

УДК 621.311:638.26(07)  
Л27

Математические задачи электроэнергетики: Методические указания для студентов специальности 100400 «Электроснабжение» / Сост. Латушкина Л.Л. КГТУ, 2004. - 16 с.

Печатается по решению редакционно-издательского  
совета университета

© КГТУ, 2004

Редактор Н.Ф. Смирнова

Подп. в печать 27.09.04 Формат 60x84/16 Бумага тип. №1.  
Усл. печ. л. 1,0. Уч.- изд. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ 710. С. 357

Отпечатано в ХТИ филиале КГТУ  
655017, Абакан, ул. Щетинкина, 27

## Общие сведения

Цель настоящих методических указаний является разработка и внедрение в учебный процесс вариантов задач для выполнения расчетно-графического задания по курсу «Математические задачи энергетики», отражающих основные разделы программы курса по специальности 100400 (Электроснабжение).

Основные теоретические сведения и методики расчетов приведены в ранее изданных методических разработках («Применение методов оптимизации для решения задач электроснабжения», «Теория вероятностей в задачах электроснабжения»).

Варианты задач выдаются преподавателем.

## 1. ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ УСТАНОВИВШЕХСЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### Задача 1

Электрическая сеть, упрощенная схема замещения которой приведена на рисунке 1, имеет параметры  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5$ , Ом,  $U_1, U_2$ , кВ.

Требуется составить систему уравнений контурных токов  $I_1, I_2, I_3$ , и решить ее методами (табл.1,2):

- 1) Зейделя;
- 2) Методом простых итераций;
- 3) Гаусса;
- 4) Методом обратной матрицы.
- 5) Гаусса - Жордана

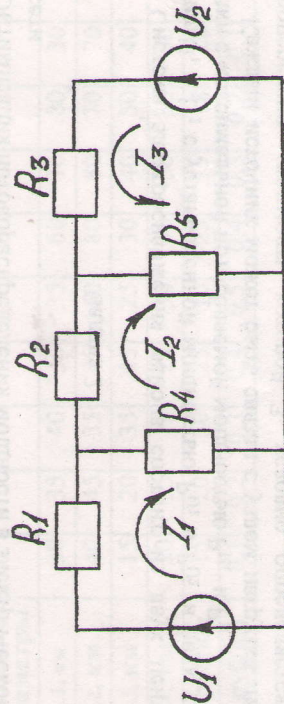


Рис.1. Схема



Таблица. 1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Параметры										
R1, Ом	30	30	10	20	20	15	15	15	10	10
R2, Ом	15	10	15	15	10	20	10	20	20	20
R3, Ом	10	15	30	10	15	10	20	10	10	15

Таблица. 2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Параметры										
R4, Ом	800	1200	900	110	1000	700	1000	900	700	400
R5, Ом	1200	900	1100	800	1000	900	900	800	500	200
U1, кВ	110	110	120	120	110	115	110	110	120	115
U2, кВ	120	115	115	120	110	115	120	110	110	110

Нулевые приближения выбрать самостоятельно. Точность расчетов для итерационных методов принять  $\varepsilon = 0,1A$ .

## 2. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

### 2.1. Линейное программирование

#### 2.1.1 Оптимизация потокораспределения мощности в электрической сети

##### Задача 2

Система электроснабжения района состоит из двух центров питания  $U_1$  и  $U_2$  с установленной мощностью  $P_{U1}$  и  $P_{U2}$  и двух узлов нагрузки с максимальной потребляемой мощностью  $P_{H1}$  и  $P_{H2}$ .

Каждый источник может быть связан с узлом нагрузки линиями электропередачи, стоимость которой  $Z_i$  условно определяется по пропускной способности  $X_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) зависимостью

$$Z_i = (a_i + b_i \cdot x_i) \cdot l_i$$

где  $l_i$  — длина линии  $a_i, b_i$  — коэффициенты, зависящие от конструкции линий и условий трассы.

Схема системы приведена на рис.2, исходные данные приведены в табл.3, табл. 4.

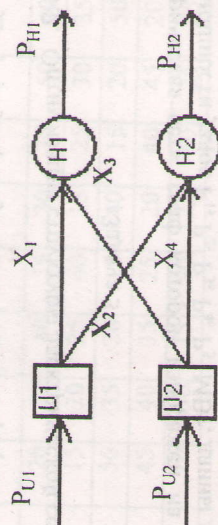


Рис.2. Схема электроснабжения

Таблица. 3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Параметры										
P <sub>U1</sub> , МВт	50	60	60	50	40	300	210	350	330	300
P <sub>U2</sub> , МВт	50	40	60	40	50	300	150	150	170	300
P <sub>H1</sub> , МВт	40	50	60	45	55	200	130	160	170	230
P <sub>H2</sub> , МВт	55	45	55	40	30	130	200	310	220	170

Таблица. 4

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Параметры										
L1, км	30	35	40	30	35	60	70	80	30	40
L2, км	40	45	35	45	40	80	80	70	70	70
L3, км	15	20	35	15	25	30	40	50	40	30
L4, км	20	35	15	25	30	40	50	30	30	35
a <sub>i</sub> , т.руб/км	15	20	30	25	10	25	15	18	20	30
b <sub>i</sub> , т.руб/км	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,3



Для заданного варианта принять  $C_i, B_i$  по таблице 3. Выполнить линии с такой пропускной способностью  $X_i$ , что бы суммарные затраты на сооружение сети  $z = \sum_{i=1}^n z_i$  оказались минимальными.

Используя метод линейного программирования, составить математическую формулировку задачи и дать ее графическое решение.

### 2.1.2. Оптимизация структуры электрической сети

#### Задача 3

Электрическая сеть, граф которой изображен на рис.3 имеет параметры: мощности узлов  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  МВт, длины дуг графа  $L$  в км.

Линеаризованные дисконтные затраты на сооружение сети в тыс.руб/км могут быть вычислены по формулам:

1.  $z_s = 1.15 + 0.008P_s$ , если  $P_s \neq 0$ ,  
 $z_s = 0$  если  $P_s = 0$ ;
2.  $z_s = 1.01 + 0.01P_s$ , если  $P_s \neq 0$ ,  
 $z_s = 0$  если  $P_s = 0$ ;
3.  $z_s = 1.4 + 0.004P_s$ , если  $P_s \neq 0$ ,  
 $z_s = 0$  если  $P_s = 0$ ;
4.  $z_s = 1.2 + 0.006P_s$ , если  $P_s \neq 0$ ,  
 $z_s = 0$  если  $P_s = 0$ ;

Используя метод обратной матрицы Канторовича, определить оптимальный граф сети и соответствующие каждой итерации дисконтные затраты. Исходные данные приведены в таблице 5 и 6.

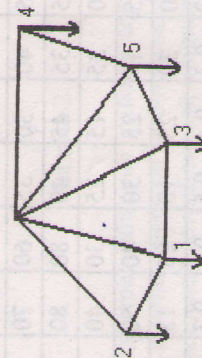


Рис.3. Граф сети

Таблица. 5

Вариант Р, МВт	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
P1	20	25	40	35	30	35	50	40	25	25
P2	15	20	25	40	15	25	30	35	15	15
P3	50	35	20	15	40	15	20	50	40	40
P4	45	40	35	25	20	40	45	20	35	35
P5	10	50	15	50	25	30	25	25	20	20

Таблица. 6

Вариант Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
L01, км	20	17	32	18	29	10	7	12	6	30
L02, км	25	30	32	22	20	12	15	12	4	15
L03, км	17	25	27	30	15	9	10	8	10	27
L04, км	26	20	24	25	13	6	12	15	13	35
L05, км	30	50	28	15	27	15	12	20	18	20
L12, км	32	45	35	35	32	8	18	22	21	18
L13, км	20	25	18	17	40	5	23	30	15	14
L35, км	35	15	40	27	22	20	30	28	25	10
L45, км	40	30	33	38	17	25	18	10	15	33

## 2.2. Нелинейное программирование

### 2.2.1. симметрирование режима электрической сети

#### Задача 4

Для квадратной модели симметрирования режима электрической сети, заданной в виде целевой функции тока обратной последовательности от неизвестных значений токов, протекающих по ветвям симметрирующего устройства. Подключенного к трехфазной сети.

$$I_{II}(x) = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 - x_1x_2 - x_1x_3 - x_2x_3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \min$$



При ограничениях режима  $g(x)=C_x, -D \geq 0, x \geq 0$ .  
Рассчитать методом проекции градиента параметры симметрирующего устройства с целью последующего выбора мощности конденсаторных батарей.

В качестве исходных данных принимаются:

- 1. Свободные члены  $\alpha$  и коэффициенты  $b_1, b_2, b_3$ , в целевой функции оптимизации, вектор  $D$  в функции ограничений целевого условия в таблице 7;
  - 2. Начальный план  $X^0$  таблицы 8.
- Матрицу условий  $S$  в функции ограничений принять для всех вариантов неизменной и равной:

$$C = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

Таблица. 7

Варианты Параметры	1	2	3	4	5	6	7
$\alpha$	32400	30000	25000	24300	43200	35400	24500
$b_1$	-76	-70	-50	-72	-67	70	76
$b_2$	343	250	200	256	-240	-300	-343
$b_3$	-270	-150	-156	-165	206	156	270
$D_1$	-165	-180	-170	-40	-15	-27	-84
$D_2$	-84	-60	-70	-20	-67	-72	-197
$D_3$	-179	-1740	-150	-50	-86	-48	-156

Таблица. 8

Начальный опорный план	1	2	3	4	5
$X^0$	$ 0;0;165 $	$ 0;50;100 $	$ 100;20;0 $	$ 70;10;50 $	$ 80;15;40 $
$X^0$	$ 150;40;30 $	$ 130;0;60 $	$ 90;45;65 $	$ 120;90;0 $	$ 35;80;150 $

### 3. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

#### 3.1. Интегральные характеристики режимов электрических сетей

##### Задача 5

Три здания в микрорайоне получают электроэнергию по кабельной линии 380В, выполненной по кольцевой схеме (рис. 4). Сечения кабельной линии на всех участках одинаковы. Случайные величины токовых нагрузок характеризуются числовыми характеристиками  $I_i; \sigma_{ij}$  (нормальный закон распределения).

Взаимосвязь между режимами их потребления характеризуется коэффициентом корреляции  $||\tau_{ij}||$ .

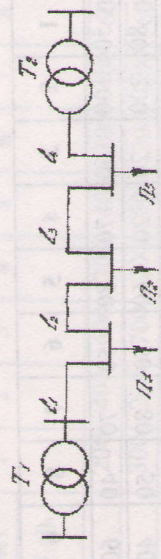


Рис.4.Схема электроснабжения микрорайона

Требуется определить математические ожидания, среднеквадратические и расчетные значения нагрузок на головных участках кольцевой сети вероятность превышения которых  $\gamma=0,00135$ . Исходные данные заданы в таблице 9 и 10.

$$||\tau|| = \begin{vmatrix} 1 & 0.65 & 0.7 \\ & 1 & 0.3 \\ & & 1 \end{vmatrix}$$



Таблица. 9

Вариант Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$I_1, A$	30	45	70	40	60	40	40	50	80	55
$I_2, A$	50	60	80	60	10	30	30	55	70	65
$I_3, A$	20	30	10	20	50	60	10	35	15	15
$\sigma_1, A$	10	10	20	10	20	15	15	20	15	15
$\sigma_2, A$	20	25	8	30	5	10	25	15	10	25
$\sigma_3, A$	8	10	5	8	10	30	10	10	5	10

Таблица. 10

Вариант Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$L_1, км$	50	100	60	70	80	50	70	40	60	100
$L_2, км$	80	200	20	20	60	50	80	50	40	80
$L_3, км$	100	80	35	40	50	60	90	60	50	50
$L_4, км$	40	20	45	30	10	60	100	50	30	60

## Задача 6

По линии городской распределительной сети с номинальным напряжением 10 кВ получают электроэнергию восемь одно-трансформаторных подстанций 10/0,4 кВ, от которых снабжаются электроэнергией коммунально-бытовые потребители (рис.5).

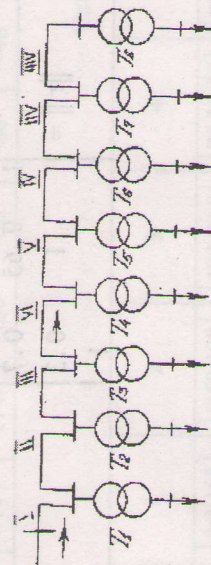


Рис.5. Схема городской распределительной сети

В течение периода зимнего максимума нагрузки трансформаторов моделируются системой независимых случайных величин и числовыми характеристиками  $M_{(pi)}$ ,  $\sigma_{(pi)}$ .

Взаимосвязь между режимами электропотребления характеризуется коэффициентами корреляции  $\tau_{ij} = \tau$ .

Считая законы распределения нагрузок на всех участках нормальными, определить расчетные значения их на  $i$ -ом и  $j$ -ом участках, вероятность превышения которых  $\gamma$ , а также соответствующие коэффициенты одновременности.

Исходные данные взять из таблицы 11 и 12.

Таблица. 11

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$M_{(pi)}, \sigma_{(pi)}, \text{ кВт}$										
$M_{p1}$	200	400	600	700	400	100	400	600	700	300
$M_{p2}$	300	200	700	200	500	200	200	600	200	400
$M_{p3}$	250	300	300	500	160	200	350	200	400	150
$M_{p4}$	400	280	400	300	550	250	300	300	350	500
$M_{p5}$	350	340	500	400	470	300	320	400	450	450
$M_{p6}$	220	250	450	200	230	350	260	450	180	240
$M_{p7}$	340	220	150	220	450	400	210	100	200	430
$M_{p8}$	280	350	250	350	370	250	340	250	300	360
$\sigma_{p1}$	50	100	200	100	100	60	180	180	120	110
$\sigma_{p2}$	100	50	150	50	150	100	50	140	60	140
$\sigma_{p3}$	80	100	100	100	20	70	90	90	90	10
$\sigma_{p4}$	100	80	150	100	200	90	70	140	90	180
$\sigma_{p5}$	100	150	150	150	150	90	140	140	140	160
$\sigma_{p6}$	80	100	100	90	100	70	90	90	80	90
$\sigma_{p7}$	100	80	80	80	90	90	70	70	90	80
$\sigma_{p8}$	100	90	90	50	50	90	80	80	60	40



Таблица 12

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Параметры										
$\tau$	0,6	0,5	0,5	0,4	0,3	0,7	0,5	0,5	0,6	0,7
$\gamma \cdot 10^{-5}$	135	100	20	190	500	300	200	350	300	130
i	1	2	3	4	2	1	4	1	3	2
j	5	6	7	8	7	4	7	6	8	5

Задача 7

Решить задачу 6 при условии независимости между режимами электропотребителями отдельных подстанций. Сделать общий вывод по задачам 6 и 7.

Исходные данные взять из таблицы 11 и 12.

### 3.2. Надежность электрических сетей

Задача 8

Система передачи электроэнергии потребителю состоит из следующих элементов: повышающего трансформатора  $T_1$ , линии электропередач  $L_1$  длиной  $L$  км, понижающего трансформатора  $T_2$  (рис. 6).

Параметры потока отказов элементов и средние времена восстановления питания заданы в таблице 13.

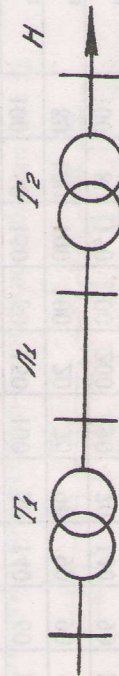


Рис. 6. Последовательная схема сети

Параметры потока преднамеренных отключений и средние времена преднамеренных отключений элементов заданы в таблице 14.

Определить параметры потока отказов системы, среднюю вероятность отказа, среднее время восстановления с учетом и без учета преднамеренных отключений. Сделать вывод.

Таблица 13

Варианты	Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
		$\lambda_i$	0,02	0,016	0,01	0,012	0,035	0,04	0,05	0,05	0,025
T1	$T_n$	520	50	40	70	60	40	50	60	70	80
	$\lambda_i$	0,12	0,16	0,20	0,05	0,10	0,15	0,25	0,05	0,16	0,14
Л	$T_n$	10	8	20	12	15	5	10	15	20	14
	$\lambda_i$	0,025	0,075	0,025	0,053	0,075	0,02	0,01	0,012	0,050	0,075
T2	$T_n$	300	95	60	45	95	250	80	65	40	80

Для линий данные в расчете на 100 км,  $\lambda_i$  в 1/год;  $T_n$  в часах.

Таблица 14

Варианты	Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
		$\omega_i$	0,25	0,26	0,75	1	0,27	0,28	0,7	0,6	0,9
T1	$T_n$	6	6	28	30	30	5	7	8	10	12
	$\omega_i$	0,17	9,1	0,8	2,5	1,6	0,18	9,2	0,7	2,7	1,8
Л	$T_n$	8	16	15	16	15,5	7	15	16	17	15,5
	$\omega_i$	0,25	0,75	1	0,25	0,75	0,26	0,28	0,39	0,6	0,35
T2	$T_n$	6	26	30	28	26	7	24	28	26	24
	L км	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150

Для линий данные в расчете на 100 км,  $\omega_i$  в 1/год;  $T_n$  в часах.

Задача 9

Потребитель получает электроэнергию по двум независимым цепям ЛЭП  $L_1$  и  $L_2$ , отказы которых независимы (рис. 7). Каждая линия может пропускать всю необходимую мощность потребителю, параметры потока отказов линий и их средние времена восстановления заданы в таблице 15.



Параметры потока и средние времена преднамеренных отключений и длины линий заданы в таблице 16. Определить параметр потока отказов системы, среднюю вероятность отказа, среднее время восстановления с учетом и без учета преднамеренных отключений. Сравнить результаты и сделать вывод.

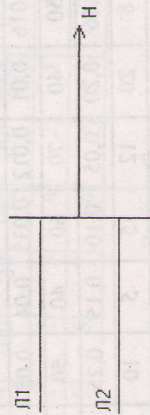


Рис.7.Параллельная схема сети

Таблица. 15

Варианты Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$
Л1	0,03	0,1	0,05	0,1	0,1	0,04	0,2	0,04	0,3	0,1
Л2	0,04	0,1	0,16	0	0	0,02	0,1	0,18	0,1	0,1
	8	10	8	15	7,6	6	10	6	12	7

Для линий данные в расчете на 100км.

Таблица. 16

Варианты Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	$\omega_{i, 1/год}$	$T_{п, ч}$	$\omega_{i, 1/год}$	$T_{п, ч}$	$\omega_{i, 1/год}$	$T_{п, ч}$	$\omega_{i, 1/год}$	$T_{п, ч}$	$\omega_{i, 1/год}$	$T_{п, ч}$
Л1	0,3	0,5	0,3	0,5	0,4	0,3	0,5	0,3	0,5	0,4
Л2	0,3	0,15	0,15	0,3	0,5	0,5	0,15	0,3	0,45	0,5
	14,1	13	13	14,1	24	20	13	14	20	18
Л1, км	60	50	70	40	60	110	70	90	60	80
Л2, км	60	70	55	80	80	90	80	70	50	70

# Задача 10

Завод получает электроэнергию от двух источников питания: ГРЭС и районной подстанции (рис. 8).

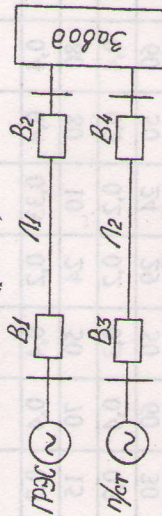


Рис.8

Каждая цепь может пропускать всю необходимую заводу мощность.

Параметры потока отказов элементов и средние времена их восстановления заданы в таблице 17.

Параметры потока отказов и время преднамеренных отключений заданы в таблице 18.

Определить параметр потока отказа системы, среднюю вероятность отказа и среднее время восстановления с учетом преднамеренных отключений.

Таблица.17

Варианты Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$	$\lambda_{i, 1/год}$	$T_{в, ч}$
В1	0,099	0,09	0,01	0,05	0,04	0,08	0,07	0,04	0,06	0,05
В2	0,048	0,01	0,016	0,022	0,02	0,028	0,03	0,03	0,03	0,04
В3	0,137	0,02	0,055	0,02	0,15	0,02	0,03	0,05	0,01	0,04
В4	0,137	0,06	0,009	0,06	0,25	0,035	0,05	0,04	0,01	0,03
Л1	0,84	0,81	0,89	0,63	0,34	0,9	0,75	0,65	0,25	0,38
Л2	0,57	0,53	1,16	0,72	0,43	0,65	0,60	1,2	0,85	0,35
Л1, км	30	8,4	8,8	10	14,3	35	9	10	15	20
Л2, км	30	11	6,9	2,5	11,2	36	16	8	5	20
	80	90	70	50	40	80	60	50	60	75
	30	40	60	80	60	60	90	70	80	50



Таблица 18

Варианты Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$	$\omega_1, 1/\text{год}$ $T_{п, ч}$
B1	0,4	0,4	0,4	0,33	0,2	0,4	0,4	0,3	0,2	0,4
B3	60	80	80	10	24	50	70	15	20	60
B2	0,3	0,4	0,3	0,2	0,2	0,3	0,4	0,3	0,2	0,1
B4	50	60	50	24	29	50	60	30	24	35
Л1	$\omega_1, 1/\text{год}$	0,3	0,4	0,3	0,17	2,8	0,3	0,3	0,4	0,17
	$T_{п, ч}$	50	13	9	8	17	40	12	10	6
Л2	$\omega_1, 1/\text{год}$	0,3	0,14	0,8	2,1	3,3	0,3	0,14	0,8	2
	$T_{п, ч}$	20	19	15	16	17,4	16	15	14	18
										17,1

## Литература

1. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики / Под ред. В. А. Веникова. - М.: Высшая школа, 1981.
2. Электрические системы. Кибернетика электрических систем / Под ред. В. А. Веникова. - М.: Высшая школа, 1974.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1971.
4. Модели оптимизации развития электросистем / Под ред. Д. А. Арзамасцева. - М.: Высшая школа, 1987.
5. Надежность систем электроснабжения / Зорин В. В., Тисненко В. В., Кленнел Ф., Адлер Г. - Киев: Вища школа, 1984.
6. Применение метода оптимизации для решения задач электроснабжения: Методические указания для студентов заочного факультета специальности 100400-«Электроснабжение» / Сост. Л. Ф. Поддубных; КрПИ.- Красноярск, 1991.
7. Теория вероятностей в задачах электроснабжения: Методические указания для студентов специальности 1004 - «Электроснабжение» / Сост. Л.Ф. Поддубных; КрПИ.- Красноярск, 1991.
8. Математические задачи электроэнергетики: Методические указания для практических занятий по курсу «Математические задачи электроэнергетики» для студентов специальности 100400 - «Электроснабжение» / Сост. Латушкина Л.Л. КГТУ, 2002, 32 с.

## Содержание

1. Итерационные методы расчетов установившихся режимов эл. сетей 3
2. Методы оптимизации.....4
3. Теория вероятностей в задачах электроснабжения .....9