

Практическая работа № 2. Поперечный изгиб.

Основные расчетные проверочные формулы поперечно изогнутых элементов следующие:

$$\sigma = \frac{M}{W_{нт}} \leq R_{н}; \quad (8)$$

$$\tau = \frac{QS}{Jb} \leq R_{ск} \quad \text{или} \quad (9)$$

$$\frac{1,5Q}{hb} \leq R_{ск} - \text{для прямоугольного сечения};$$

$$\frac{M}{W_{бр}} \leq \varphi_{м} R_{н}, \quad (10)$$

$$\text{где } \varphi_{м} = 140 \frac{b^2}{lh} k_{ф}; \quad (11)$$

$$\frac{f}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right].$$

В написанных формулах приняты следующие обозначения:

- M – изгибающий момент в проверяемом сечении;
- Q – поперечная сила;
- J – момент инерции поперечного сечения;
- $W_{нт}$ – момент сопротивления нетто проверяемого сечения;
- S – статический момент сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси;
- h, b – размеры поперечного сечения;
- $k_{ф}$ – коэффициент, учитывающий форму элюры изгибающих моментов, принимается по [1, прил. 4, табл.2];
- $R_{н}, R_{ск}$ – расчетные сопротивления материала соответственно изгибу и скалыванию.

Задача 3.2.1. Проверить прочность и прогибы балки цельного прямоугольного сечения (рис.7). Исходные данные принять по табл.10

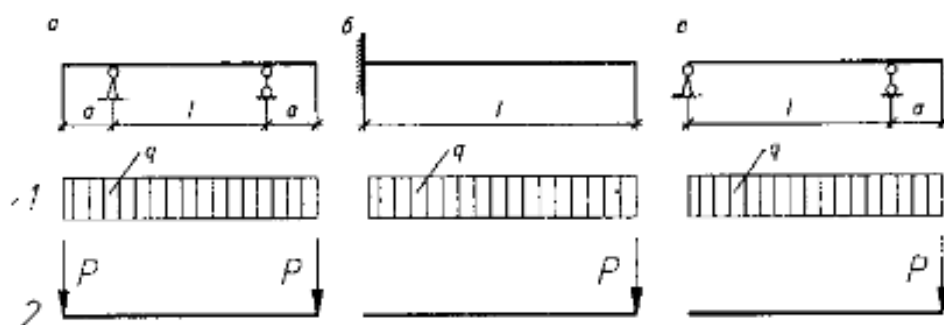


Рис.7. Схемы балок и нагрузок

Таблица 10

№ ва- ри- ан- та	Исходные данные										
	Схема балки	№ схемы нагру- жения	Нагрузка		l, мм	a, мм	h, мм	b, мм	Материал	Сорт древе- си- ны	Усло- вия эксплуа- тации
			p, кН	q, кН/м							
1	а	1	-	10,0	4000	1000	225	150	сосна	2	A1
2	б	1	-	1,0	5000	-	200	125	лиственница	1	A2
3	в	1	-	10,0	3000	800	200	175	пихта	2	A3
4	а	2	15,0	-	4000	1000	225	125	береза	1	B1
5	б	2	6,0	-	3000	-	250	150	кедр	2	B2
6	в	2	20,0	-	4500	800	200	150	ель	1	B3
7	а	1	-	15,0	5000	2000	250	175	сосна	1	B1
8	б	1	-	2,0	3000	-	175	150	лиственница	2	B2
9	в	1	-	8,0	4000	1200	225	125	пихта	1	B3
10	а	1	-	18,0	6000	2500	250	200	ясень	2	B2

Решение (вариант 1). Проверка прочности элемента производится по формулам (8), (9). Предварительно найдем величины, входящие в эти формулы:

$$M_{np} = \frac{q}{2} \left(\frac{l^2}{4} - a^2 \right) = \frac{10}{2} \left(\frac{4^2}{4} - 1^2 \right) = 15 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{оп} = \frac{qa^2}{2} = \frac{10 \cdot 1^2}{2} = 5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_{np} = \frac{ql}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20 \text{ кН}; \quad Q_{оп} = qa = 10 \cdot 1 = 10 \text{ кН};$$

$$W_{np} = \frac{bh^2}{6} = \frac{15 \cdot 22,5^2}{6} = 1265,625 \text{ см}^3 \text{ (ослаблений нет);}$$

$$S = \frac{bh^2}{8} = \frac{15 \cdot 22,5^2}{8} = 949,22 \text{ см}^3;$$

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{15 \cdot 22,5^3}{12} = 14238,281 \text{ см}^4;$$

$R_n = 14 \text{ МПа}$ по табл.6П приложения; $R_{ск} = 1,6 \text{ МПа}$ по табл.6П приложения.

Проверка прочности:

$$\sigma = \frac{M}{W_{np}} = \frac{15 \cdot 10^3}{1265,625} = 11,85 \text{ МПа} < R_n = 14 \text{ МПа};$$

$$\tau = \frac{QS}{Jb} = \frac{20 \cdot 10 \cdot 949,22}{14238,281 \cdot 15} = 0,89 \text{ МПа} < R_{ск} = 1,6 \text{ МПа}.$$

Прочность обеспечена.

Полный прогиб

$$f_0 = \frac{qa}{24EJ_{y_f}} (l^3 - 6a^2l - 3a^3) =$$

$$= \frac{10 \cdot 1 \cdot 10^5}{24 \cdot 10^5 \cdot 14238,281 \cdot 1,2} (4^3 - 6 \cdot 1^2 \cdot 4 - 3 \cdot 1^3) = 0,902 \text{ см};$$

$$f_{np} = \frac{ql^2}{48EJ_{y_f}} \left(\frac{5}{8}l^2 - 3a^2 \right) =$$

$$= \frac{10 \cdot 4^2 \cdot 10^5}{48 \cdot 10^5 \cdot 14238,281 \cdot 1,2} \left(\frac{5}{8}4^2 - 3 \cdot 1^2 \right) = 1,366 \text{ см.}$$

Проверка прогибов:

$$\frac{f}{l} = \frac{1,366}{400} = \frac{1}{293} < \left[\frac{1}{200} \right].$$

Прогиб балки не превышает предельного (табл.18П приложения), установленного СНиП II-25-80.

Задача 3.2.2. Из условия прочности подобрать размеры поперечного сечения балки. Исходные данные принять по табл.11 и рис.7. Сечения принимать согласно сортаменту пиломатериалов.

Таблица 11

№ вариан- та	Исходные данные								
	Схема балки	№ схемы нагру- жения	Нагрузка		l, мм	a, мм	Материал	Сорт древеси- ны	Условия эксплуата- ции
			p, кН	q, кН/м					
1	а	1	-	13,0	4500	1100	ясень	2	В1
2	б	1	-	1,6	4000	-	ель	1	В2
3	в	1	-	12,0	5000	2000	береза	2	В3
4	а	2	8,0	-	6000	1500	пихта	1	В1
5	б	2	4,0	-	5000	-	дуб	2	В2
6	в	2	14,0	-	6000	1200	кедр	1	В3
7	а	1	-	17,0	3500	900	клен	2	А1
8	б	1	-	1,2	5500	-	сосна	1	А2
9	в	1	-	16,0	3000	1000	вяз	2	А3
10	б	2	8,0	-	3000	-	лиственница	1	В1

Решение (вариант 1). Для решения задачи воспользуемся формулой (8). Найдем из нее требуемый момент сопротивления:

$$W_{\text{тр}} = \frac{M}{R_n m_n} = \frac{25,04 \cdot 10^4}{13 \cdot 1,3 \cdot 10} = 1481,66 \text{ см}^3,$$

т.е. $R_n = 13 \text{ МПа}$ (см. табл. 6П приложения);

$m_n = 1,3$ для ясеня (см. табл. 7П приложения);

$$M_{\text{пр}} = \frac{q}{2} \left(\frac{l^2}{4} - a^2 \right) = \frac{13}{2} \left(\frac{4,5^2}{4} - 1,1^2 \right) = 25,04 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{оп}} = \frac{qa^2}{2} = \frac{13 \cdot 1,1^2}{2} = 7,865 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Задаемся шириной сечения $b = 15 \text{ см}$. Тогда требуемая высота сечения

$$h_{\text{тр}} = \sqrt{6 \frac{W}{b}} = \sqrt{6 \cdot \frac{1481,66}{15}} = 24,34 \text{ см} \approx 25 \text{ см}.$$

Принимаем сечение $b \times h = 15 \times 25 \text{ см}$ (см. табл. 1П приложения).

Момент сопротивления принятого сечения

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{15 \cdot 25^2}{6} = 1562,5 \text{ см}^3.$$

Проверка прочности:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{25,04 \cdot 10^3}{1562,5} = 16,03 \text{ МПа} < R_n m_n = 13 \cdot 1,3 = 16,9 \text{ МПа};$$

$$\tau = \frac{QS}{Jb} = \frac{29,25 \cdot 10 \cdot 1171,875}{19531,25 \cdot 15} = 1,17 \text{ МПа} < R_{\text{ск}} m_n = 1,6 \cdot 1,6 = 2,56 \text{ МПа},$$

где Q – максимальная поперечная сила, определяемая по формулам:

$$Q_{\text{пр}} = \frac{ql}{2} = \frac{13 \cdot 4,5}{2} = 29,25 \text{ кН}; \quad Q_{\text{оп}} = qa = 13 \cdot 1,1 = 14,3 \text{ кН};$$

$$S = \frac{bh^2}{8} = \frac{15 \cdot 25^2}{8} = 1171,875 \text{ см}^3;$$

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{15 \cdot 25^3}{12} = 19531,25 \text{ см}^4;$$

$R_{\text{ск}} = 1,6 \text{ МПа}$ (см. табл. 6П приложения);

$m_n = 1,6$ для ясеня (см. табл. 7П приложения)

Прочность обеспечена.

СОЕДИНЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Практическая работа № 3. Контактные соединения (упоры, лобовые врубки)

Контактными называют такие соединения, в которых усилия от одного элемента к другому передаются через соответственно обработанные контактные поверхности. Дополнительно поставленные в таких соединениях механические связи несут обычно функции фиксации элементов или служат аварийными.

Наиболее распространенными контактными соединениями в деревянных конструкциях являются упоры и лобовые врубки. Упоры встречаются в соединениях стоек, в местах примыкания к горизонтальным ригелям, опирания прогонов, балок, ферм на стены и т.д.

В этих случаях расчет соединений сводится к проверке напряжений смятия по контактным поверхностям в деревянном элементе, в котором силы сжатия действуют перпендикулярно к волокнам. Проверка производится по формуле

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{N}{A_{\text{см}}} \leq R_{\text{см}90}, \quad (19)$$

где N – сила сжатия;

$A_{\text{см}}$ – площадь смятия (контакта);

$R_{\text{см}90}$ – расчетное сопротивление древесины смятию поперек волокон.

Если смятие происходит под углом α к волокнам древесины, то вместо $R_{\text{см}90}$ необходимо подставить $R_{\text{см}\alpha}$, величина которого определяется по формуле

$$R_{\text{см}\alpha} = \frac{R_{\text{см}}}{1 + \left(\frac{R_{\text{см}}}{R_{\text{см}90}} - 1 \right) \sin^3 \alpha}. \quad (20)$$

В тех случаях, когда смятие передается нижнему элементу поперек волокон лишь на части длины (при длине незагруженных участков не менее длины площадки смятия и толщины элементов), в формулу (19) вместо $R_{\text{см}90}$ подставляют величину $R_{\text{см}90}^m$, значение которой определяют по формуле

$$R_{\text{см}90}^m = R_{\text{см}90} \left(1 + \frac{8}{l_{\text{см}} + 1,2} \right). \quad (21)$$

Лобовой врубкой называют такое соединение, когда усилие от одного элемента к другому передается под углом по площади взаимного упора без иных рабочих связей. В таких соединениях хотя и ставятся дополнительные рабочие связи в виде болтов, хомутов или скоб, но они не учитываются в основной работе врубки и могут включаться в работу только в случае аварии или при выполнении монтажа.

Правильное решение лобовой врубки показано на рис.12.

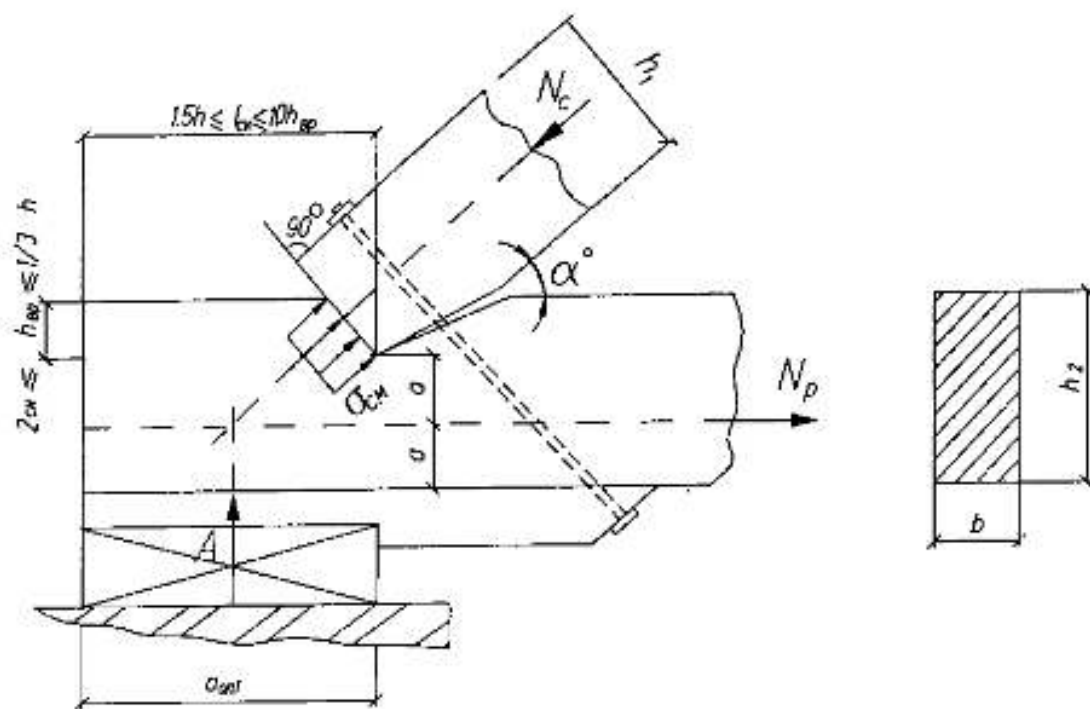


Рис.12. Лобовая врубка

К опасным видам работы лобовой врубки относятся скалывание, смятие и разрыв по ослабленному сечению. Проверка на смятие производится для нижнего элемента по площади контакта по формуле

$$\sigma_{см} = \frac{N_c}{A_{см}} \leq R_{сма}, \quad (22)$$

где $A_{см} = \frac{h_{вр} b}{\cos \alpha}$ - площадь смятия.

$R_{сма}$ определяется по формуле (20).

Проверка этого же элемента на скалывание производится по формуле

$$\tau_{\text{ск}} = \frac{N_p}{A_{\text{ск}}} \leq R_{\text{ск}}^{\text{ср}}, \quad (23)$$

где $A_{\text{ск}} = bl_{\text{ск}}$ – площадь скалывания;

$R_{\text{ск}}^{\text{ср}}$ – среднее по площади скалывания расчетное сопротивление древесины скалыванию, подсчитывается по формуле

$$R_{\text{ск}}^{\text{ср}} = \frac{R_{\text{ск}}}{1 + \beta \frac{l_{\text{ск}}}{e}}. \quad (24)$$

В формуле (24) коэффициент β принимается равным 0,25, как для одностороннего скалывания, а плечо сил скалывания e – половине высоты нижнего пояса.

Проверка прочности ослабленного сечения нижнего элемента производится по формуле

$$\sigma_p = \frac{N_p}{A_{\text{нт}}} \leq m_o R_p, \quad (25)$$

где $A_{\text{нт}} = A_{\text{бр}} - A_{\text{осл}} = bh - h_{\text{вп}}b$ – площадь ослабленного сечения;

$m_o = 0,8$ – коэффициент, учитывающий наличие ослаблений в растянутом элементе.

Задача 4.1.1. Рассчитать контактное соединение (проверить прочность), изображенное на рис.13 по данным табл.16.

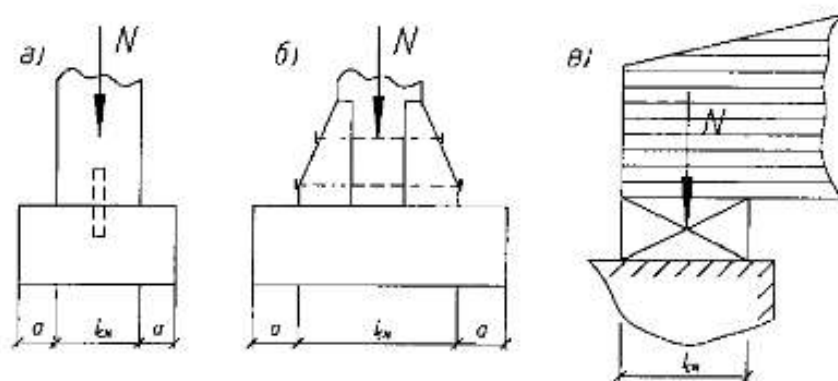


Рис.13. Схемы упоров

Таблица 16

№ варианта	Исходные данные						Условия эксплуатации
	Схема упора	N, кН	$l_{см}$, мм	a, мм	Ширина соединения, мм	Материал упорного элемента, сорт	
1	а	130	200	250	150	дуб, 2с	A1
2	б	100	400	100	125	сосна, 1с	A3
3	в	140	175	-	175	клен, 2с	B2
4	а	150	400	200	200	кедр, 1с	Г1
5	б	150	450	200	175	ясень, 2с	B1
6	в	180	200	-	150	лиственница, 2с	Б1
7	а	180	300	350	150	береза, 2с	A1
8	б	170	200	300	200	пихта, 1с	A2
9	в	200	250	-	200	ясень, 2с	B2
10	а	160	350	400	175	ель, 1с	B3

Решение (вариант 1). Проверку прочности соединения производим по формуле (19). Для этого найдем необходимые величины:

площадь смятия $A_{см} = l_{см}b = 20 \cdot 15 = 300 \text{ см}^2$;

расчетное сопротивление (сосна 2 сорт, табл.6П приложения)

$R_{см90} = 1,8 \text{ МПа}$;

коэффициент, учитывающий породу (дуб), $m_n = 2$;

коэффициент, учитывающий условия эксплуатации, $m_v = 1,0$.

Другие условия не оговорены, поэтому их не учитываем.

Поскольку $a = 250 \text{ мм} > l_{см} = 200 \text{ мм}$, то учитываем влияние незагруженных участков на величину $R_{см90}$. В этом случае расчетное сопротивление местному смятию подсчитываем по формуле (21), т.е.

$$\begin{aligned}
 R_{см90}^* &= m_n m_v R_{см90} \left(1 + \frac{8}{l_{см} + 1,2} \right) = \\
 &= 2 \cdot 1,0 \cdot 1,8 \left(1 + \frac{8}{20 + 1,2} \right) = 4,96 \text{ МПа}.
 \end{aligned}$$

Проверяем прочность соединения:

$$\sigma_{см} = \frac{N}{A_{см}} = \frac{1300 \cdot 10}{300} = 4,33 \text{ МПа} < R_{см90}^* = 4,96 \text{ МПа}.$$

Прочность обеспечена.

Задача 4.1.2. Рассчитать лобовую врубку, изображенную на рис.12, по исходным данным табл.17.

Таблица 17

№ вари- анта	Исходные данные							
	N_c , кН	α_0	b , мм	h , мм	$h_{вр}$, мм	$l_{ск}$, мм	Материал, сорт	Условия экс- плуатации
1	90	30	150	200	60	400	сосна, 1с	A1
2	80	35	125	225	70	450	дуб, 2с	A2
3	70	40	150	250	80	500	кедр, 1с	A3
4	60	45	150	275	90	600	клен, 2с	B1
5	100	40	175	250	75	600	лиственница, 1с	B2
6	90	35	150	225	60	550	ясень, 2с	B3
7	100	30	150	200	55	500	пихта, 1с	B1
8	70	25	175	200	65	400	береза, 2с	B2
9	90	45	175	275	80	550	вяз, 1с	B3
10	120	30	200	250	70	550	ель, 1с	A2

Задача 4.1.3. Для врубки, изображенной на рис.12, определить требуемый размер по данным табл.18, учитывая все основные требования к конструированию врубки. Материал брусьев – сосна второго сорта. Условия эксплуатации – нормальные.

Таблица 18

№ вари- анта	Исходные данные								
	N_c , кН	Сечение верхнего пояса		Сечение ниж- него пояса		α_0	$l_{ск}$, мм	$h_{вр}$, мм	Искомый размер
		b_1	h_1	b_2	h_2				
1	105	150	150	150		30	-	-	h_2
2	105	150	150	150	-	30		-	$l_{ск}$
3	105	150	150	150	-	30	-		$h_{вр}$
4	105	150	150	150	-	30	-	-	$a_{оп}$
5	$[N]_{нп}$	150		150	200	35		60	$l_{ск}$
6	$[N]_{вп}$	200	200	200		35	-	60	h_2
7	$[N]_{вп}$	200	200	200	-	35		60	$l_{ск}$
8	$[N]_{вп}$	200	200	200	-	35	-	60	$a_{оп}$
9	120	175	-	175	-	40	-		$h_{вр}$
10	120	175	-	175		40	-	-	h_2
11	120	175	-	175	-	40		-	$l_{ск}$
12	120	175	-	175	-	40	-	-	$a_{оп}$

Примечание. Под символами $[N]_{нп}$ и $[N]_{вп}$ принимать предельную несущую способность "н" – нижнего пояса или "в" – верхнего пояса.

Решение (вариант 1). Для сосны второго сорта при нормальных условиях эксплуатации согласно табл.6П приложения выписываем значения расчетных сопротивлений $R_c = 13$ МПа; $R_{pmo} = 7 \cdot 0,8 = 5,6$ МПа;

$R_{см90} = 3$ МПа; $R_{ск} = 2,1$ МПа; расчетное сопротивление древесины смятию под углом $\alpha = 30^\circ$ будет равно:

$$R_{см30} = \frac{13}{1 + \left(\frac{13}{3} - 1\right) \sin^3 \alpha} = 9,2 \text{ МПа.}$$

Для того чтобы определить требуемую высоту сечения нижнего растянутого бруса, необходимо найти глубину врубки. Требуемую площадь смятия определяем из формулы (5):

$$A_{см}^{тр} = \frac{N_c}{R_{см\alpha}} = \frac{105 \cdot 10^{-3}}{9,2} = 0,0114 \text{ м}^2 = 114 \text{ см}^2,$$

с другой стороны, $A_{см} = \frac{bh_{вр}}{\cos \alpha}$, откуда

$$h_{вр} = \frac{A_{см} \cos \alpha}{b} = \frac{114 \cos 30^\circ}{15} = 6,6 \text{ см.}$$

Из условия прочности нижнего растянутого элемента по ослабленному сечению (25) находим:

$$A_{нт}^{тр} = \frac{N_p}{R_p m_\alpha} = \frac{90,93 \cdot 10^{-3}}{5,6} = 0,0162 \text{ м}^2 = 162 \text{ см}^2,$$

где $N_p = N_c \cos \alpha = 105 \cos 30^\circ = 90,93$ кН – усилие в нижнем элементе.

По известной площади $A_{нт}^{тр}$ находим

$$h_2^{тр} = \frac{A_{нт}^{тр}}{b} + h_{вр} = \frac{162}{15} + 6,6 = 17,4 \text{ см.}$$

В соответствии с сортаментом пиломатериалов ближе к этому размеру брус высотой $h = 175$ мм. Однако принимаем $h = 200$ мм, учитывая требования правильного конструирования лобовых врубок, а именно, чтобы $h_{вр} \leq (1/3)h$. Окончательно принимаем для нижнего пояса брус сечением 150×200 мм (для него $h_{вр} = 6,6 \text{ см} < (1/3)h = 6,666 \text{ см}$).

Практическая работа № 4. Соединения на нагелях.

Нагелями называются гибкие стержни, пластинки или иные вкладыши, препятствующие взаимному сдвигу соединяемых элементов и работающие в основном на изгиб. Нагельные соединения являются безраспорными, что обеспечивается защемлением нагеля в нагельном гнезде.