделано в предыдущем задании);
- взять полином-знаменатель этой передаточной функции (это и есть характеристический полином замкнутой системы) и построить для него определители Гурвица, которые будут зависеть от k и h ;
- система устойчива, если все они положительны, это условие даст неравенства, ограничивающие допустимые интервалы значений k и h .

3.4. Приняв $h = 1$, выберите k так, чтобы запас устойчивости по амплитуде был не менее 6 дБ, а запас по фазе – не менее 30° (используйте ЛАФЧХ разомкнутой системы без регулятора).

Увеличение коэффициента k равносильно добавлению в контур усилительного звена. Это *не изменяет фазовую характеристику* контура, но сдвигает логарифмическую амплитудную характеристику (ЛАЧХ) вверх (при $k > 1$) или вниз (при $k < 1$) *без изменения ее формы*. При этом изменяются запасы устойчивости. О том, как определить запасы устойчивости по ЛАФЧХ, рассказано в [1, с. 115-117].

Порядок действий следующий:

- построить ЛАФЧХ замкнутого контура; для упрощения можно строить асимптотическую ЛАЧХ вместо точной (при использовании компьютерных программ лучше работать с точной кривой);
- определить запасы устойчивости по амплитуде и фазе;
- изменить положение ЛАЧХ так, чтобы запасы были не меньше заданных (нужно проверять как запас по амплитуде, так и запас по фазе);
- для найденного положения ЛАЧХ определить соответствующее значение дополнительного коэффициента усиления.

Допустим, ЛАЧХ можно поднять на 12 дБ. Вспомним, что усилительное звено с коэффициентом усиления k поднимает ЛАЧХ на $20 \lg k$ дБ (см. [1, с. 27]). Тогда

$$20 \lg k = 12 \quad \Rightarrow \quad k = 10^{12/20} = 3,981.$$

3.5. Постройте переходный процесс на выходе при выбранном значении k .

Указание: используйте компьютерное моделирование в каком-либо пакете.

3.6. Оцените время переходного процесса и перерегулирование, покажите их на графике.

Этот материал подробно изложен в [1, с. 111-112]. Обе эти величины определяются по графику.

Время переходного процесса t_n – это время, после которого отклонение выхода системы от установившегося значения не превышает величины 5%.

Перерегулирование σ – это величина, которая показывает (в процентах) насколько максимум выходного сигнала во время переходного процесса больше установившегося значения.

3.7. Является ли замкнутая система астатической? Почему?

Система называется *астатической*, если в установившемся режиме значение ее выхода равно заданному (нет статической ошибки). Для того, чтобы система была астатической, нужно, чтобы передаточная функция по ошибке имела множитель s (идеальное дифференцирующее звено). Подробности см. в [1, с. 67-71].

3.8. Используйте пропорционально-интегральный регулятор (ПИ-регулятор) с передаточной функцией

$$K(s) = \frac{k(s + \alpha)}{s} \text{ при } \alpha = 1.$$

С помощью критерия Гурвица определите, какие ограничения должны быть наложены на k , чтобы система была устойчивой. Выберите коэффициент k , обеспечивающий устойчивость замкнутой системы.

О простейших регуляторах (П-, ПИ-, ПД- и ПИД) лучше всего написано в [2, с. 201-209]. В этом задании нужно построить характеристический полином замкнутой системы, он будет третьего порядка (объект второго порядка + регулятор 1-ого порядка). Затем применяется критерий Гурвица для полиномов третьего порядка (см. [1, с. 92]).

3.9. Постройте переходный процесс на выходе при выбранном регуляторе. Оцените время переходного процесса и перерегулирование, покажите их на графике.

Аналогично 3.5 (компьютерное моделирование).

3.10. Постройте амплитудную частотную характеристику полученной замкнутой системы и определите показатель колебательности M .

Нужно сделать следующее:

- построить передаточную функцию *замкнутой* системы от входа к выходу;
- подставив $s = j\omega$, найти амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) $|W(j\omega)|$ для полосы частот, где она отличается от нуля на заметную величину;
- определить максимум этой кривой;
- определить показатель колебательности как отношение этого максимума к значению АЧХ при $\omega = 0$.

Теория изложена в [1, с. 117], для практической реализации необходимо применение компьютерных расчетов.

3.11. Является ли замкнутая система астатической по возмущению? Почему?

Система называется *астатической по возмущению*, если в установившемся режиме значение ее выхода равно заданному независимо от возмущения (нет статической ошибки при наличии постоянного возмущения). Для того, чтобы система была астатической по возмущению, нужно, чтобы передаточная функция по возмущению имела множитель s (идеальное дифференцирующее звено). Подробности см. в [1, с. 67-71].

3.12. Постройте переходный процесс на выходе при $g(t) \equiv 0$ и ступенчатом возмущении $f(t) = 1(t)$.

Аналогично 3.5 (компьютерное моделирование).

Литература:

1. **Попов Е.П.** Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1989.
2. **Мирошник И.В.** Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб.: Питер, 2005.
3. **Гудвин Г.К., Греббе С.Ф., Сальгадо М.Э.,** Проектирование систем управления. М.: Бином, 2004.

Программа на языке Matlab для моделирования переходного процесса в нелинейной и линейной системах (к заданию 1.6):

```
%-----
% Параметры модели
%-----
k = 1; T1 = 1; T2 = 2;
q1 = 0.5; q2 = 2;
y0 = 1;
%-----
% Подготовка данных
%-----
x0 = (q2*y0^3*sin(y0) + q1*y0) / k;
x = x0 + 1;      % Вход - единичная ступень
                  % относительно установившегося значения
h = 0.001;      % Шаг интегрирования
tt = 0:h:10;    % Массив отсчетов времени (0 - 10 с)
yN = [];        % Массив для значений выхода
y = y0; v = 0;  % Начальные условия
%-----
% Цикл интегрирования методом Эйлера
% для нелинейной модели
%-----
for t=tt
    yN = [yN y]; % Добавить новое значение y в массив
    dy = v;      % Считаем производные
    dv = (k*x - T1*v - q2*y^3*sin(y)-q1*y) / T2;
    y = y + dy*h; % Обновляем значения y и v
    v = v + dv*h;
end;
%-----
% Линеаризация
%-----
x = 1;          % Вход - единичная ступень
Q = q2*(3*y0^2*sin(y0) + y0^3*cos(y));
yL = [];        % Массив для значений выхода
y = 0; v = 0;   % Нулевые начальные условия
%-----
% Цикл интегрирования методом Эйлера
% для линейной модели
%-----
for t=tt
    yL = [yL y]; % Добавить новое значение y в массив
    dy = v;      % Считаем производные
```

```
    dv = (k*x - T1*v - (Q+q1)*y) / T2;
    y = y + dy*h; % Обновляем значения y и v
    v = v + dv*h;
end;
%-----
% Построение графиков для отклонений
%-----
plot ( tt, yN-y0, tt, yL );
```