Задания к курсовой работе по «Теоретической механике»

Положение равновесия произвольной плоской системы сил

Задача 1

Жесткая рама, расположенная в вертикальной плоскости (рис. С1.0—С1.9, табл. С1), закреплена в точке А шарнирно, а в точке В прикреплена или к невесомому стержню с шарнирами на концах, или к шарнирной опоре на катках.

В точке С к раме привязан трос, перекинутый через блок и несущий на конце груз весом P = 20 кН. На раму действуют пара сил с моментом M = 50 кН·м и две силы, значения, направления и точки приложения которых указаны в таблице (например, в условиях № 1 на раму действует сила F_2 под углом 15^0 к горизонтальной оси, приложенная в точке D, и сила F_3 под углом 60^0 к горизонтальной оси, приложенная в точке E, и т. д.).

Определить реакции связей в точках А, В, вызываемые действующими нагрузками. При окончательных расчетах принять α = 0,2 м.

Указания. Задача 1 – на равновесие тела под действием произвольной плоской системы сил. При ее решении следует учесть, что натяжения обеих ветвей нити, перекинутой через блок, когда трением пренебрегают, будут одинаковыми. Уравнение моментов будет более простым (содержать меньше неизвестных), если брать моменты относительно точки, где пересекаются линии действия двух реакций связей. При вычислении момента силы $\vec{F}$ часто удобно разложить ее на составляющие $\vec{F}'$ и $\vec{F}''$, для которых плечи легко определяются, и воспользоваться теоремой Вариньона; тогда

$$m_0(\vec{F}) = m_0(\vec{F}') + m_0(\vec{F}'').$$

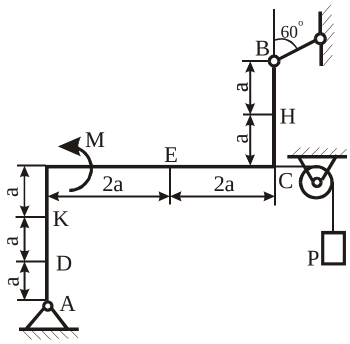


Рис. С1.0

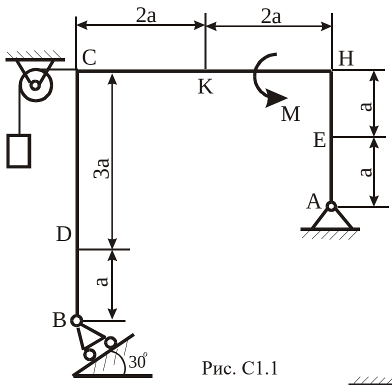


Рис. С1.1

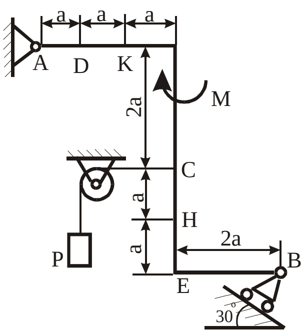


Рис. С1.2

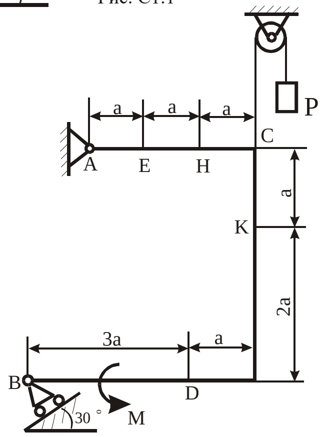


Рис. С1.3

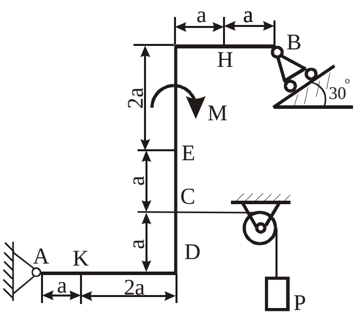


Рис. С1.4

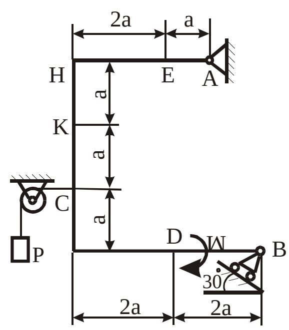


Рис. С1.5

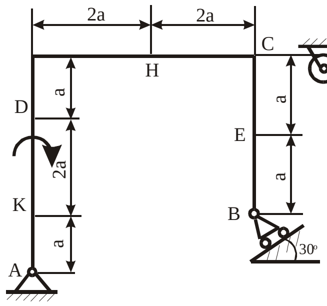


Рис. С1.6

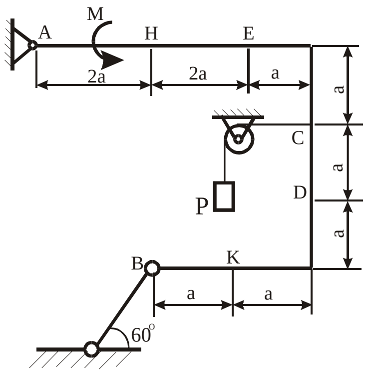


Рис. С1.7

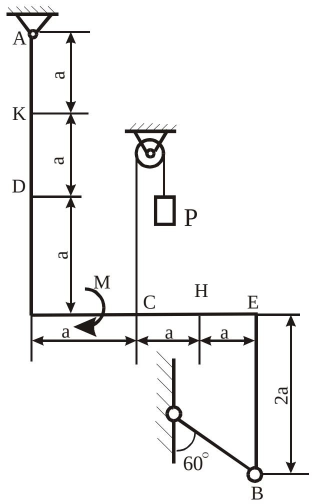


Рис. С1.8

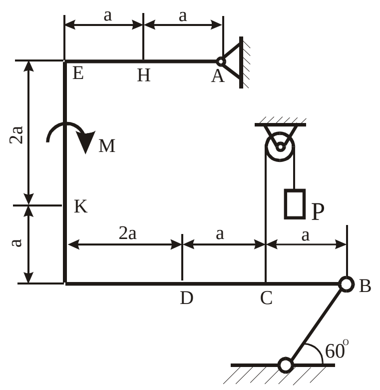


Рис. С1.9

Таблица С1

Силы	$\vec{F}_1$, α_1		$\vec{F}_2$, α_2		α_3, $\vec{F}_3$		α_4, $\vec{F}_4$	
	F_1 = 10 кН		F_2 = 20 кН		F_3 = 30 кН		F_4 = 40 кН	
№ варианта	Точка приложения	α_1 град.	Точка приложения	α_2 град.	Точка приложения	α_3 град.	Точка приложения	α_4 град.
0	H	30	-	-	-	-	K	60
1	-	-	D	15	E	60	-	-
2	K	75	-	-	-	-	E	30
3	-	-	K	60	H	30	-	-
4	D	30	-	-	-	-	E	60
5	-	-	H	30	-	-	D	75
6	E	60	-	-	K	15	-	-
7	-	-	D	60	-	-	H	15
8	H	60	-	-	D	30	-	-
9	-	-	E	75	K	30	-	-

Задача 2

Конструкция состоит из жесткого угольника и стержня, которые в точке С или соединены друг с другом шарнирно (рис. С2.0 –С2.5), или свободно опираются один на другой (рис. С2.6 –С2.9). Внешними связями, наложенными на конструкцию, являются в точке А или шарнир, или жесткая заделка; в точке В –или гладкая плоскость (рис. С2.0 и С2.1), или невесомый стержень $BB^{/}$ (рис. С2.2 и С2.3), или шарнир (рис. С2.4 – С2.9); в точке D – или невесомый стержень $DD^{/}$ (рис. С2.0, С2.3, С2.8), или шарнирная опора на катках (рис. С2.7).

На каждую конструкцию действуют: пара сил с моментом М =20 кН·м, равномерно распределенная нагрузка интенсивности q =10 кН/м и еще две силы. Эти силы, их направления и точки приложения указаны в табл. С2; там же в графе «Нагруженный участок» указано, на каком участке действует распределенная нагрузка (например, в условиях № 1 на конструкцию действуют сила $\vec{F}_2$ под углом 60^0 к горизонтальной оси , приложенная в точке L, сила $\vec{F}_4$ под углом 30^0 к горизонтальной оси, приложенная в точке Е, и нагрузка, распределенная на участке СК).

Определить реакции связей в точках А, В, С (для рис. С2.0, С2.3, С2.7, С2.8 также и в точке D), вызванные заданными нагрузками. При окончательных расчетах принять a =0,1 м. Направление распределенной нагрузки на различных по расположению участках указано в табл. С2а.

Указания. Задача 2 – на равновесие системы тел, находящихся под действием плоской системы сил. При ее решении можно или рассмотреть сначала равновесие всей системы, а затем равновесие одного из тел системы, изобразив его отдельно, или же сразу расчленить систему и рассмотреть равновесие каждого из тел в отдельности, учтя при этом закон о равенстве действия и противодействия. В задачах, где имеется жесткая заделка, следует учесть, что ее реакция представляется силой, модуль и направление которой неизвестны, и парой сил, момент которой также неизвестен.

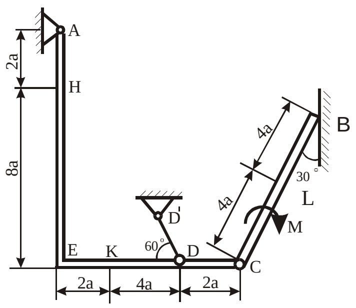


Рис. С2.0

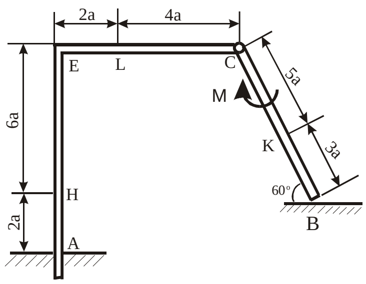


Рис. С2.1

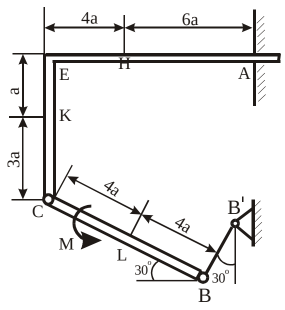


Рис. С2.2

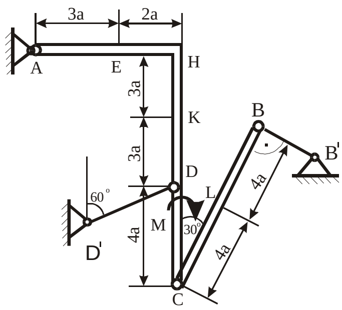


Рис. С2.3

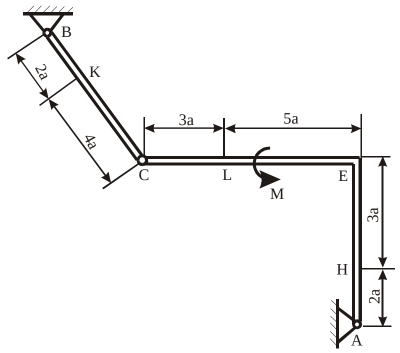


Рис. С2.4

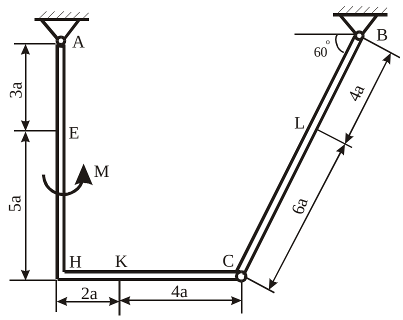


Рис. С2.5

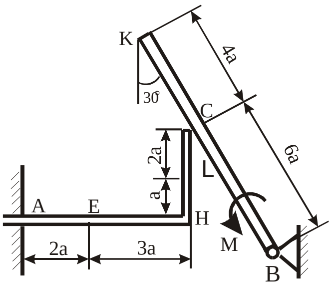


Рис. С2.6

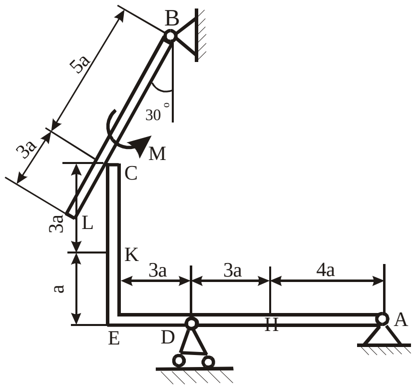


Рис. С2.7

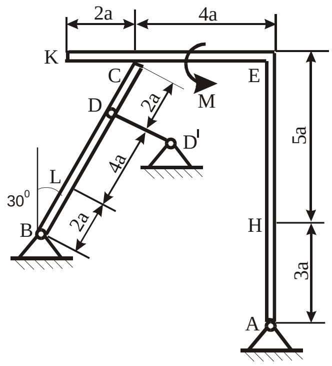


Рис. С2.8

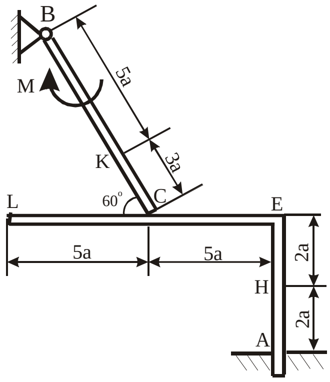
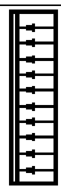
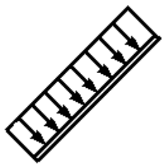
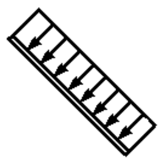


Рис. С2.9

Таблица С2

Силы	$\vec{F}_1$, α_1		$\vec{F}_2$, α_2		$\vec{F}_3$, α_3		$\vec{F}_4$, α_4		Нагруженный участок
	F_1 = 10 кН		F_2 = 20 кН		F_3 = 30 кН		F_4 = 40 кН		
№ варианта	Точка прило-жения	α_1 град.	Точка прило-жения	α_2 град.	Точка прило-жения	α_3 град.	Точка прило-жения	α_4 град.	
0	K	60	-	-	H	30	-	-	CL
1	-	-	L	60	-	-	E	30	CK
2	L	15	-	-	K	60	-	-	AE
3	-	-	K	30	-	-	H	60	CL
4	L	30	-	-	E	60	-	-	CK
5	-	-	L	75	-	-	K	30	AE
6	E	60	-	-	K	75	-	-	CL
7	-	-	H	60	L	30	-	-	CK
8	-	-	K	30	-	-	E	15	CL
9	H	30	-	-	-	-	L	60	CK

Таблица С2*а*

Участок на угольнике		Участок на стержне	
горизонтальный	вертикальный	Рис. С2.0, С2.3, С2.5, С2.7, С2.8	Рис. С2.1, С2.2, С2.4, С2.6, С2. 9
			

Определение скоростей и ускорений материальной точки по заданным уравнениям движения

Задача 3

Под номером 3 помещены две задачи 3а и 3б, которые надо решить.

Задача 3а.

Точка В движется в плоскости *xy* (рис. К1.0 –К1.9, табл. К1; траектория точки на рисунках показана условно). Закон движения точки задан уравнениями: $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, где x и y выражены в см, t – в секундах.

Найти уравнение траектории точки; для момента времени t_1= 1 с определить скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Зависимость $x = f_1(t)$ указана непосредственно на рисунках, а зависимость $y= f_2(t)$ дана в табл. К1 (для рис. К1.0 – К1.2 – в графе 2, для рис. К1.3 – К1.6 – в графе 3, для рис. К1.7 – К1.9 – в графе 4).

Задача 3б.

Точка движется по дуге окружности радиуса R= =2 м по закону $s=f(t)$, заданному в табл. К1 в графе 5 (s – в метрах, t – в секундах), где s =AM – расстояние точки от некоторого начала A, измеренное вдоль дуги окружности. Определить скорость и ускорение точки в момент времени t_1 =1 с.

Изобразить на рисунке векторы $\vec{v}$ и $\vec{a}$, считая, что точка в этот момент находится в положении M, а положительное направление отсчета s – от A к M.

Указания. Задача 3 относится к кинематике точки и решается с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения точки), а также формул, по которым определяются скорость, касательное и нормальное ускорения точки при естественном способе задания ее движения. В задаче все искомые величины нужно определить только для момента времени t_1 =1 с.

Таблица К1

№ варианта	$y = f_2(t)$, рис. К1.0 – К1.2	$y = f_2(t)$, рис. К1.3 – К1.6	$y = f_2(t)$, рис. К1.7 – К1.9	$s = f(t)$
1	2	3	4	5
0	$12\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$2t^2 + 2$	$4\cos(\frac{\pi}{6}t)$	$4\cos(\frac{\pi}{6}t)$
1	$6\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$8\sin(\frac{\pi}{4}t)$	$6\cos^2(\frac{\pi}{6}t)$	$2\sin(\frac{\pi}{3}t)$
2	$-3\sin^2(\frac{\pi}{6}t)$	$(2 +t)^2$	$4\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$6t - 2t^2$
3	$9\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$2t^3$	$10\cos(\frac{\pi}{6}t)$	$-2\sin(\frac{\pi}{6}t)$
4	$3\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$2\cos(\frac{\pi}{4}t)$	$-4\cos^2(\frac{\pi}{6}t)$	$4\cos(\frac{\pi}{3}t)$
5	$10\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$2 - 3t^2$	$12\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$-3\sin(\frac{\pi}{3}t)$
6	$6\sin^2(\frac{\pi}{6}t)$	$2\sin(\frac{\pi}{4}t)$	$-3\cos(\frac{\pi}{6}t)$	$3t^2 - 10t$
7	$-2\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$(t +1)^3$	$-8\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$-2\cos(\frac{\pi}{3}t)$
8	$9\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$2 - t^3$	$9\cos(\frac{\pi}{6}t)$	$3\sin(\frac{\pi}{6}t)$
9	$-8\sin(\frac{\pi}{6}t)$	$4\cos(\frac{\pi}{4}t)$	$-6\cos(\frac{\pi}{3}t)$	$-2\cos(\frac{\pi}{6}t)$

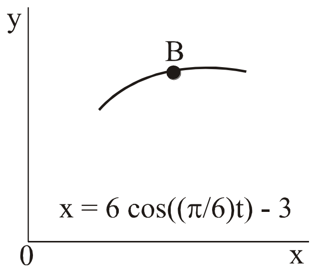


Рис. К1.0

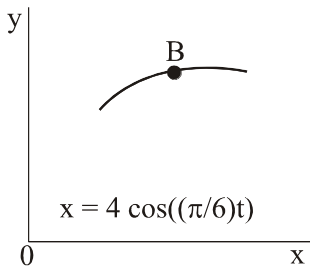


Рис. К1.1

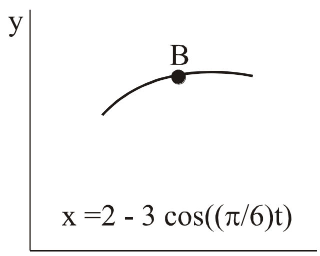


Рис. К1.2

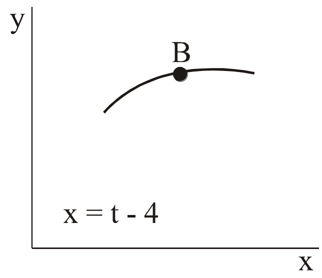


Рис. К1.3

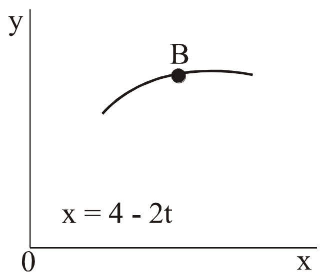


Рис. К1.4

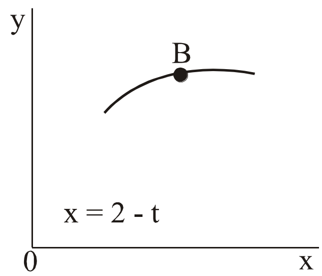


Рис. К1.5

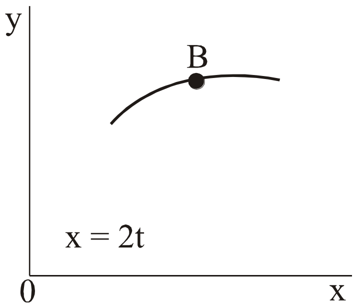


Рис. К1.6

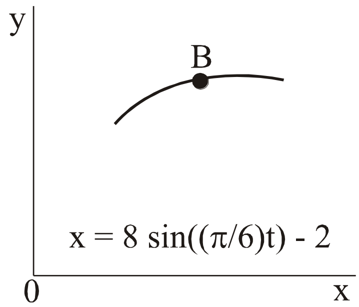


Рис. К1.7

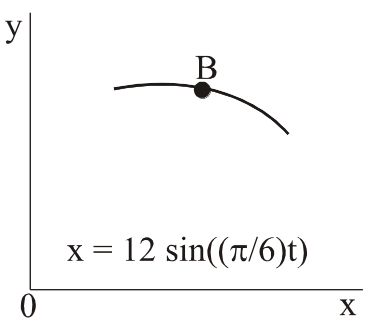


Рис. К1.8

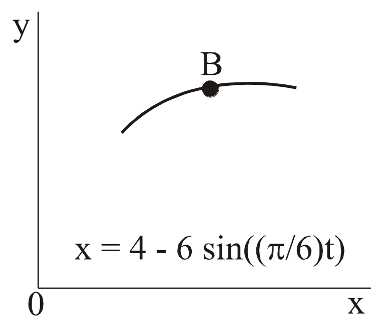


Рис. К1.9

Кинематика поступательного и вращательного движений

Задача 4

Механизм состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес (рис. К2.0 – К2.9, табл. К2). Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 – r_1 =2 см, R_1 =4 см, у колеса 2 – r_2 = 6см, R_2 =8 см, у колеса 3 – r_3 = 12 см, R_3 =16 см. На ободьях колес расположены точки А, В и С.

В графе «Дано» таблицы указан закон движения или закон изменения скорости ведущего звена механизма, где $\varphi_1(t)$ – закон вращения колеса 1, $S_4(t)$ – закон движения рейки 4, $\omega_2(t)$ – закон изменения угловой скорости колеса 2, $V_5(t)$ – закон изменения скорости груза 5 и т.д. (везде φ выражено в радианах, *s* – в сантиметрах, *t* – в секундах). Положительное направление для φ и ω против хода часовой стрелки, для S_4, S_5 и V_4, V_5 – вниз.

Определить в момент времени t_1 =2 с указанные в графах «Найти» скорости (*V* – линейные, ω – угловые) и ускорения (*a* –линейные, ε – угловые) соответствующих точек или тел (V_5 – скорость груза 5 и т.д.).

Указания. Задача 4 – на исследование вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. При решении задачи учесть, что, когда два колеса находятся в зацеплении, скорость точки зацепления каждого колеса одна и та же, а когда два колеса связаны ременной передачей, то скорости всех точек ремня и, следовательно, точек, лежащих на ободе каждого из этих колес, в данный момент времени численно одинаковы; при этом считается, что ремень по ободу колеса не скользит.

Таблица К2

№ варианта	Дано	Найти	
		скорости	ускорения
0	$S_4 = 4(7t - t^2)$	V_B, V_C	ε_2, a_A, a_5
1	$V_5 = 2(t^2 - 3)$	V_A, V_C	ε_3, a_B, a_4
2	$\varphi_1 = 2t^2 - 9$	V_4, ω_2	ε_2, a_C, a_5
3	$\omega_2 = 7t - 3t^2$	V_5, ω_3	ε_2, a_A, a_4
4	$\varphi_3 = 3t - t^2$	V_4, ω_1	ε_1, a_B, a_5
5	$\omega_1 = 5t - 2t^2$	V_5, V_B	ε_2, a_C, a_4
6	$\varphi_3 = 2(t^2 - 3t)$	V_4, ω_2	ε_1, a_C, a_5
7	$V_4 = 3t^2 - 8$	V_A, ω_3	ε_3, a_B, a_5
8	$S_5 = 2t^2 - 5t$	V_4, ω_3	ε_1, a_C, a_4
9	$\omega_3 = 8t - 3t^2$	V_5, V_B	ε_2, a_A, a_4

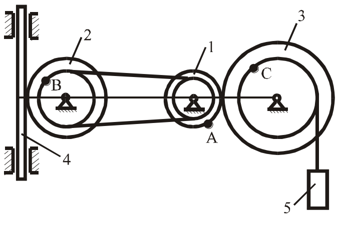


Рис. К2.0

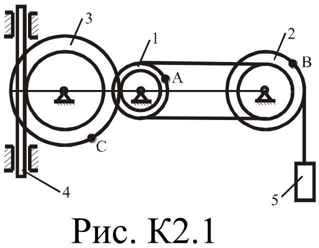


Рис. К2.1

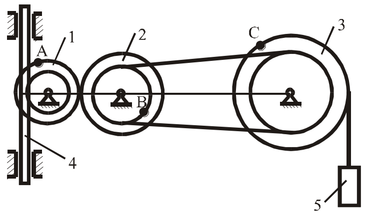


Рис. К2.2

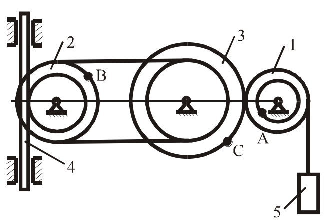


Рис. К2.3

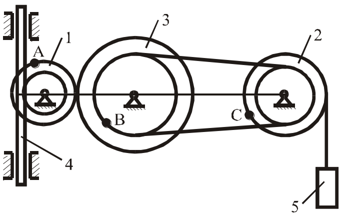


Рис. К2.4

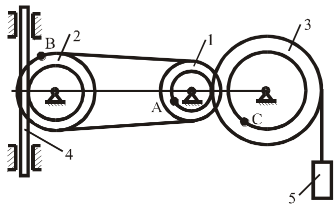


Рис. К2.5

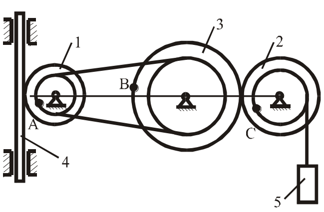


Рис. К2.6

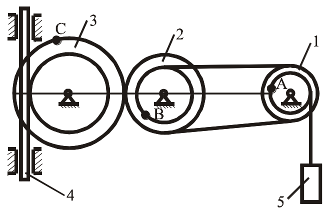


Рис. К2.7

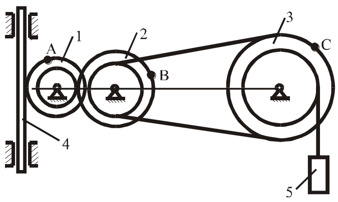


Рис. К2.8

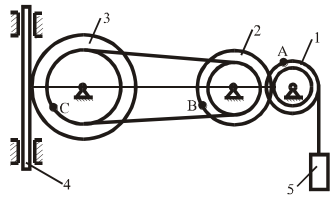


Рис. К2.9

Задача 5

Груз D массой *m,* получив в точке A начальную скорость v_0, движется в изогнутой трубе ABC, расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы или оба наклонные, или один горизонтальный, а другой наклонный (рис. Д 1.0 —Д 1.9, табл. Д1).

На участке AB на груз, кроме силы тяжести, действуют постоянная сила $\vec{Q}$ (ее направление показано на рисунках) и сила сопротивления среды $\vec{R}$, зависящая от скорости $\vec{v}$ груза (направлена против движения); трением груза о трубу на участке AB пренебречь.

В точке B груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него, кроме силы тяжести, действуют сила трения (коэффициент трения груза о трубу $f = 0{,}2$) и переменная сила $\vec{F}$, проекция которой F_x на ось x задана в таблице.

Считая груз материальной точкой и зная расстояние AB=l или время t_1 движения груза от точки A до точки B, найти закон движения груза на участкеBC, т. е. $x = f(t)$, где x = BD.

Указания. Задача Д1 — на интегрирование дифференциальных уравнений движения точки (решение основной задачи динамики). Решение задачи разбивается на две части. Сначала нужно составить и проинтегрировать методом разделения переменных дифференциальное уравнение движения точки (груза) на участке AB, учтя начальные условия. Затем, зная время движения груза на участке AB или длину этого участка, определить скорость груза в точке B. Эта скорость будет начальной для движения груза на участке BC. После этого нужно составить и проинтегрировать дифференциальное уравнение движения груза на участке BC тоже с учетом начальных условий, ведя отсчет времени от момента, когда груз находится в точке B, и полагая в этот момент $t=0$. При интегрировании уравнения движения на участке AB в случае, когда задана длина l участка, целесообразно перейти к переменному x, учтя, что

$$\frac{dv_x}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx}$$

Таблица Д1

Номер условия	m, кг	v_0, м/с	Q, Н	R, Н	l, м	t_1, с	F_x, Н
0	2	20	6	0,4v	–	2,5	2 sin (4t)
1	2,4	12	6	$0{,}8v^2$	1,5	–	6t
2	4,5	24	9	0,5v	–	3	3 sin(2t)
3	6	14	22	$0{,}6v^2$	5	–	–3 cos(2t)
4	1,6	18	4	0,4v	–	2	4 cos(4t)
5	8	10	16	$0{,}5v^2$	4	–	–6sin(2t)
6	1,8	24	5	0,3v	–	2	$9t^2$
7	4	12	12	$0{,}8v^2$	2,5	–	– 8 cos (4t)
8	3	22	9	0,5v	–	3	2 cos (2t)
9	4,8	10	12	$0{,}2v^2$	4	–	–6 sin (4t)

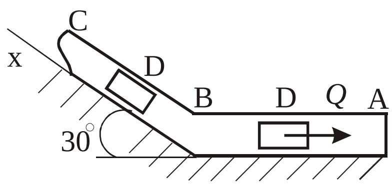


Рис. Д1.0

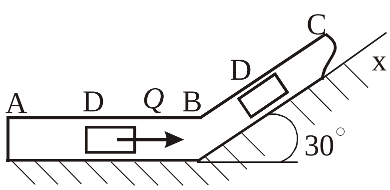


Рис. Д1.1

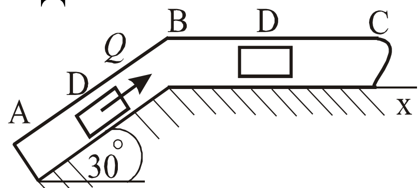


Рис. Д1.2

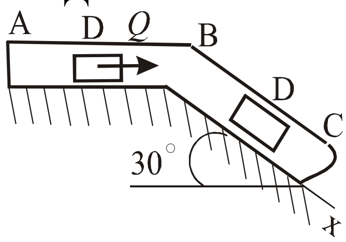


Рис. Д1.3

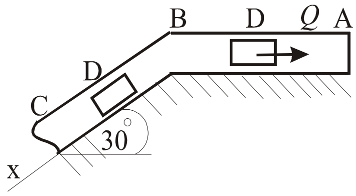


Рис. Д1.4

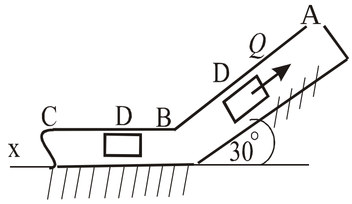


Рис. Д1.5

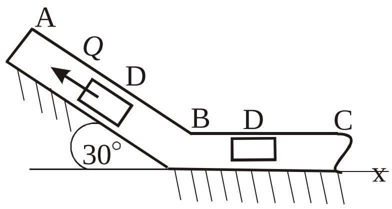


Рис. Д1.6

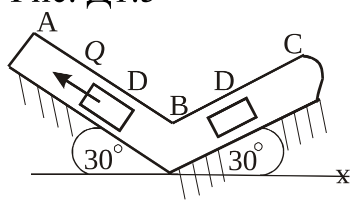


Рис. Д1.7

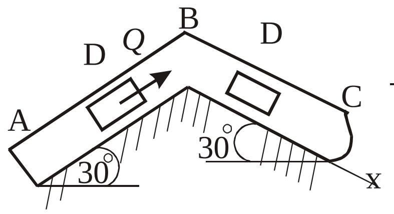


Рис. Д1.8

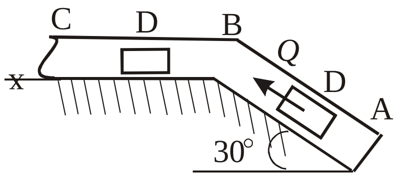


Рис. Д1.9

Общие теоремы динамики

Задача 6

Механическая система состоит из грузов D_1 массы $m_1 = 2$ кг и D_2 массы $m_2 = 6$ кг и из прямоугольной вертикальной плиты массы $m_3 = 12$ кг, движущейся вдоль горизонтальных направляющих (рис. Д3.0 – Д3.9, табл. Д3). В момент времени $t_0 = 0$, когда система находилась в покое, под действием внутренних сил грузы начинают двигаться по желобам, представляющим собой окружности радиусов r = =0,4 м и R = 0,8 м.

При движении грузов угол $\varphi_1 = \angle A_1C_3D_1$ изменяется по закону $\varphi_1 = f_1(t)$, а угол $\varphi_2 = \angle A_2C_3D_2$ – по закону $\varphi_2 = f_2(t)$. В табл. Д3 эти зависимости даны отдельно для рис. Д3.0 – Д3.4 и Д3.5 – Д3.9, где φ выражено в радианах, t – в секундах.

Считая грузы материальными точками и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить закон изменения со временем величины, указанной в таблице в графе «Найти», т.е. $x_3 = f_3(t)$ и N = f(t), где x_3 – координата центра C_3 плиты (зависимость $x_3 = f_3(t)$ определяет закон движения плиты),

N – полная нормальная реакция направляющих.

Указания. Задача Д3 – на применение теоремы о движении центра масс. При этом для определения $x_3 = f_3(t)$ составить уравнение в проекции на горизонтальную ось x, а для определения N – на вертикальную ось y.

Таблица Д3

Номер условия	Рис. Д3.0- Д3.4		Рис. Д3.5 – Д3.9		Найти
	$\varphi_1 = f_1(t)$	$\varphi_2 = f_2(t)$	$\varphi_1 = f_1(t)$	$\varphi_2 = f_2(t)$	
0	$\frac{\pi}{3}(t^2+1)$	$\frac{\pi}{6}(t^2-1)$	$\frac{\pi}{2}(3-t^2)$	$\frac{\pi}{3}(t^2+2)$	x_3
1	$\pi(2-t)$	$\frac{\pi}{4}(t+3)$	$\frac{\pi}{4}(2t-1)$	$\frac{\pi t}{6}$	N
2	$\frac{\pi}{4}(t^2+2)$	$\frac{\pi}{6}(5-t^2)$	$\frac{\pi}{3}(4-t^2)$	πt^2	x_3
3	$\frac{\pi t}{3}$	$\frac{\pi}{2}(t-2)$	$\frac{\pi}{6}(3t-2)$	$\frac{\pi}{2}(3-t)$	N
4	$\frac{\pi}{4}(1-3t^2)$	$\frac{\pi}{3}(t^2-4)$	$\frac{\pi t^2}{2}$	$\frac{\pi}{4}(2-t^2)$	x_3
5	$\frac{\pi}{6}(t+2)$	$\frac{\pi}{4}(1-t)$	$\frac{\pi}{3}-t$	$\frac{\pi}{6}(t-1)$	N
6	πt^2	$\frac{\pi}{6}(1-2t^2)$	$\frac{\pi}{4}(2t^2-3)$	$\frac{\pi}{3}(2-t^2)$	x_3
7	$\frac{\pi}{3}(5-t)$	$\frac{\pi}{4}(t+4)$	$\frac{\pi t}{6}$	$\frac{\pi}{4}(4-t)$	N
8	$\frac{\pi}{6}(t^2+3)$	$\frac{\pi}{2}(2-t^2)$	$\frac{\pi}{3}(4-t^2)$	$\pi(t^2+2)$	x_3
9	$\frac{\pi}{2}(4-t)$	$\pi(t+5)$	$\frac{\pi}{6}(2t-1)$	$\frac{\pi}{2}(2-t)$	N

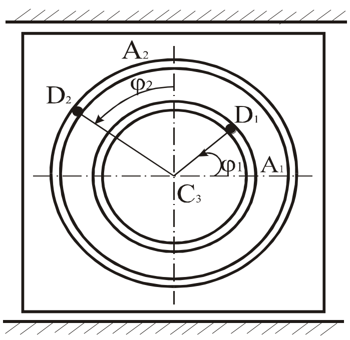


Рис. Д3.0

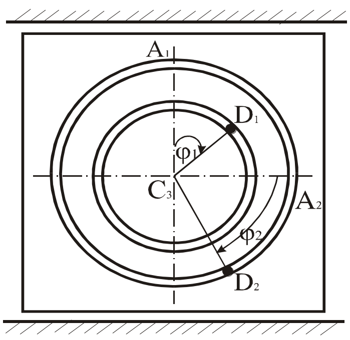
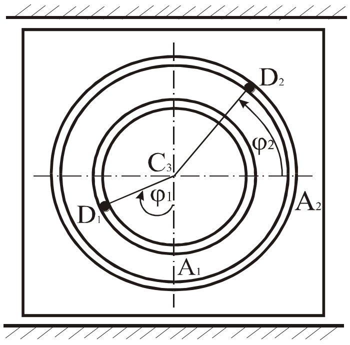


Рис. Д3.1



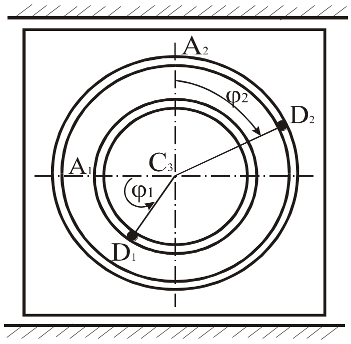
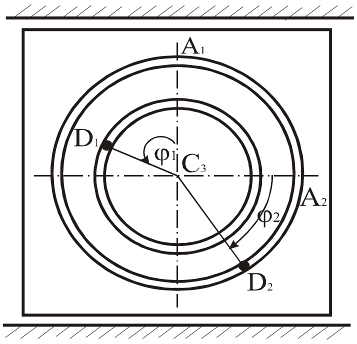


Рис. Д3.2

Рис. Д3.3



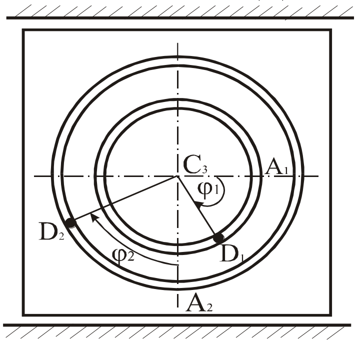
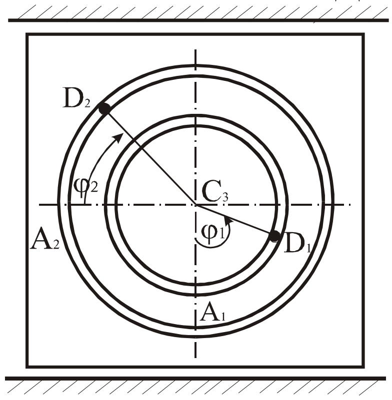


Рис. Д3.4

Рис. Д3.5



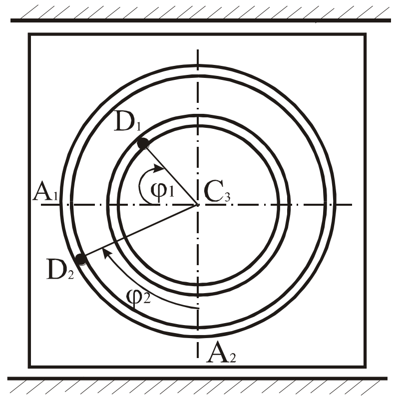
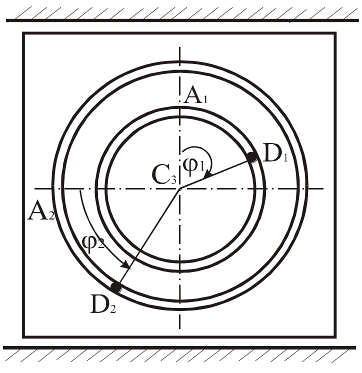


Рис. Д3.6

Рис. Д3.7



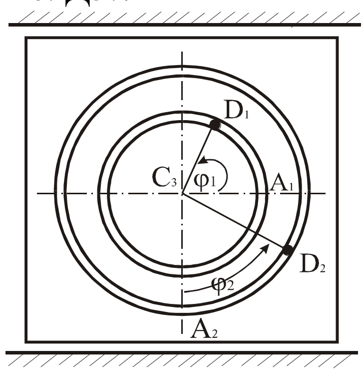


Рис. Д3.8

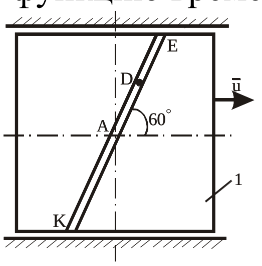
Рис. Д3.9

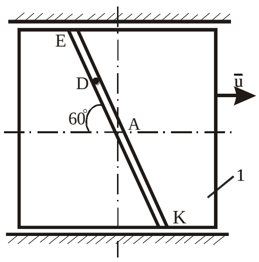
Задача 7

Механическая система состоит из прямоугольной вертикальной плиты 1 массы $m_1 = 18$ кг, движущейся вдоль горизонтальных направляющих, и груза *D* массы $m_2 = 6$ кг (рис. Д4.0 — Д4.9, табл. Д4). В момент времени $t_0 = 0$, когда скорость плиты $v_0 = 2$ м/с, груз под действием внутренних сил начинает двигаться по желобу плиты.

На рис. Д4.0 – Д4.3 желоб KE прямолинейный и при движении груза расстояние s = AD изменяется по закону $s = f_1(t)$, а на рис. Д4.4 – Д4.9 желоб – окружность радиуса
R = 0,8 м и при движении груза угол $\varphi = \angle AC_1D$ изменяется по закону $\varphi = f_2(t)$. В табл. Д4 эти зависимости даны отдельно для рис. Д4.0 и Д4.1, для рис. Д4.2 и Д4.3 и т.д., где s выражено в метрах, φ – в радианах, t – в секундах.

Считая груз материальной точкой и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить зависимость $v = f(t)$, т.е. скорость плиты как функцию времени.





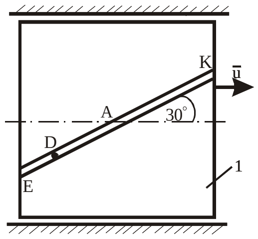
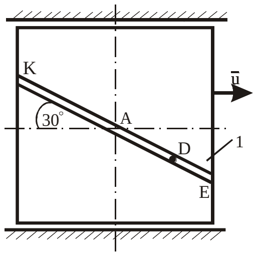
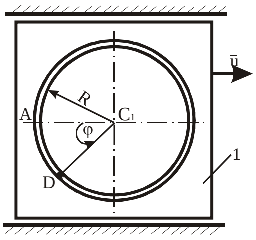


Рис. Д4.0

Рис. Д4.1

Рис. Д.4.2





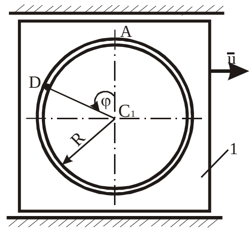
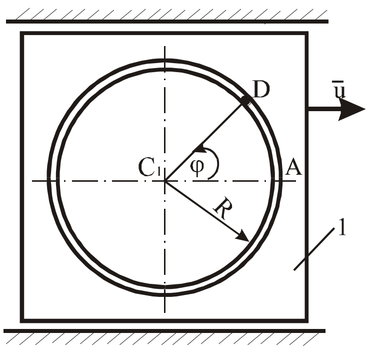


Рис. Д4.3

Рис. Д4.4

Рис. Д.4.5



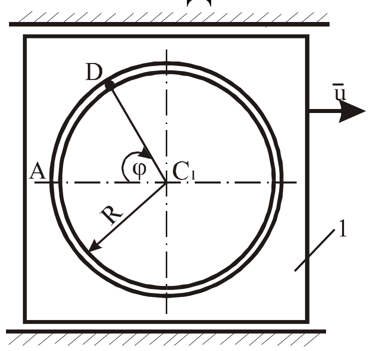
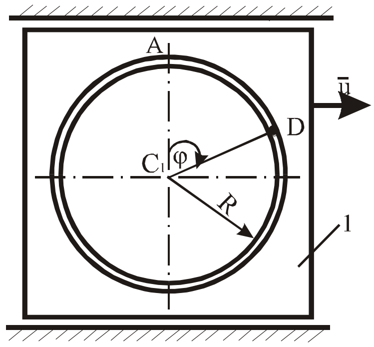


Рис. Д.4.6

Рис. Д4.7



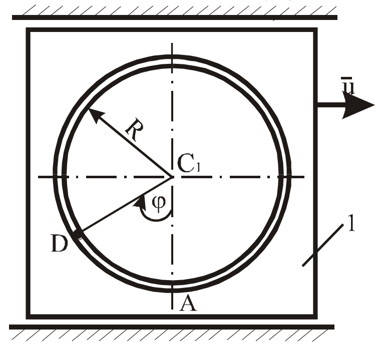


Рис. Д4.8

Рис. Д4.9

Таблица Д4

Номер условия	$s = f_1(t)$		$\varphi = f_2(t)$	
	рис. Д4.0, Д4.1	рис. Д4.2, Д4.3	рис. Д4.4 – Д4.6	рис. Д4.7 – Д4.9
0	0,8sin(π t^2)	0,4(3t^2-2)	π(3-2t^2)/3	π (2t^2-1)
1	1,2cos(π t/2)	0,6sin(π t^2/2)	π (1-3t^2)/4	π (1-4t^2)/3
2	0,6(2t^2-1)	0,8cos(π t)	π (t^2-3)/6	π (3+4t^2)/6
3	0,4sin(π t^2/3)	0,5sin(π t^2/6)	π (2-t^2)	π (t^2+1)/2
4	0,5cos(π t/6)	1,2cos(π t/3)	π (1+2t^2)/6	π (1-5t^2)/4
5	0,6sin(π t^2/4)	0,5(3-4t^2)	π (5t^2+1)/4	π (t^2-4)/3
6	0,8(2-3t^2)	0,8sin(π t^2/3)	π (t^2-2)/2	πt^2/4
7	0,6cos(π t/3)	0,4cos(π t/4)	π (3+t^2)/3	π (3t^2-1)/6
8	1,2sin(π t^2/6)	1,2sin(π t^2)	πt^2/2	π (t^2+3)/4
9	0,8cos(π t/4)	0,6cos(π t/6)	π(t^2+2)/6	π (2-t^2)/4

Указания. Задача 7 – на применение теоремы об изменении количества движения системы. При решении составить уравнение, выражающее теорему, в проекции на горизонтальную ось.

Динамика плоского движения твердого тела

Задача 8

Барабан радиуса R веса P имеет выточку (как у катушки) радиуса r =0,6R (рис. Д7.0 — Д7.9, табл. Д7). К концам намотанных на барабан нитей приложены постоянные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направления которых определяются углом β; кроме сил, на барабан действует пара с моментом M; когда в таблице M<0, направление момента противоположно показанному на рисунке. При движении, начинающемся из состояния покоя, барабан катится без скольжения по шероховатой наклонной плоскости с углом наклона α так, как показано на рисунках.

Пренебрегая сопротивлением качению, определить закон движения центра масс C барабана, т.е. $x_c = f(t)$, и наименьшее значение коэффициента трения f о плоскость, при котором возможно качение без скольжения. Барабан рассматривать как сплошной однородный цилиндр радиуса R.

Указания. Задача 8 — на применение дифференциальных уравнений плоскопараллельного движения твердого тела. При составлении уравнений следует во избежание ошибок в знаках направить координатную ось x в ту сторону, куда предполагается направленным движение центра C барабана, и считать тогда все моменты положительными, когда они направлены в сторону вращения барабана. Если фактически направление движения центра C другое, то в ответе получится $a_c<0$, но найденное значение $|a_c|$ будет верным. Силу трения, когда неясно, куда она направлена, можно направлять в любую сторону.

Определяя наименьшее значение коэффициента трения, при котором возможно качение без скольжения, учесть, что сила трения не может быть больше предельной, т.е. что $|F_{тр}| \le fN$, откуда $f \ge |F_{тр}|/N$. Следовательно, $f_{\min} \ge |F_{тр}|/N$. Очень существенно, что во все эти выражения входят модули сил (мы не пишем $|N|$, так как в данной задаче не может быть $N<0$). Если при расчетах получится $F_{тр}<0$, то это означает лишь, что фактически сила $\vec{F}_{тр}$ направлена в другую сторону; в остальном весь расчет будет верен.

Таблица Д7

Номер условия	α	β	F_1	F_2	M
	град.				
0	30	60	0	0,4P	0
1	30	30	0.2P	0	0
2	0	30	0	0,2P	0,1PR
3	30	-	0	0	0,4PR
4	30	90	0,1P	0	-0,2PR
5	0	60	0,3P	0,1P	0
6	30	0	0	0,3P	0,2PR
7	0	60	0,2P	0	0,3PR
8	30	90	0	0,2P	-0,4PR
9	30	60	0,1P	0	-0,3PR

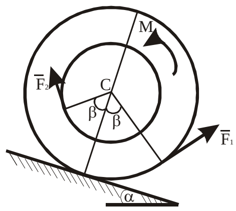


Рис. Д7.0

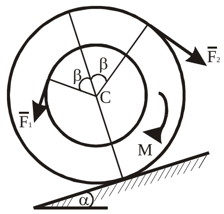


Рис. Д7.1

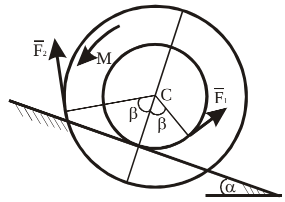


Рис. Д7.2

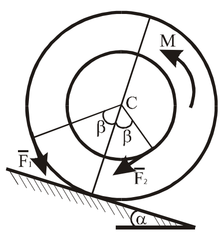


Рис. Д7.3

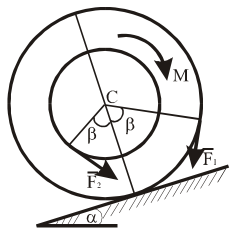


Рис. Д7.4

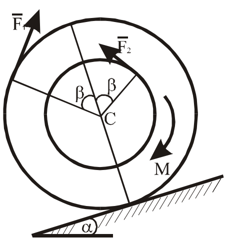


Рис. Д7.5

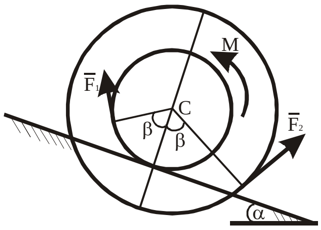


Рис. Д7.6

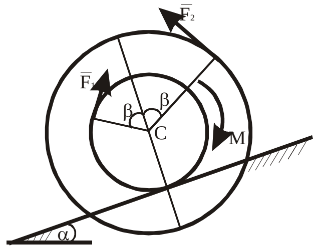


Рис. Д7.7

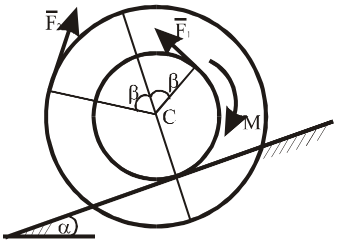


Рис. Д7.8

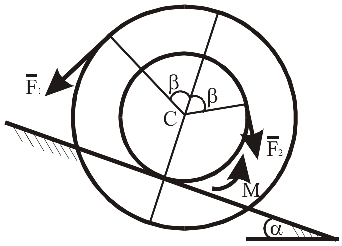


Рис. Д7.9