

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ХАКАССКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
ФИЛИАЛ ФГАОУ ВПО «СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ
ПРОГРАММЫ АВТОТРАНСПОРТНЫХ ПРЕДПРИ-
ЯТИЙ**

Методические указания

Абакан
2011

УДК 623.437.46
О 53

Рецензент

А. Н. Борисенко, канд. техн. наук, доц. кафедры «Автомобили и автомобильное хозяйство» ХТИ – Филиала СФУ.

О 53 Оценка параметров производственной программы автотранспортных предприятий / сост. А. В. Олейников, В. А. Васильев. – Абакан: Сиб. федер. ун-т; ХТИ – филиал СФУ, 2011. – 58 с.

В методических указаниях представлены практические работы по дисциплине «Теория массового обслуживания». Приведены методика оценки параметров функционирования станций технического обслуживания автомобилей и автотранспортных предприятий с использованием теории массового обслуживания и методика оптимизации номенклатуры запасных частей, входящих в состав материальных запасов автотранспортных предприятий.

Предназначены для практических занятий студентов специальности 190601.65 «Автомобили и автомобильное хозяйство» и направлению подготовки 190500.62 «Эксплуатация транспортных средств» всех форм обучения.

УДК 378.147.88

Печатается по решению
Редакционно-издательского совета ХТИ – филиала СФУ

© ХТИ – филиал СФУ, 2011

Печатается в авторской редакции
Корректор Н.А. Решетникова

Подп. в печать _____ 2011 г. Формат бумаги 60х84/16. Бумага тип. №1.
Усл. печ.л. 3,7. Уч.-изд. л. 3,9. Тираж 100 экз. Заказ _____. С 25

Редакционно-издательский отдел Хакасского технического института – филиала ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет»
655017, Абакан, ул. Щетинкина, 27

Отпечатано в полиграфической лаборатории ХТИ – филиал СФУ
655017, Абакан, ул. Щетинкина, 27

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Практическая работа № 1	
Расчет многоканальной разомкнутой системы массового обслужи- вания с универсальными постами.....	5
Практическая работа № 2	
Расчет многоканальной СМО со специализированными постами...	28
Практическая работа № 3	
Расчет многоканальной СМО закрытых ремонтных предприятий (закрытой СМО).....	30
Практическая работа № 4	
Оптимизация номенклатуры запасных частей.....	44
Заключение.....	57
Библиографический список.....	58

ВВЕДЕНИЕ

Принципиальная новизна логистического подхода к управлению автотранспортными и авторемонтными предприятиями состоит в том, что оно рассматривается как внутрипроизводственная логистическая система на микро- и макроуровне. На микроуровне предприятия выступают в качестве элементов макрологистических систем. Они обеспечивают ритм работы этих систем, являются источниками материальных услуг – транспортных и обслуживающих услуг. На микроуровне автотранспортные и авторемонтные предприятия как внутрипроизводственные логистические системы представляют собой ряд подсистем, находящиеся в отношениях и связях друг с другом, образующих определенную целостность. Эти подсистемы обеспечивают вхождение материального потока в систему, прохождение внутри нее и выход из системы в виде транспортных услуг. В соответствии с концепцией логистики построение внутрипроизводственных логистических систем должно обеспечивать возможность постоянного согласования и взаимной корректировки планов и действий снабженческих, производственных и сбытовых звеньев внутри предприятия.

Логистический подход к управлению автотранспортными и авторемонтными предприятиями требует новых методов и моделей для разработки и принятия управленческих решений. В этой связи данные методические указания нацелены на оказание методической помощи в освоении новых методов расчета производственных программ, позволяющим перейти от экстенсивных к интенсивным методам хозяйствования.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Расчет многоканальной разомкнутой системы массового обслуживания с универсальными постами

Цель:

- научиться определять технические параметры и характеристики разомкнутых СМО с универсальными постами;
- научиться определять экономические характеристики разомкнутых СМО с универсальными постами;
- научиться определять оптимальную численность универсальных рабочих постов (каналов обслуживания).

Теоретические сведения

Система массового обслуживания (СМО) – это любая система, предназначенная для обслуживания поступающих в нее заявок.

Заявки, поступающие на обслуживание в СМО, образуют поток заявок. Элементы СМО, обслуживающие заявки, называются *каналами обслуживания*.

В большинстве случаев интервалы времени между моментами поступления заявок и времена обслуживания заявок в СМО представляют собой случайные величины. Другими словами, в большинстве случаев заранее точно неизвестно, когда поступит очередная заявка и сколько времени займет ее обслуживание. Поэтому теория систем массового обслуживания основана на математическом аппарате теории вероятностей и математической статистики.

Поток автомашин, прибывающих в зону ТО и ТР или на СТО, представляет собой простейший или пуассоновский поток событий, который обладает следующими тремя свойствами: стационарностью, ординарностью и отсутствием последействия.

Стационарным потоком требований называется такой поток, у которого вероятность поступления заявки (автомобиля на ТО и ТР) зависит только от значения рассматриваемого текущего пробега, а не от значения этого пробега в общем пробеге автомобиля с начала эксплуатации.

Ординарным потоком называется поток требований, когда в любой момент времени практически невозможно одновременное появление двух или большего числа требований.

Отсутствие последствия – это независимость в данный момент поступлений требований от того, когда и сколько требований поступило до этого момента.

Технические параметры и характеристики СМО

Под *параметрами* СМО будем понимать величины, описывающие поток заявок СМО и каналы обслуживания.

Основным параметром потока заявок является его *интенсивность* (λ) – среднее количество заявок, поступающих в СМО в единицу времени.

Основные параметры каналов обслуживания – *количество каналов* (n), *среднее время обслуживания* заявки в канале ($M_{t_{\text{обсл}}}$). В расчетах вместо величины $M_{t_{\text{обсл}}}$ часто используется интенсивность обслуживания заявок (μ):

$$\mu = \frac{1}{M_{t_{\text{обсл}}}}.$$

Интенсивность обслуживания представляет собой среднее количество заявок, которое может быть обслужено одним каналом СМО в единицу времени.

Параметром СМО с ограничением на количество заявок в очереди является также максимальное (предельно допустимое) количество заявок в очереди (m).

Под *характеристиками* СМО будем понимать величины, по которым можно оценивать эффективность работы СМО и выбирать лучший из нескольких вариантов СМО. При расчете характеристик СМО используется приведенная плотность процесса, называемая загрузкой системы:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu}.$$

Величина α представляет собой отношение интенсивности потока заявок к интенсивности обслуживания одним каналом. Для СМО с ограничениями на очередь и без очереди возможны любые значения α , так как в таких СМО часть заявок получает отказ, т.е. не допускается в СМО.

В качестве характеристик СМО обычно используются следующие величины:

P_0 – вероятность простоя СМО:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{k=n} \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^n}{n!} \cdot \sum_{s=1}^{S=m} \left(\frac{\alpha}{n} \right)^s},$$

где k – число занятых каналов; S – число занятых мест ожидания.

Эта величина показывает, какую часть от общего времени работы СМО все ее каналы свободны, т.е. простаивают из-за отсутствия заявок;

P_k – вероятность того, что в системе будет занято k каналов:

$$P_k = \frac{\alpha}{k} \cdot P_{k-1};$$

$P_{\text{отк}}$ – вероятность отказа численно равна вероятности возникновения очереди (т. е. заняты и каналы обслуживания и места ожидания):

$$P_{\text{отк}} = \frac{\alpha^{m+n}}{n^m \cdot n!} \cdot P_0.$$

Эта величина показывает, какая доля всех поступающих заявок не обслуживается системой из-за занятости ее каналов или большого количества заявок в очереди. Для СМО без ограничений на очередь $P_{\text{отк}} = 0$;

$P_{\text{отн}}$ – вероятность обслуживания или относительная пропускная способность СМО:

$$P_{\text{отн}} = 1 - P_{\text{отк}}.$$

Эта величина показывает, какая доля всех поступающих заявок обслуживается системой. Очевидно, что $P_{\text{отн}} = 1 - P_{\text{отк}}$. Для СМО без отказов $P_{\text{отн}} = 1$;

$Q_{\text{абс}}$ – абсолютная пропускная способность (среднее количество заявок, обслуживаемых в единицу времени):

$$Q_{\text{абс}} = \lambda \cdot P_{\text{отн}};$$

$Q_{\text{макс}}$ – максимально возможная пропускная способность СМО

$$Q_{\text{макс}} = \mu \cdot n;$$

$M[S]$ – среднее число заявок в очереди (средняя длина очереди):

$$M[S] = \sum_{S=1}^m S \cdot P_{n+S} = \frac{\alpha^{n+1}}{n! \cdot n} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\alpha}{n}\right)^m \cdot \left(m + 1 - \frac{m \cdot \alpha}{n}\right)}{\left(1 - \frac{\alpha}{n}\right)^2} \cdot P_0;$$

$M[K]$ – среднее число заявок на обслуживании (в каналах), или среднее число занятых каналов:

$$M[K] = \frac{\alpha}{m} \cdot P_{\text{отн}};$$

$M[\gamma]$ – среднее число свободных каналов:

$$M[\gamma] = n - M[K];$$

$K_{\text{прост}}$ – коэффициент простоя каналов:

$$K_{\text{прост}} = \frac{M[\gamma]}{n};$$

$K_{\text{занят}}$ – коэффициент занятости каналов:

$$K_{\text{занят}} = \frac{M[K]}{n};$$

\bar{k} – среднее число заявок в СМО, т.е. на обслуживании и в очереди:

$$\bar{k} = M[K] + M[S];$$

$t_{\text{ср.ожид}}$ – среднее время пребывания заявки в очереди (среднее время ожидания обслуживания):

$$t_{\text{ср.ожид}} = \frac{M[S]}{n \cdot P_{\text{отн}}};$$

$t_{\text{сум}}$ – среднее время пребывания заявки в СМО, т.е. в очереди и на обслуживании:

$$t_{\text{сум}} = t_{\text{ср.ожид}} + M_{t_{\text{обсл}}}.$$

Величины P_0 и $M[K]$ характеризуют степень загрузки СМО. Эти величины представляют интерес с точки зрения стороны, осуществляющей эксплуатацию СМО. Например, если в качестве СМО рассматривается предприятие, выполняющее некоторые заказы, то эти величины представляют интерес для владельцев предприятия.

Величины $P_{\text{отк}}$, $P_{\text{отн}}$, $t_{\text{ср.ожид}}$ и $t_{\text{сум}}$ характеризуют качество обслуживания заявок. Они представляют интерес с точки зрения пользователей СМО. Желательна минимизация значений $P_{\text{отк}}$, $t_{\text{ср.ожид}}$, $t_{\text{сум}}$ и максимизация $P_{\text{отн}}$.

Величина $Q_{\text{абс}}$ представляет интерес с точки зрения стороны, осуществляющей эксплуатацию СМО. Обычно желательна максимизация этой величины, особенно в случаях, когда обслуживание каждой заявки обеспечивает получение определенной прибыли.

Величины $M[S]$ и \bar{k} обычно используются в качестве вспомогательных для расчета других характеристик СМО.

Экономические характеристики СМО

Под *экономическими характеристиками* понимают величины, выражающие прибыль от работы СМО, затраты на обслуживание заявок и т.д.

Выручка от обслуживания заявок в СМО в течение времени T , руб.:

$$V = Q_{\text{абс}} \cdot C \cdot T,$$

где C – выручка от обслуживания одной заявки, руб.

Затраты, связанные с обслуживанием заявок в СМО в течение времени T , руб.:

$$Z_{\text{обс}} = Q_{\text{абс}} \cdot C_{\text{обс}} \cdot T,$$

где $C_{\text{обс}}$ – затраты, связанные с обслуживанием одной заявки, руб.

Затраты, связанные с эксплуатацией СМО в течение времени T , руб.:

$$Z_{\text{ЭСП}} = (\alpha \cdot P_{\text{отн}} \cdot C_{\text{РАБ}} + (n - \alpha \cdot P_{\text{отн}}) \cdot C_{\text{ПР}}) \cdot T,$$

где $C_{\text{РАБ}}$ – затраты, связанные с работой одного канала в течение единицы времени, руб.; $C_{\text{ПР}}$ – затраты, связанные с простоем одного канала в течение единицы времени, руб.

Убытки, связанные с отказами в обслуживании за время T руб.:

$$Z_{\text{ОТК}} = \lambda \cdot C_{\text{ОТК}} \cdot P_{\text{отк}} \cdot T,$$

где $C_{\text{ОТК}}$ – убытки, связанные с отказом в обслуживании одной заявки, руб.

Оптимизация числа обслуживающих постов

Для определения оптимального числа обслуживающих постов проведенное вероятностно – статистическое исследование надо дополнить, т.е. связать с экономической стороной явления, оценивающей процесс в рублях.

Для выбора оптимального варианта мощности зоны ТО и ТР (оптимального числа обслуживающих постов) необходимо определить функцию цели:

$$C_o = C_A + C_n \rightarrow \min ,$$

где C_o – функция цели (суммарные затраты); C_A – затраты, связанные с отказом автомобиля в обслуживании (для разомкнутой СМО); C_n – затраты, связанные с простоем обслуживающей системы.

Задаваясь различным числом обслуживающих постов, вычисляются и строятся кривые, отвечающие первому и второму слагаемым. Графическая интерпретация функции цели приведена на рис. 1.1.

По мере увеличения числа обслуживающих постов, затраты, связанные с отказом автомобиля в обслуживании уменьшаются. С другой стороны, увеличение числа ремонтных бригад приводит к увеличению числа простоев постов и к увеличению затрат на выплату заработной платы рабочим ремонтных постов, что приводит к увеличению затрат, связанных с простоем обслуживающей системы.

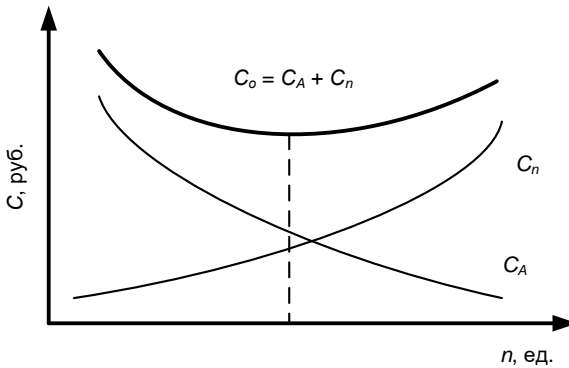


Рис. 1.1. Функция цели

Складывая значения ординат кривых C_A и C_n , получаем суммарную кривую C_o расхода денежных средств предприятием – функцию цели.

Кривая C_o является вогнутой и имеет минимум. Очевидно, что минимальному расходу средств отвечает максимальный доход предприятия.

На основе построенного графика определяют оптимальное количество постов, при котором организация процесса с экономической точки зрения будет наилучшей.

Обобщенная формула для решения открытой задачи, т.е. для многоканальной СМО с ограничением на длину очереди, имеет вид:

$$C_o = Z_{\text{отк}} + Z_{\text{эсп}} + Z_{\text{обс}}.$$

Пример. Исследуем функционирование станции технического обслуживания автомобилей (СТОА) с ожиданием в очереди.

Работа станции технического обслуживания можно представить как функционирование многоканальной (с несколькими постами) разомкнутой системы массового обслуживания. Причем посты СТОА могут быть универсальными или специализированными.

Универсальными называются такие посты, на которых выполняются все работы данного вида ТО или ремонта.

Специализированными называются такие посты, на которых выполняются однородные работы или работы по обслуживанию и ремонту отдельных агрегатов автомобиля.

В нашем примере расчет проводится для универсальных постов.

Станция имеет в своем распоряжении одно место для ожидания в очереди, количество мест ожидания задается самостоятельно, исходя из возможностей рассчитываемой СТО. После того, как место для ожидания в очереди будет занято, прибывающие автомобили получают отказ. Режим работы: восьми часовой рабочий день.

Требуется определить числовые характеристики функционирования станции, и определить оптимальное количество постов, при котором ее работа будет давать наибольший экономический эффект.

Исходными данными для расчета являются: количество каналов обслуживания (постов), количество мест ожидания, среднее время обслуживания заявки в канале, интенсивность потока заявок.

Так как целью расчета является оптимизация количества рабочих постов (n), то значениями n следует задаваться, начиная с 1 до тех пор, пока расчетное значение функции цели не достигнет своего минимума, полученное при этом соответствующее значение n и есть искомая величина.

Исследуемая СТОА выполняет обслуживание и ремонт 5 элементов.

Исходя из имеющейся статистической информации, можно определить общее количество заездов автомобилей и долю заездов по элементам. Всего за исследуемый период было зафиксировано 6130 заездов, количество заездов и время обслуживания по элементам представлено в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Количество заездов и время обслуживания по элементам

Параметр	Номер элемента				
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5
Количество заездов	280	160	3840	430	1420
$M_{\text{обсл}}$, час	0,98	0,54	1,6	0,5	1,08

Так как на рассчитываемой СТОА посты универсальные, то необходимо определить среднее время обслуживания по всем элементам. Зная долю заездов по элементам и время обслуживания, можно найти среднее время обслуживания по всем элементам, час:

$$M_{\text{обс}} = \frac{280 \cdot 0,98 + 160 \cdot 0,54 + 3840 \cdot 1,6 + 430 \cdot 0,5 + 1420 \cdot 1,08}{6130} = 1,346.$$

Для расчета интенсивности заездов используем исходные данные, представленные в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Исходные данные для определения интенсивности потока заявок (λ)

Параметр	Номер элемента														
	№ 1		№ 2		№ 3					№ 4		№ 5			
Среднее количество заездов в день	10	20	10	20	10	20	30	40	50	10	20	10	20	30	40
Количество дней, в которые были зарегистрированы заезды	22	3	14	1	174	64	16	6	2	39	2	95	20	1	1
Общее количество дней, в которые были зарегистрированы заезды	25		15		262					41		117			

Для оценки интенсивности заездов необходимо сумму произведений среднего количества заездов в день и количества дней из всего периода, в которые были зарегистрированы заезды, разделить на общее количество дней, в которые были зарегистрированы заезды.

Для нашего примера:

- интенсивность заездов по первому элементу:

$$\lambda_{\text{ср.эл-та №1}} = \frac{10 \cdot 22 + 20 \cdot 3}{25} = 11,2;$$

- интенсивность заездов по второму элементу:

$$\lambda_{\text{ср.эл-та №2}} = \frac{10 \cdot 14 + 20 \cdot 1}{15} = 10,67$$

- интенсивность заездов по третьему элементу:

$$\lambda_{\text{ср.эл-та №3}} = \frac{10 \cdot 174 + 20 \cdot 64 + 30 \cdot 16 + 40 \cdot 6 + 50 \cdot 2}{262} = 14,66;$$

- интенсивность заездов по четвертому элементу:

$$\lambda_{\text{ср.эл-та №4}} = \frac{10 \cdot 39 + 20 \cdot 2}{41} = 10,49;$$

— интенсивность заездов по пятому элементу:

$$\lambda_{\text{ср.эл-та №5}} = \frac{10 \cdot 95 + 20 \cdot 20 + 30 \cdot 1 + 40 \cdot 1}{117} = 12,14.$$

В итоге общая интенсивность заездов за рабочий день на СТОА составит:

$$\lambda_{\text{общая}} = 11,2 + 10,67 + 14,66 + 10,49 + 12,14 = 59,15.$$

Для дальнейших расчетов нам необходима часовая интенсивность, то есть полученное значение надо разделить на 8 (продолжительность рабочего дня):

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{эл-т №1}} &= \frac{11,2}{8} = 1,4, \\ \lambda_{\text{эл-т №2}} &= \frac{10,67}{8} = 1,33, \\ \lambda_{\text{эл-т №3}} &= \frac{14,66}{8} = 1,83, \\ \lambda_{\text{эл-т №4}} &= \frac{10,49}{8} = 1,3, \\ \lambda_{\text{эл-т №5}} &= \frac{12,14}{8} = 1,5, \\ \lambda_{\text{общая}} &= \frac{59,15}{8} = 7,39.\end{aligned}$$

В связи с тем, что нам необходимо рассчитать СМО с универсальными постами в дальнейших расчетах будет использоваться общая часовая интенсивность заездов на СТОА.

Для расчета экономических характеристик необходимо знать затраты, связанные с обслуживанием одной заявки ($C_{\text{ОБС}}$), затраты, связанные с работой одного канала в течение единицы времени ($C_{\text{РАБ}}$), затраты, связанные с простоем одного канала в течение единицы времени ($C_{\text{ПР}}$), убытки, связанные с отказом в обслуживании одной заявки ($C_{\text{ОТК}}$).

Для оценки стоимости своих услуг СТО использует стоимость норма – часа ($C_{н-ч}$). Клиент оплачивает оказанные ему услуги, исходя из трудоемкости выполнения операции, т.е. из времени реально затраченного на устранение отказа или выполнения обслуживания, в соответствии со стоимостью норма - часа.

На рассчитываемой СТОА стоимость норма – часа составляет 150 рублей. Распределение полученной от работы прибыли представлено в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Распределение прибыли по затратам

Виды затрат	Доля от норма - часа	Значение в рублях
$C_{отк}$	$C_{н-ч}$	150
$C_{раб}$	$0,25C_{н-ч}$	37,5
$C_{пр}$	$0,2C_{н-ч}$	30
$C_{обс}$	$0,3C_{н-ч}$	45

После обработки исходной информации, все необходимые для расчета параметры были определены, теперь можно непосредственно приступить к решению поставленной задачи, т.е. определению основных характеристик СМО и оптимизации количества обслуживающих постов.

В расчетах вместо величины $M_{t_{обсл}}$ будем использовать интенсивность обслуживания заявок:

$$\mu = \frac{1}{M_{t_{обсл}}},$$

$$\mu = \frac{1}{1,35} = 0,74$$

и приведенную плотность процесса:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu},$$

$$\alpha = \frac{7,39}{0,74} = 9,95.$$

Как уже отмечалось выше, значением параметра n (количеством каналов или постов обслуживания) будем задаваться.

Поясним порядок вычисления вероятностей состояний и основных характеристик СМО при $n = 1$.

Определяем вероятность того, что система будет в состоянии проста:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{k=1} \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^n}{n!} \cdot \sum_{s=1}^{s=m} \left(\frac{\alpha}{n}\right)^s},$$

$$P_0 = \frac{1}{\frac{9,95^0}{0!} + \frac{9,95^1}{1!} + \frac{9,95^1}{1!} \cdot \left(\frac{9,95}{1}\right)^1} = 0,009087.$$

Определяем вероятность состояния системы до возникновения очереди:

$$P_1 = \frac{\alpha}{1} \cdot P_0,$$

$$P_1 = \frac{9,95}{1} \cdot 0,009087 = 0,090457.$$

Определяем вероятность состояния системы после возникновения очереди:

$$P_2 = \frac{\alpha}{n} \cdot P_1,$$

$$P_2 = \frac{9,95}{1} \cdot 0,090457 = 0,900456.$$

Убеждаемся, что расчет выполнен правильно:

$$\sum_{j=0}^{j=2} P_j = 1,0,$$

$$\sum_{j=0}^{j=2} P_j = 0,009087 + 0,090457 + 0,900456 = 1,0.$$

Определяем вероятность отказа:

$$P_{\text{отк}} = \frac{\alpha^{m+n}}{n^m \cdot n!} \cdot P_0,$$

$$P_{\text{отк}} = \frac{9,95^{1+1}}{1^1 \cdot 1!} \cdot 0,009087 = 0,9.$$

Определяем относительную пропускную способность станции:

$$P_{\text{отн}} = 1 - P_{\text{отк}},$$

$$P_{\text{отн}} = 1 - 0,90 = 0,10.$$

Из расчетов следует, что 10 % прибывающих автомобилей будут поставлены для немедленного обслуживания и 90 % получают отказ в обслуживании.

Вычисляем абсолютную пропускную способность станции за час работы:

$$Q_{\text{абс}} = \lambda \cdot P_{\text{отн}},$$

$$Q_{\text{абс}} = 7,39 \cdot 0,10 = 0,74.$$

Вычисляем максимально возможную пропускную способность станции за час работы:

$$Q_{\text{макс}} = \mu \cdot n,$$

$$Q_{\text{макс}} = 0,74 \cdot 1 = 0,74.$$

Вычисляем математическое ожидание числа занятых каналов:

$$M[K] = \frac{\alpha}{m} \cdot P_{\text{отн}},$$

$$M[K] = \frac{9,95}{1} \cdot 0,10 = 0,99.$$

Определяем математическое ожидание длины очереди:

$$M[S] = \sum_{S=1}^m S \cdot P_{n+S},$$

$$M[S] = 1 \cdot 0,900456 = 0,90.$$

Определяем среднее число свободных каналов:

$$M[\gamma] = n - M[K],$$

$$M[\gamma] = 1 - 0,99 = 0,01.$$

Вычисляем коэффициент простоя каналов:

$$K_{\text{прост}} = \frac{M[\gamma]}{n},$$

$$K_{\text{прост}} = \frac{0,01}{1} = 0,01.$$

Вычисляем коэффициент занятости каналов:

$$K_{\text{занят}} = \frac{M[K]}{n},$$

$$K_{\text{занят}} = \frac{0,99}{1} = 0,99.$$

Определяем среднее число заявок в СМО:

$$\bar{k} = M[K] + M[S],$$

$$\bar{k} = 0,99 + 0,90 = 1,89.$$

Определяем среднее время ожидания в очереди автомобилем, не получившим отказ, час.:

$$t_{\text{ср.ожид}} = \frac{M[S]}{n \cdot P_{\text{отн}}},$$

$$t_{\text{ср.ожид}} = \frac{0,90}{1 \cdot 0,10} = 9,046.$$

Определяем среднее время пребывания автомобиля в системе, час.:

$$t_{\text{сум}} = t_{\text{ср.ожид}} + M_{t_{\text{обсл}}},$$

$$t_{\text{сум}} = 9,046 + 1,35 = 10,39.$$

Вычисляем убытки, связанные с отказами в обслуживании, руб.:

$$Z_{\text{отк}} = \lambda \cdot C_{\text{отк}} \cdot P_{\text{отк}},$$

$$Z_{\text{отк}} = 7,39 \cdot 150 \cdot 0,90 = 998,6.$$

Определяем затраты, связанные с эксплуатацией СМО, руб.:

$$Z_{\text{ЭСП}} = (\alpha \cdot P_{\text{отн}} \cdot C_{\text{РАБ}} + (n - \alpha \cdot P_{\text{отн}}) \cdot C_{\text{ПП}}),$$

$$Z_{\text{ЭСП}} = (9,95 \cdot 0,10 \cdot 37,5 + (1 - 9,95 \cdot 0,10) \cdot 30) = 37,5.$$

Вычисляем затраты, связанные с обслуживанием заявок в СМО, руб.:

$$Z_{\text{ОБС}} = Q_{\text{абс}} \cdot C_{\text{ОБС}},$$

$$Z_{\text{ОБС}} = 0,74 \cdot 45 = 33,1.$$

Основные числовые характеристики функционирования СТОА при $n = 1$ определены. В дальнейшем для построения графика оптимизации нам потребуются суммарные значения затрат и значение функции цели, руб.:

$$C_o = Z_{\text{ОТК}} + Z_{\text{ЭСП}} + Z_{\text{ОБС}},$$

$$C_o = 998,6 + 37,5 + 33,1 = 1069,2.$$

Теперь поясним порядок вычисления вероятностей состояний и основных характеристик СМО с ограничением на длину очереди с универсальными постами при $n = 2$. Расчет выполняется аналогично.

Определяем вероятность того, что система будет в состоянии простоя:

$$P_0 = \frac{1}{\frac{9,95^0}{0!} + \frac{9,95^1}{1!} + \frac{9,95^2}{2!} + \frac{9,95^2}{2!} \cdot \left(\frac{9,95}{2}\right)^1} = 0,003256.$$

Определяем вероятность состояния системы до возникновения очереди:

$$P_1 = \frac{\alpha}{1} \cdot P_0 \quad P_1 = \frac{9,95}{1} \cdot 0,003256 = 0,032414,$$

$$P_2 = \frac{\alpha}{2} \cdot P_1 \quad P_2 = \frac{9,95}{2} \cdot 0,032414 = 0,161333.$$

Определяем вероятность состояния системы после возникновения очереди:

$$P_3 = \frac{\alpha}{n} \cdot P_2,$$

$$P_3 = \frac{9,95}{2} \cdot 0,161333 = 0,802997.$$

Убеждаемся, что расчет выполнен правильно:

$$\sum_{j=0}^{j=2} P_j = 0,003256 + 0,032414 + 0,161333 + 0,802997 = 1,0.$$

Определяем вероятность отказа:

$$P_{\text{отк}} = \frac{9,95^{1+2}}{2^1 \cdot 2!} \cdot 0,003256 = 0,8.$$

Определяем относительную пропускную способность станции:

$$P_{\text{отн}} = 1 - 0,80 = 0,20.$$

Из расчетов следует, что 20 % прибывающих автомобилей будут поставлены для немедленного обслуживания и 80 % получают отказ в обслуживании.

Вычисляем абсолютную пропускную способность станции за час работы:

$$Q_{\text{абс}} = 7,39 \cdot 0,20 = 1,46.$$

Вычисляем максимально возможную пропускную способность станции за час работы:

$$Q_{\text{макс}} = 0,74 \cdot 2 = 1,49.$$

Вычисляем математическое ожидание числа занятых каналов:

$$M[K] = \frac{9,95}{1} \cdot 0,20 = 1,96.$$

Определяем математическое ожидание длины очереди:

$$M[S] = 1 \cdot 0,80 = 0,80.$$

Определяем среднее число свободных каналов:

$$M[\gamma] = 2 - 1,96 = 0,04.$$

Вычисляем коэффициент простоя каналов:

$$K_{\text{прост}} = \frac{0,04}{2} = 0,02.$$

Вычисляем коэффициент занятости каналов:

$$K_{\text{занят}} = \frac{1,96}{2} = 0,98.$$

Определяем среднее число заявок в СМО:

$$\bar{k} = 1,96 + 0,80 = 2,76.$$

Определяем среднее время ожидания в очереди автомобилем, не получившим отказ, час.:

$$t_{\text{ср.ожид}} = \frac{0,80}{2 \cdot 0,20} = 2,038.$$

Определяем среднее время пребывания автомобиля в системе, час.:

$$t_{\text{сум}} = 2,038 + 1,35 = 3,38.$$

Вычисляем убытки, связанные с отказами в обслуживании, руб.:

$$Z_{\text{отк}} = 7,39 \cdot 150 \cdot 0,80 = 890,5.$$

Определяем затраты, связанные с эксплуатацией СМО, руб.:

$$Z_{\text{ЭСП}} = (9,95 \cdot 0,20 \cdot 37,5 + (2 - 9,95 \cdot 0,20) \cdot 30) = 74,7.$$

Вычисляем затраты, связанные с обслуживанием заявок в СМО, руб.:

$$Z_{\text{ОБС}} = 1,46 \cdot 45 = 65,5.$$

Основные числовые характеристики функционирования СТОА при $n = 2$ определены. В дальнейшем для построения графика оптимизации нам потребуются суммарные значения затрат и значение функции цели, руб.:

$$C_o = 890,5 + 74,7 + 65,5 = 1030,8.$$

Дальнейший расчет характеристик СМО при $n = 3 \dots n$ ведется аналогично предыдущим расчетам и в той же последовательности.

В результате проведенных расчетов для нашего примера получим характеристики СМО, представленные в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Значения основных числовых характеристик функционирования СМО

Параметр	Количество каналов обслуживания											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
l	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
P_0	0,009	0,003 3	0,001 3	0,0006 3	0,0003 3	0,00019 8	0,00013 4	0,00009 9	0,00007 9	0,00006 7	0,00005 9	0,00005 4
$P_{\text{отк}}$	0,90	0,80	0,71	0,62	0,53	0,44	0,37	0,29	0,23	0,17	0,13	0,09
$P_{\text{отн}}$	0,10	0,20	0,29	0,38	0,47	0,56	0,63	0,71	0,77	0,83	0,87	0,91
$Q_{\text{абс}}$	0,74	1,46	2,16	2,84	3,49	4,11	4,68	5,21	5,69	6,10	6,45	6,73
$Q_{\text{макс}}$	0,74	1,49	2,23	2,97	3,71	4,46	5,20	5,94	6,68	7,43	8,17	8,91
$M[S]$	0,99	1,96	2,91	3,82	4,70	5,53	6,31	7,02	7,66	8,22	8,69	9,07
$M[K]$	0,90	0,80	0,71	0,62	0,53	0,44	0,37	0,29	0,23	0,17	0,13	0,09
$M[\gamma]$	0,01	0,04	0,09	0,18	0,30	0,47	0,69	0,98	1,34	1,78	2,31	2,93
$K_{\text{прост}}$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24
$K_{\text{занят}}$	0,99	0,98	0,97	0,96	0,94	0,92	0,90	0,88	0,85	0,82	0,79	0,76
\bar{k}	1,89	2,76	3,61	4,44	5,22	5,97	6,67	7,31	7,89	8,39	8,81	9,16
$t_{\text{ср.ожид}}$	9,046	2,038	0,809	0,401	0,224	0,133	0,083	0,052	0,033	0,021	0,013	0,008
$t_{\text{сум}}$	10,39	3,38	2,15	1,75	1,57	1,48	1,43	1,40	1,38	1,37	1,36	1,35

Продолжение таблицы 1.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$Z_{ОТК}$	998,6	890,5	785,3	683,4	585,8	493,2	406,6	327,1	255,8	193,6	141,2	98,9
$Z_{ЭКСП}$	37,4	74,7	111,8	148,7	185,2	221,5	257,3	292,6	327,4	361,6	395,2	428,0
$Z_{ОБС}$	33,1	65,5	97,1	127,7	157,0	184,8	210,7	234,6	256,0	274,6	290,3	303,0
C_O	1069,2	1030,8	994,2	959,8	928,0	899,4	874,6	854,3	839,2	829,9	826,7	829,9

Из табл. 1.4 видно, что при $n = 11$ функция цели равна $C_O = 826,7$ рублей, а при $n = 12$ функция цели равна $C_O = 829,9$ рублей. Так как функция цели имеет лишь один экстремум, следовательно, искомая величина, соответствующая минимальному значению функции цели, найдена, и расчет можно прекратить. Делаем вывод, что в заданных условиях число постов, обеспечивающее максимальный экономический эффект должно быть равно *одиннадцати*. При этом 87 % прибывающих автомобилей будут поставлены для немедленного обслуживания и 13 % получают отказ. Среднее время ожидания в очереди автомобилем составит 0,013 часа, что составляет 47 секунд.

Задание

Определить с использованием теории массового обслуживания оптимальное количество постов и характеристики работы станции технического обслуживания автомобилей с универсальными постами и ограничением на длину очереди (с построением графика). СТОА выполняет пять видов работ (работа по пяти элементам). Режим работы: восемь часовой рабочий день. СТОА имеет один пост ожидания.

При расчете экономических характеристик СМО учесть, что затраты, связанные с обслуживанием одной заявки ($C_{ОБС}$) составляют 30% от стоимости одного нормо-часа; затраты, связанные с работой одного канала в течение единицы времени ($C_{РАБ}$) составляют 25% от стоимости одного нормо-часа; затраты, связанные с простоем одного канала в течение единицы времени ($C_{ПР}$) составляют 20% от стоимости одного нормо-часа; убытки, связанные с отказом в обслуживании одной заявки ($C_{ОТК}$) составляют стоимость равную одному нормо-часу.

Необходимые исходные данные для расчета приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.5

Таблица вариантов заданий

Вариант	Стоимость нормо- часа, руб.	Показатель	1 элемент		2 элемент				3 элемент			4 элемент		5 элемент		
1	2	3	4		5				6			7		8		
1	120	Количество дней	6	10	36	41	44	49	72	16	30	15	78	68	20	121
		Количество заездов в день	10	14	34	45	35	30	40	30	20	14	45	36	20	35
		Общее количество заездов по элементу	200		4609				5430			3720		7083		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,19		0,78				1			0,5		1,08		
2	155	Количество дней	8	13	35	40	43	48	70	18	32	17	76	66	23	117
		Количество заездов в день	12	16	33	44	34	29	39	32	22	15	44	35	21	34
		Общее количество заездов по элементу	304		4377				5402			3599		6771		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,18		0,75				1,05			0,58		1,1		
3	160	Количество дней	10	16	34	39	42	47	68	20	34	19	74	64	26	113
		Количество заездов в день	14	18	32	43	33	28	38	34	24	16	43	34	22	33
		Общее количество заездов по элементу	428		4151				5396			3486		6477		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,17		0,72				1,1			0,66		1,12		
4	210	Количество дней	12	19	33	38	41	46	66	22	36	21	72	62	29	109
		Количество заездов в день	16	20	31	42	32	27	37	36	26	17	42	33	23	32
		Общее количество заездов по элементу	572		3931				5412			3381		6201		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,16		0,69				1,15			0,74		1,14		
5	250	Количество дней	14	22	32	37	40	45	64	24	38	23	70	60	32	105
		Количество заездов в день	18	22	30	41	31	26	36	38	28	18	41	32	24	31
		Общее количество заездов по элементу	736		3717				5450			3284		5943		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,15		0,66				1,2			0,82		1,16		
6	180	Количество дней	16	25	31	36	39	44	62	26	40	25	68	58	35	101
		Количество заездов в день	20	24	29	40	30	25	35	40	30	19	40	31	25	30
		Общее количество заездов по элементу	920		3509				5510			3195		5703		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,14		0,63				1,25			0,9		1,18		
7	165	Количество дней	18	28	30	35	38	43	60	28	42	27	66	56	38	97
		Количество заездов в день	22	26	28	39	29	24	34	42	32	20	39	30	26	29
		Общее количество заездов по элементу	1124		3307				5592			3114		5481		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,13		0,6				1,3			0,98		1,2		

Продолжение таблицы 1.5

1	2	3	4		5				6			7		8		
8	230	Количество дней	20	31	29	34	37	42	58	30	44	29	64	54	41	93
		Количество заездов в день	24	28	27	38	28	23	33	44	34	21	38	29	27	28
		Общее количество заездов по элементу	1348		3111				5696			3041		5277		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,12		0,57				1,35			1,06		1,22		
9	280	Количество дней	22	34	28	33	36	41	56	32	46	31	62	52	44	89
		Количество заездов в день	26	30	26	37	27	22	32	46	36	22	37	28	28	27
		Общее количество заездов по элементу	1592		2921				5822			2976		5091		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,11		0,54				1,4			1,14		1,24		
10	115	Количество дней	24	37	27	32	35	40	54	34	48	33	60	50	47	85
		Количество заездов в день	28	32	25	36	26	21	31	48	38	23	36	27	29	26
		Общее количество заездов по элементу	1856		2737				5970			2919		4923		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,1		0,51				1,45			1,22		1,26		
11	145	Количество дней	26	40	26	31	34	39	52	36	50	35	58	48	50	81
		Количество заездов в день	30	34	24	35	25	20	30	50	40	24	35	26	30	25
		Общее количество заездов по элементу	2140		2559				6140			2870		4773		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,09		0,48				0,45			1,3		1,28		
12	190	Количество дней	28	43	25	30	33	38	50	38	52	37	56	46	53	77
		Количество заездов в день	32	36	23	34	24	19	29	52	42	25	34	25	31	24
		Общее количество заездов по элементу	2444		2387				6332			2829		4641		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,08		0,45				0,5			1,38		1,3		
13	250	Количество дней	30	46	24	29	32	37	48	40	54	39	54	44	56	73
		Количество заездов в день	34	38	22	33	23	18	28	54	44	26	33	24	32	23
		Общее количество заездов по элементу	2768		2221				6546			2796		4527		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,07		0,42				0,55			1,46		1,32		
14	260	Количество дней	32	49	23	28	31	36	46	42	56	41	52	42	59	69
		Количество заездов в день	36	40	21	32	22	17	27	56	46	27	32	23	33	22
		Общее количество заездов по элементу	3112		2061				6782			2771		4431		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,06		0,39				0,6			1,54		1,34		

Продолжение таблицы 1.5

1	2	3	4		5				6			7		8		
15	270	Количество дней	34	52	22	27	30	35	44	44	58	43	50	40	62	65
		Количество заездов в день	38	14	20	31	21	16	26	58	48	28	31	22	34	21
		Общее количество заездов по элементу	2020		1907				7040			2754		4353		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,05		0,36				0,65			1,5		1,36		
16	150	Количество дней	36	55	21	26	29	34	42	46	60	45	48	38	65	61
		Количество заездов в день	40	16	19	30	20	15	25	60	50	29	30	21	35	20
		Общее количество заездов по элементу	2320		1759				7320			2745		4293		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,04		0,33				0,7			1,46		1,38		
17	193	Количество дней	38	58	20	25	28	33	40	48	62	47	46	36	68	57
		Количество заездов в день	42	18	18	29	19	14	24	32	52	30	29	20	36	19
		Общее количество заездов по элементу	2640		1617				6182			2744		4251		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,03		0,3				0,75			1,42		1,4		
18	199	Количество дней	40	61	19	24	27	32	38	50	64	49	44	34	71	53
		Количество заездов в день	44	20	17	28	20	15	23	34	54	31	28	19	37	18
		Общее количество заездов по элементу	2980		1535				6510			2751		4227		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,02		0,4				0,8			1,38		1,42		
19	120	Количество дней	42	64	18	23	26	31	36	52	66	51	42	32	74	49
		Количество заездов в день	46	22	16	27	21	16	22	36	20	32	27	18	38	17
		Общее количество заездов по элементу	3340		1455				4480			2766		4221		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1,01		0,5				0,85			1,34		1,44		
20	155	Количество дней	44	67	17	22	25	30	34	54	68	53	40	30	77	45
		Количество заездов в день	10	24	15	26	22	17	21	38	22	33	26	17	39	16
		Общее количество заездов по элементу	2048		1377				4772			2789		4233		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	1		0,6				0,9			1,3		1,46		
21	165	Количество дней	46	70	16	21	24	29	32	56	70	55	38	28	80	41
		Количество заездов в день	12	26	14	25	23	18	20	40	24	34	25	16	38	15
		Общее количество заездов по элементу	2372		1301				5082			2820		4103		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,99		0,7				0,95			1,26		1,48		

Продолжение таблицы 1.5

1	2	3	4		5				6			7		8		
22	262	Количество дней	48	73	15	20	23	28	30	58	72	57	36	26	83	37
		Количество заездов в день	14	28	13	24	24	19	19	42	26	35	24	15	36	14
		Общее количество заездов по элементу	2716		1227				5410			2859		3896		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,98		0,8				1,9			1,22		1,5		
23	310	Количество дней	50	76	14	19	22	27	28	60	74	59	34	24	86	33
		Количество заездов в день	16	30	12	23	25	20	18	44	28	36	23	14	34	13
		Общее количество заездов по элементу	3080		1155				5756			2906		3689		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,97		0,9				1,85			1,18		1,52		
24	224	Количество дней	52	79	13	18	21	26	26	62	76	61	32	22	89	29
		Количество заездов в день	18	32	11	22	26	21	17	46	30	37	22	13	32	12
		Общее количество заездов по элементу	3464		1085				6120			2961		3482		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,96		1				1,8			1,14		1,54		
25	206	Количество дней	54	82	12	17	20	25	24	64	78	63	30	20	92	25
		Количество заездов в день	20	34	10	21	27	22	16	48	32	38	21	12	30	11
		Общее количество заездов по элементу	3868		1017				6502			3024		3275		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,95		1,1				1,75			1,1		1,56		
26	237	Количество дней	56	85	11	16	19	24	22	66	80	65	28	18	95	21
		Количество заездов в день	22	36	9	20	28	23	15	50	34	39	20	11	28	10
		Общее количество заездов по элементу	4292		951				6902			3095		3068		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,94		1,2				1,7			1,06		1,58		
27	305	Количество дней	58	88	10	15	18	23	20	68	82	67	26	16	98	17
		Количество заездов в день	24	38	8	19	29	24	14	52	36	40	19	10	26	9
		Общее количество заездов по элементу	4736		887				7320			3174		2861		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,93		1,3				1,65			1,02		1,6		
28	143	Количество дней	60	91	9	14	17	22	18	70	84	69	24	14	101	13
		Количество заездов в день	26	40	7	18	30	25	13	54	38	41	18	9	24	8
		Общее количество заездов по элементу	5200		825				7756			3261		2654		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,92		1,4				1,6			0,98		1,62		

Продолжение таблицы 1.5

1	2	3	4		5				6			7		8		
29	181	Количество дней	62	94	8	13	16	21	16	72	86	71	22	12	104	9
		Количество заездов в день	28	42	6	17	31	26	12	56	40	42	17	8	22	7
		Общее количество заездов по элементу	5684		765				8210			3356		2447		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,91		1,5				1,55			0,94		1,64		
30	220	Количество дней	64	97	7	12	15	20	14	74	88	73	20	10	107	5
		Количество заездов в день	30	44	5	16	32	27	11	58	42	43	16	7	20	6
		Общее количество заездов по элементу	6188		707				8682			3459		2240		
		Среднее время обслуживания элементов, час.	0,9		1,6				1,5			0,9		1,66		

Контрольные вопросы

1. Понятия теории массового обслуживания: система массового обслуживания, канал обслуживания, стационарный поток, ординарный поток.
2. Параметры СМО: интенсивность потока заявок, интенсивность обслуживания, количество постов ожидания.
3. Вероятностные характеристики СМО: вероятность простоя СМО, вероятность, что будет занято k каналов обслуживания, вероятность отказа в обслуживании, вероятность обслуживания.
4. Абсолютные характеристики СМО: абсолютная пропускная способность, максимальная пропускная способность, средняя длина очереди, среднее число занятых каналов, среднее число свободных каналов, среднее время ожидания обслуживания, среднее время пребывания заявки в СМО.
5. Экономические характеристики СМО.
6. Оптимизация числа обслуживающих каналов.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Расчет многоканальной СМО со специализированными постами

Цель:

- научиться определять технические параметры и характеристики разомкнутых СМО со специализированными постами;
- научиться определять экономические характеристики разомкнутых СМО со специализированными постами;

- научиться определять оптимальную численность специализированных рабочих постов (каналов обслуживания).

Теоретические сведения

Специализированными называются такие посты, на которых выполняются однородные работы или работы по обслуживанию и ремонту отдельных агрегатов автомобиля.

Основным отличием расчета СМО со специализированными постами от расчета СМО с универсальными постами является то, что он ведется отдельно для каждого элемента. То есть необходимо определить оптимальное число постов обслуживающих каждый элемент в отдельности. Это связано с тем, что пост специализируется на обслуживании и ремонте конкретного элемента, и даже если он свободен, он не может принять автомобиль с заявкой на обслуживание другого элемента (*например*, пост по регулированию углов установки управляемых колес или окрасочная камера).

Методика расчета СМО со специализированными постами не отличается от методики расчета СМО с универсальными постами, кроме того, что в расчет вместо величин $M_{t_{\text{обсл}}}$ и $\lambda_{\text{общая}}$ по всем элементам необходимо подставлять значения $M_{t_{\text{обсл}}}$ и λ по каждому рассматриваемому элементу (*например*, для примера, приведенного в практической работе № 1 для первого элемента $M_{t_{\text{обсл}}} = 0,98$ и $\lambda_{\text{эл-т. №1}} = 1,4$).

Как и при расчете СМО с универсальными постами, значением параметра n необходимо задаваться, начиная с одного.

Задание

Определить с использованием теории массового обслуживания оптимальное количество постов и характеристики работы станции технического обслуживания автомобилей со специализированными постами и ограничением на длину очереди (с построением графика). СТОА выполняет пять видов работ (работа по пяти элементам). Режим работы: десяти часовой рабочий день. СТОА имеет один пост ожидания.

При расчете в качестве исходных данных использовать исходные данные первой практической работы.

Контрольные вопросы

1. Понятие «специализированный пост». Отличия специализированных постов от универсальных.
2. Порядок выбора (расчета) параметров СМО со специализированными постами.
3. Отличие методики расчета характеристик и оптимизации СМО со специализированными постами от методики расчета СМО с универсальными постами.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Расчет многоканальной СМО закрытых ремонтных предприятий (закрытой СМО)

Цель:

- научиться определять технические параметры и характеристики замкнутых СМО;
- научиться определять экономические характеристики замкнутых СМО;
- научиться определять оптимальную численность рабочих постов (каналов обслуживания) замкнутых СМО.

Теоретические сведения

Наряду с открытыми системами, примером которой являются рассмотренные в предыдущих практических работах СМО, в практике имеются так называемые закрытые ремонтные предприятия, т.е. ремонтные мастерские (зоны или посты Технического обслуживания и Текущего ремонта) на территории какого-либо автомобильного объединения.

Отличительной чертой указанных ремонтных мастерских является то, что они не принимают посторонние заявки, а обслуживают только подвижной состав данного предприятия. При этом прибывшая заявка (автомобиль) не покидает очереди до тех пор, пока не будет обслужена.

До сих пор мы рассматривали только такие системы массового обслуживания, для которых интенсивность λ входящего потока заявок не зависит от состояния системы. В этом случае источник заявок является внешним по отношению к СМО и генерирует неограниченный поток требований. Рассмотрим системы массового обслуживания, для

которых λ зависит от состояния системы, при чем источник требований является внутренним и генерирует ограниченный поток заявок.

Например, обслуживается автомобильный парк, состоящий из N машин, на n постах ($N > n$), причем посты являются универсальными, каждый автомобиль обслуживается только на одном посту. Здесь автомобили являются источниками требований (заявок на обслуживание), а посты - обслуживающими каналами. Неисправный автомобиль после обслуживания используется по своему прямому назначению и становится потенциальным источником возникновения требований на обслуживание. Очевидно, что интенсивность λ зависит от того, сколько автомобилей в данный момент находится в эксплуатации ($N - k$) и сколько автомобилей обслуживается или стоит в очереди, ожидая обслуживания (k).

В рассматриваемой модели емкость источника требований следует считать ограниченной. Входящий поток требований исходит из ограниченного числа эксплуатируемых автомобилей ($N - k$), которые в случайные моменты времени отказывают и требуют обслуживания.

При этом каждый автомобиль из ($N - k$) находится в эксплуатации, и генерирует поток требований с определенной интенсивностью независимо от других объектов. Требование, поступившее в систему в момент, когда свободен хотя бы один канал, немедленно идет на обслуживание. Если требование застает все каналы занятыми обслуживанием других требований, то оно не покидает систему, а становится в очередь и ждет, пока один из каналов не станет свободным.

Таким образом, в замкнутой СМО входящий поток требований формируется из выходящего.

Технические параметры и характеристики СМО

Параметры закрытой СМО определяются аналогично параметрам разомкнутой СМО в зависимости от вида постов.

Таким образом, исходными данными для расчета являются: количество каналов (n), среднее время обслуживания заявки в канале ($M_{\text{обсл}}$), интенсивность потока заявок (λ) – среднее количество заявок, поступающих в СМО в единицу времени, а также количество автомобилей, эксплуатируемых АТП (N).

В качестве характеристик закрытых СМО обычно используются следующие величины:

P_k – вероятность k – го состояния:

$$P_k = \begin{cases} \frac{N! \alpha^k}{k! (N-k)!} \cdot P_0, & 1 \leq k < n \\ \frac{N! \alpha^k}{n! n^{k-n} \cdot (N-k)!} \cdot P_0, & n \leq k \leq N \end{cases},$$

где k – число заявок, находящихся в очереди или на обслуживании; α – плотность процесса; P_0 – вероятность того, что все каналы обслуживания свободны (находятся в состоянии простоя).

Величина P_0 показывает, какую часть от общего времени работы СМО все ее каналы свободны и определяется из условия нормирования

$$\sum_{k=0}^N P_k = 1 \text{ полученных результатов;}$$

$P_{\text{отк}}$ – вероятность отказа в обслуживании. Очевидно, что для замкнутой СМО вероятность отказа в обслуживании равна 0, а вероятность обслуживания или относительная пропускная способность ($P_{\text{отп}}$) равна 1;

$Q_{\text{абс}}$ – абсолютная пропускная способность (среднее количество заявок, обслуживаемых в единицу времени):

$$Q_{\text{абс}} = \lambda;$$

$Q_{\text{макс}}$ – максимально возможная пропускная способность СМО:

$$Q_{\text{макс}} = \mu \cdot n;$$

$M[S]$ – среднее число заявок в очереди (средняя длина очереди):

$$M[S] = \sum_{k=n}^N (k-n) \cdot P_k;$$

$M[\gamma]$ – среднее число свободных каналов:

$$M[\gamma] = \sum_{k=0}^{n-1} (n-k) \cdot P_k;$$

$M[K]$ – среднее число заявок на обслуживании (в каналах), или среднее число занятых каналов:

$$M[K] = n - M[\gamma];$$

$K_{\text{прост}}$ – коэффициент простоя каналов:

$$K_{\text{прост}} = \frac{M[\gamma]}{n};$$

$K_{\text{занят}}$ – коэффициент занятости каналов:

$$K_{\text{занят}} = \frac{M[K]}{n};$$

\bar{k} – среднее число заявок в СМО, т.е. на обслуживании и в очереди:

$$\bar{k} = M[K] + M[S];$$

$\beta_{\text{прост}}$ – коэффициент простоя обслуживаемого объекта (машины) в очереди:

$$\beta_{\text{прост}} = \frac{M[S]}{N};$$

$\beta_{\text{занят}}$ – коэффициент использования объектов (машин):

$$\beta_{\text{занят}} = 1 - \frac{\bar{k}}{N};$$

$t_{\text{ср.ожид}}$ – среднее время пребывания заявки в очереди (среднее время ожидания обслуживания):

$$t_{\text{ср.ожид}} = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{1 - \beta_{\text{занят}}}{\beta_{\text{занят}}} \right) - \frac{1}{\mu};$$

$t_{\text{сум}}$ – среднее время пребывания заявки в СМО, т.е. в очереди и на обслуживании:

$$t_{\text{сум}} = t_{\text{ср.ожид}} + M_{t_{\text{обсл}}}.$$

Оптимизация числа обслуживающих постов

Обобщенная формула для решения закрытой задачи, т. е. для многоканальной СМО закрытых ремонтных предприятий, имеет вид:

$$C_o = t_{\text{сум}} \cdot M[S] \cdot C_{\text{пр.а}} + M[\gamma] \cdot C_{\text{пр}} + n \cdot C_{\text{зп}},$$

где $C_{\text{пр.а}}$ – стоимость простоя одного автомобиля в течение единицы времени; $C_{\text{пр}}$ – затраты, связанные с простоем одного канала в течение единицы времени; $C_{\text{зп}}$ – расход средств на выплату зарплаты рабочим постов.

Пример. Исследуем функционирование автотранспортного предприятия (АТП). Требуется определить числовые характеристики функционирования АТП, и определить оптимальное количество постов, при котором его работа будет давать наибольший экономический эффект.

Исходными данными для расчета являются: количество каналов (n), среднее время обслуживания заявки в канале ($M_{t_{\text{обсл}}}$), интенсивность потока заявок (λ), так как рассматриваемая модель обслуживания машинного парка представляет собой модель замкнутой системы массового обслуживания, то для расчета нам также необходимо знать количество автомобилей, эксплуатируемых АТП (N). Значением параметра n будем задаваться.

Для определения исходных данных нам необходимы статистические данные о количестве заездов автомобилей. Для примера воспользуемся данными, приведенными в примере для практической работы № 1 при расчете открытой СМО.

Примем, что рабочие посты рассчитываемого АТП универсальные и на них выполняют обслуживание и ремонт 5 элементов. Исходя из имеющихся данных мы определяли $M_{t_{\text{обсл}}}$, $\lambda_{\text{общ}}$:

$$M_{t_{\text{обсл}}} = 1,35; \lambda_{\text{общ}} = 7,39.$$

Необходимо отметить, что в качестве элементов обслуживания могут выступать различные виды ТО, ТР и планово-предупредительного ремонта. Например, на предприятии имеется 29 автомобилей, со средним среднесуточным пробегом ($L_{\text{сс}}$) 200 км, периодичностью проведения ТО-1 5000 км, периодичностью проведения ТО-2 15000 км и заданной программой планово-предупредительного

ремонта периодичностью 67000 км. Исходя из этого можно получить исходную информацию для расчета закрытой СМО. Для этого определим периодичность заезда каждого автомобиля (в днях): на ТО-1 – 25 дней, на ТО-2 – 75 дней, на ППР – 335 дней. Соответственно ежедневная интенсивность заездов составит: на ТО-1 – 1,16 автомобилей, на ТО-2 – 0,39 автомобилей, на ППР – 0,09 автомобилей. Исходя из этого, можно определить часовую интенсивность заездов, а, зная среднее время обслуживания автомобилей на ТО-1, 2 и ППР получаем возможность оценить оптимальное количество постов ТО-1,2 и ППР.

В случае если рабочие посты на АТП будут приняты специализированными, порядок расчета $M_{t_{\text{обсл}}}$, λ аналогичен, представленному в практической работе № 2.

Распределение статей затрат при работе постов представлено в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Распределение статей затрат

Статья затрат	Значение, руб.
$C_{\text{пр.а}}$	70
$C_{\text{ПР}}$	30
$C_{\text{ЗП}}$	35

В расчетах вместо величины $M_{t_{\text{обсл}}}$ будем использовать интенсивность обслуживания заявок:

$$\mu = \frac{1}{M_{t_{\text{обсл}}}} = \frac{1}{1,35} = 0,74,$$

и приведенную плотность процесса:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{7,39}{0,74} = 9,95.$$

Теперь можно непосредственно приступить к решению поставленной задачи, т.е. определению основных характеристик СМО и оптимизации количества обслуживающих постов.

Поясним порядок вычисления вероятностей состояний и основных характеристик СМО закрытых ремонтных предприятий с универсальными постами при $n = 1$.

Определим вероятности состояний системы. В связи с тем, что число заявок в очереди и на обслуживании (k) удовлетворяет условию $n \leq k \leq N$, то вероятности состояний системы будем определять всегда по формуле:

$$P_k = \frac{N! \alpha^k}{n! n^{k-n} \cdot (N-k)!} \cdot P_0;$$

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{29! \cdot 9,95^1}{1! \cdot 1^{1-1} \cdot (29-1)!} \cdot P_0 = 288,55 \cdot P_0; \quad P_2 = \frac{29! \cdot 9,95^2}{1! \cdot 1^{2-1} \cdot (29-2)!} \cdot P_0 = 80390,03 \cdot P_0; \\ P_3 &= \frac{29! \cdot 9,95^3}{1! \cdot 1^{3-1} \cdot (29-3)!} \cdot P_0 = 21596781,56 \cdot P_0; \quad P_4 = \frac{29! \cdot 9,95^4}{1! \cdot 1^{4-1} \cdot (29-4)!} \cdot P_0 = 5587087389 \cdot P_0; \\ P_5 &= \frac{29! \cdot 9,95^5}{1! \cdot 1^{5-1} \cdot (29-5)!} \cdot P_0 = 1,389 \cdot 10^{12} \cdot P_0; \quad P_6 = \frac{29! \cdot 9,95^6}{1! \cdot 1^{6-1} \cdot (29-6)!} \cdot P_0 = 3,319 \cdot 10^{14} \cdot P_0; \\ P_7 &= \frac{29! \cdot 9,95^7}{1! \cdot 1^{7-1} \cdot (29-7)!} \cdot P_0 = 7,595 \cdot 10^{16} \cdot P_0; \quad P_8 = \frac{29! \cdot 9,95^8}{1! \cdot 1^{8-1} \cdot (29-8)!} \cdot P_0 = 1,663 \cdot 10^{19} \cdot P_0; \\ P_9 &= \frac{29! \cdot 9,95^9}{1! \cdot 1^{9-1} \cdot (29-9)!} \cdot P_0 = 3,474 \cdot 10^{21} \cdot P_0; \quad P_{10} = \frac{29! \cdot 9,95^{10}}{1! \cdot 1^{10-1} \cdot (29-10)!} \cdot P_0 = 6,913 \cdot 10^{23} \cdot P_0; \\ P_{11} &= \frac{29! \cdot 9,95^{11}}{1! \cdot 1^{11-1} \cdot (29-11)!} \cdot P_0 = 1,307 \cdot 10^{26} \cdot P_0; \quad P_{12} = \frac{29! \cdot 9,95^{12}}{1! \cdot 1^{12-1} \cdot (29-12)!} \cdot P_0 = 2,341 \cdot 10^{28} \cdot P_0; \\ P_{13} &= \frac{29! \cdot 9,95^{13}}{1! \cdot 1^{13-1} \cdot (29-13)!} \cdot P_0 = 3,959 \cdot 10^{30} \cdot P_0; \quad P_{14} = \frac{29! \cdot 9,95^{14}}{1! \cdot 1^{14-1} \cdot (29-14)!} \cdot P_0 = 6,303 \cdot 10^{32} \cdot P_0; \\ P_{15} &= \frac{29! \cdot 9,95^{15}}{1! \cdot 1^{15-1} \cdot (29-15)!} \cdot P_0 = 9,408 \cdot 10^{34} \cdot P_0; \quad P_{16} = \frac{29! \cdot 9,95^{16}}{1! \cdot 1^{16-1} \cdot (29-16)!} \cdot P_0 = 1,310 \cdot 10^{37} \cdot P_0; \\ P_{17} &= \frac{29! \cdot 9,95^{17}}{1! \cdot 1^{17-1} \cdot (29-17)!} \cdot P_0 = 1,695 \cdot 10^{39} \cdot P_0; \quad P_{18} = \frac{29! \cdot 9,95^{18}}{1! \cdot 1^{18-1} \cdot (29-18)!} \cdot P_0 = 2,024 \cdot 10^{41} \cdot P_0; \\ P_{19} &= \frac{29! \cdot 9,95^{19}}{1! \cdot 1^{19-1} \cdot (29-19)!} \cdot P_0 = 2,215 \cdot 10^{43} \cdot P_0; \quad P_{20} = \frac{29! \cdot 9,95^{20}}{1! \cdot 1^{20-1} \cdot (29-20)!} \cdot P_0 = 2,204 \cdot 10^{45} \cdot P_0; \\ P_{21} &= \frac{29! \cdot 9,95^{21}}{1! \cdot 1^{21-1} \cdot (29-21)!} \cdot P_0 = 1,974 \cdot 10^{47} \cdot P_0; \quad P_{22} = \frac{29! \cdot 9,95^{22}}{1! \cdot 1^{22-1} \cdot (29-22)!} \cdot P_0 = 1,571 \cdot 10^{49} \cdot P_0; \\ P_{23} &= \frac{29! \cdot 9,95^{23}}{1! \cdot 1^{23-1} \cdot (29-23)!} \cdot P_0 = 1,094 \cdot 10^{51} \cdot P_0; \quad P_{24} = \frac{29! \cdot 9,95^{24}}{1! \cdot 1^{24-1} \cdot (29-24)!} \cdot P_0 = 6,533 \cdot 10^{52} \cdot P_0; \\ P_{25} &= \frac{29! \cdot 9,95^{25}}{1! \cdot 1^{25-1} \cdot (29-25)!} \cdot P_0 = 3,250 \cdot 10^{54} \cdot P_0; \quad P_{26} = \frac{29! \cdot 9,95^{26}}{1! \cdot 1^{26-1} \cdot (29-26)!} \cdot P_0 = 1,294 \cdot 10^{56} \cdot P_0; \\ P_{27} &= \frac{29! \cdot 9,95^{27}}{1! \cdot 1^{27-1} \cdot (29-27)!} \cdot P_0 = 3,861 \cdot 10^{57} \cdot P_0; \quad P_{28} = \frac{29! \cdot 9,95^{28}}{1! \cdot 1^{28-1} \cdot (29-28)!} \cdot P_0 = 7,684 \cdot 10^{58} \cdot P_0; \end{aligned}$$

$$P_{29} = \frac{29! \cdot 9,95^{29}}{1! \cdot 1^{29-1} \cdot (29-29)!} \cdot P_0 = 7,645 \cdot 10^{59} \cdot P_0.$$

Вероятность P_1 показывает вероятность нахождения одного автомобиля (из всего количества) в очереди или на обслуживании, вероятность P_2 показывает вероятность нахождения двух автомобилей в очереди или на обслуживании и т. д.

Учитывая, что $\sum_{k=0}^N P_k = 1$ и используя результаты расчета P_k , вычислим P_0 :

$$\sum_{k=0}^N P_k = 288,55 \cdot P_0 + 80390,03 \cdot P_0 + \dots + 7,645 \cdot 10^{59} \cdot P_0 = 1,$$

откуда вероятность полного простоя одного имеющегося поста обслуживания

$$P_0 = 1,182 \cdot 10^{-60}.$$

Исходя из этого:

$$\begin{aligned} P_1 &= 3,413 \cdot 10^{-58}; P_2 = 9,509 \cdot 10^{-56}; P_3 = 2,554 \cdot 10^{-53}; P_4 = 6,609 \cdot 10^{-51}; \\ P_5 &= 1,644 \cdot 10^{-48}; P_6 = 3,926 \cdot 10^{-46}; P_7 = 8,984 \cdot 10^{-44}; P_8 = 1,966 \cdot 10^{-41}; \\ P_9 &= 4,109 \cdot 10^{-39}; P_{10} = 8,177 \cdot 10^{-37}; P_{11} = 1,546 \cdot 10^{-34}; P_{12} = 2,769 \cdot 10^{-32}; \\ P_{13} &= 4,683 \cdot 10^{-30}; P_{14} = 7,456 \cdot 10^{-28}; P_{15} = 1,113 \cdot 10^{-25}; P_{16} = 1,55 \cdot 10^{-23}; \\ P_{17} &= 2,005 \cdot 10^{-21}; P_{18} = 2,394 \cdot 10^{-19}; P_{19} = 2,620 \cdot 10^{-17}; P_{20} = 2,607 \cdot 10^{-15}; \\ P_{21} &= 2,335 \cdot 10^{-13}; P_{22} = 1,858 \cdot 10^{-11}; P_{23} = 1,294 \cdot 10^{-9}; P_{24} = 7,728 \cdot 10^{-8}; \\ P_{25} &= 3,846 \cdot 10^{-6}; P_{26} = 0,000153; P_{27} = 0,00456; P_{28} = 0,0908; P_{29} = 0,904. \end{aligned}$$

Вычисляем абсолютную пропускную способность станции за час работы, авт.:

$$Q_{\text{абс}} = \lambda = 7,39.$$

Вычисляем максимально возможную пропускную способность станции за час работы, авт.:

$$Q_{\text{макс}} = \mu \cdot n, \quad Q_{\text{макс}} = 0,74 \cdot 1 = 0,74.$$

Определяем математическое ожидание длины очереди, авт.:

$$M[S] = \sum_{k=1}^{29} (k-n) \cdot P_k, \quad M[S] = 27,899.$$

Определяем среднее число каналов, простаивающих из-за отсутствия работы:

$$M[\gamma] = \sum_{k=0}^{n-1} (n-k) \cdot P_k, \quad M[\gamma] = 1,167 \cdot 10^{-60}.$$

Вычисляем математическое ожидание числа занятых каналов:

$$M[K] = n - M[\gamma], \quad M[K] = 1 - 1,167 \cdot 10^{-60} \approx 1.$$

Вычисляем коэффициент простоя каналов:

$$K_{\text{прост}} = \frac{M[\gamma]}{n}, \quad K_{\text{прост}} \frac{1,16746 \cdot 10^{-60}}{1} = 1,16746 \cdot 10^{-60}.$$

Вычисляем коэффициент занятости каналов:

$$K_{\text{занят}} = \frac{M[K]}{n}, \quad K_{\text{занят}} = \frac{1}{1} = 1.$$

Определяем среднее число заявок в СМО:

$$\bar{k} = M[K] + M[S], \quad \bar{k} = 1 + 27,889 = 28,899.$$

Определяем коэффициент простоя обслуживаемого объекта в очереди:

$$\beta_{\text{прост}} = \frac{M[S]}{N}, \quad \beta_{\text{прост}} = \frac{27,899}{29} = 0,962.$$

Вычисляем коэффициент использования объектов:

$$\beta_{\text{занят}} = 1 - \frac{\bar{k}}{N}, \quad \beta_{\text{занят}} = 1 - \frac{28,899}{29} = 0,00346.$$

Определяем среднее время ожидания в очереди автомобилем, не получившим отказ, час.:

$$t_{\text{ср.ожид}} = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{1 - \beta_{\text{занят}}}{\beta_{\text{занят}}} \right) - \frac{1}{\mu}, \quad t_{\text{ср.ожид}} = \frac{1}{7,39} \cdot \left(\frac{1 - 0,00346}{0,00346} \right) - \frac{1}{0,74} = 37,564.$$

Определяем среднее время пребывания автомобиля в системе, час.:

$$t_{\text{сум}} = t_{\text{ср.ожид}} + M_{t_{\text{обсл}}}, \quad t_{\text{сум}} = 37,5638 + 1,35 = 38,91.$$

Основные числовые характеристики функционирования АТП при $n = 1$ определены. В дальнейшем для построения графика оптимизации нам потребуются суммарные значения затрат, руб.:

$$C_O = t_{\text{сум}} \cdot M[S] \cdot C_{\text{пр.а}} + M[\gamma] \cdot C_{\text{ПП}} + n \cdot C_{\text{ЗП}},$$

$$C_O = 38,91 \cdot 27,899 \cdot 70 + 1,167 \cdot 10^{-60} \cdot 30 + 1 \cdot 35 = 76025,36.$$

Продолжим вычисления при $n = 2$.

Определим вероятности состояний системы. В связи с тем, что число заявок в очереди и на обслуживании (k) с начала удовлетворяет условию $1 \leq k < n$, а потом $n \leq k \leq N$, то вероятности состояний системы будем определять:

по формуле $P_k = \frac{N! \alpha^k}{k!(N-k)!} \cdot P_0$ определим вероятность

$$P_1 = \frac{29! \cdot 9,95^1}{1!(29-1)!} \cdot P_0 = 288,55 \cdot P_0,$$

а по формуле $P_k = \frac{N! \alpha^k}{n! n^{k-n} \cdot (N-k)!} \cdot P_0$ остальные вероятности

$$P_2 = \frac{29! \cdot 9,95^2}{2! \cdot 2^{2-2} \cdot (29-2)!} \cdot P_0 = 40195,02 \cdot P_0; \quad P_3 = \frac{29! \cdot 9,95^3}{2! \cdot 2^{3-2} \cdot (29-3)!} \cdot P_0 = 5399195,39 \cdot P_0;$$

$$P_4 = \frac{29! \cdot 9,95^4}{2! \cdot 2^{4-2} \cdot (29-4)!} \cdot P_0 = 698385923,7 \cdot P_0; \quad P_5 = \frac{29! \cdot 9,95^5}{2! \cdot 2^{5-2} \cdot (29-5)!} \cdot P_0 = 86861749258 \cdot P_0;$$

$$P_6 = \frac{29! \cdot 9,95^6}{2! \cdot 2^{6-2} \cdot (29-6)!} \cdot P_0 = 1,037 \cdot 10^{13} \cdot P_0; \quad P_7 = \frac{29! \cdot 9,95^7}{2! \cdot 2^{7-2} \cdot (29-7)!} \cdot P_0 = 1,187 \cdot 10^{15} \cdot P_0;$$

$$\begin{aligned}
P_8 &= \frac{29! \cdot 9,95^8}{2! \cdot 2^{8-2} \cdot (29-8)!} \cdot P_0 = 1,299 \cdot 10^{17} \cdot P_0; & P_9 &= \frac{29! \cdot 9,95^9}{2! \cdot 2^{9-2} \cdot (29-9)!} \cdot P_0 = 1,357 \cdot 10^{19} \cdot P_0; \\
P_{10} &= \frac{29! \cdot 9,95^{10}}{2! \cdot 2^{10-2} \cdot (29-10)!} \cdot P_0 = 1,35 \cdot 10^{21} \cdot P_0; & P_{11} &= \frac{29! \cdot 9,95^{11}}{2! \cdot 2^{11-2} \cdot (29-11)!} \cdot P_0 = 1,276 \cdot 10^{23} \cdot P_0; \\
P_{12} &= \frac{29! \cdot 9,95^{12}}{2! \cdot 2^{12-2} \cdot (29-12)!} \cdot P_0 = 1,143 \cdot 10^{25} \cdot P_0; & P_{13} &= \frac{29! \cdot 9,95^{13}}{2! \cdot 2^{13-2} \cdot (29-13)!} \cdot P_0 = 9,666 \cdot 10^{26} \cdot P_0; \\
P_{14} &= \frac{29! \cdot 9,95^{14}}{2! \cdot 2^{14-2} \cdot (29-14)!} \cdot P_0 = 7,694 \cdot 10^{28} \cdot P_0; & P_{15} &= \frac{29! \cdot 9,95^{15}}{2! \cdot 2^{15-2} \cdot (29-15)!} \cdot P_0 = 5,742 \cdot 10^{30} \cdot P_0; \\
P_{16} &= \frac{29! \cdot 9,95^{16}}{2! \cdot 2^{16-2} \cdot (29-16)!} \cdot P_0 = 3,399 \cdot 10^{32} \cdot P_0; & P_{17} &= \frac{29! \cdot 9,95^{17}}{2! \cdot 2^{17-2} \cdot (29-17)!} \cdot P_0 = 2,587 \cdot 10^{34} \cdot P_0; \\
P_{18} &= \frac{29! \cdot 9,95^{18}}{2! \cdot 2^{18-2} \cdot (29-18)!} \cdot P_0 = 1,544 \cdot 10^{36} \cdot P_0; & P_{19} &= \frac{29! \cdot 9,95^{19}}{2! \cdot 2^{19-2} \cdot (29-19)!} \cdot P_0 = 8,45 \cdot 10^{37} \cdot P_0; \\
P_{20} &= \frac{29! \cdot 9,95^{20}}{2! \cdot 2^{20-2} \cdot (29-20)!} \cdot P_0 = 4,2 \cdot 10^{39} \cdot P_0; & P_{21} &= \frac{29! \cdot 9,95^{21}}{2! \cdot 2^{21-2} \cdot (29-21)!} \cdot P_0 = 1,882 \cdot 10^{41} \cdot P_0; \\
P_{22} &= \frac{29! \cdot 9,95^{22}}{2! \cdot 2^{22-2} \cdot (29-22)!} \cdot P_0 = 7,49 \cdot 10^{42} \cdot P_0; & P_{23} &= \frac{29! \cdot 9,95^{23}}{2! \cdot 2^{23-2} \cdot (29-23)!} \cdot P_0 = 2,609 \cdot 10^{44} \cdot P_0; \\
P_{24} &= \frac{29! \cdot 9,95^{24}}{2! \cdot 2^{24-2} \cdot (29-24)!} \cdot P_0 = 7,788 \cdot 10^{45} \cdot P_0; & P_{25} &= \frac{29! \cdot 9,95^{25}}{2! \cdot 2^{25-2} \cdot (29-25)!} \cdot P_0 = 1,937 \cdot 10^{47} \cdot P_0; \\
P_{26} &= \frac{29! \cdot 9,95^{26}}{2! \cdot 2^{26-2} \cdot (29-26)!} \cdot P_0 = 3,855 \cdot 10^{48} \cdot P_0; & P_{27} &= \frac{29! \cdot 9,95^{27}}{2! \cdot 2^{27-2} \cdot (29-27)!} \cdot P_0 = 5,754 \cdot 10^{49} \cdot P_0; \\
P_{28} &= \frac{29! \cdot 9,95^{28}}{2! \cdot 2^{28-2} \cdot (29-28)!} \cdot P_0 = 5,725 \cdot 10^{50} \cdot P_0; & P_{29} &= \frac{29! \cdot 9,95^{29}}{2! \cdot 2^{29-2} \cdot (29-29)!} \cdot P_0 = 2,848 \cdot 10^{51} \cdot P_0.
\end{aligned}$$

Учитывая, что $\sum_{k=0}^N P_k = 1$ и используя результаты расчета P_k , вычислим P_0 :

$$\sum_{k=0}^N P_k = 288,55 \cdot P_0 + 40195,02 \cdot P_0 + \dots + 2,848 \cdot 10^{51} \cdot P_0 = 1,$$

откуда вероятность полного простоя одного имеющегося поста обслуживания

$$P_0 = 2,872 \cdot 10^{-52}.$$

Исходя из этого:

$$\begin{aligned}
P_1 &= 8,286 \cdot 10^{-50}; & P_2 &= 1,154 \cdot 10^{-47}; & P_3 &= 1,55 \cdot 10^{-45}; & P_4 &= 2 \cdot 10^{-43}; \\
P_5 &= 2,494 \cdot 10^{-41}; & P_6 &= 2,978 \cdot 10^{-39}; & P_7 &= 3,408 \cdot 10^{-37}; & P_8 &= 3,73 \cdot 10^{-35}; \\
P_9 &= 3,897 \cdot 10^{-33}; & P_{10} &= 3,877 \cdot 10^{-31}; & P_{11} &= 3,655 \cdot 10^{-29}; & P_{12} &= 3,282 \cdot 10^{-27};
\end{aligned}$$

$$P_{13} = 2,776 \cdot 10^{-25}; P_{14} = 2,21 \cdot 10^{-23}; P_{15} = 1,649 \cdot 10^{-21}; P_{16} = 1,148 \cdot 10^{-19};$$

$$P_{17} = 7,428 \cdot 10^{-18}; P_{18} = 4,434 \cdot 10^{-16}; P_{19} = 2,427 \cdot 10^{-14}; P_{20} = 1,207 \cdot 10^{-12};$$

$$P_{21} = 5,406 \cdot 10^{-11}; P_{22} = 2,151 \cdot 10^{-9}; P_{23} = 7,492 \cdot 10^{-8}; P_{24} = 2,236 \cdot 10^{-6};$$

$$P_{25} = 5,563 \cdot 10^{-5}; P_{26} = 0,0011; P_{27} = 0,0165; P_{28} = 0,164; P_{29} = 0,818.$$

Вычисляем абсолютную пропускную способность станции за час работы, авт.:

$$Q_{\text{абс}} = \lambda = \mathbf{7,39}.$$

Вычисляем максимально возможную пропускную способность станции за час работы, авт.:

$$Q_{\text{макс}} = \mu \cdot n, Q_{\text{макс}} = \mathbf{0,74 \cdot 2 = 1,48}.$$

Определяем математическое ожидание длины очереди, авт.:

$$M[S] = \sum_{k=2}^{29} (k-n) \cdot P_k, M[S] = 26,799.$$

Определяем среднее число каналов, простаивающих из-за отсутствия работы:

$$M[\gamma] = \sum_{k=0}^{n-1} (n-k) \cdot P_k, M[\gamma] = 8,239 \cdot 10^{-50}.$$

Вычисляем математическое ожидание числа занятых каналов:

$$M[K] = n - M[\gamma], M[K] = \mathbf{2 - 8,239 \cdot 10^{-50} \approx 2}.$$

Вычисляем коэффициент простоя каналов:

$$K_{\text{прост}} = \frac{M[\gamma]}{n}, K_{\text{прост}} = \frac{8,239 \cdot 10^{-50}}{\mathbf{2}} = 4,119 \cdot 10^{-50}.$$

Вычисляем коэффициент занятости каналов:

$$K_{\text{занят}} = \frac{M[K]}{n}, K_{\text{занят}} = \frac{2}{2} = 1.$$

Определяем среднее число заявок в СМО:

$$\bar{k} = M[K] + M[S], \bar{k} = 2 + 26,799 = 28,799.$$

Определяем коэффициент простоя обслуживаемого объекта в очереди:

$$\beta_{\text{прост}} = \frac{M[S]}{N}, \beta_{\text{прост}} = \frac{26,799}{29} = 0,924.$$

Вычисляем коэффициент использования объектов:

$$\beta_{\text{занят}} = 1 - \frac{\bar{k}}{N}, \beta_{\text{занят}} = 1 - \frac{28,799}{29} = 0,007.$$

Определяем среднее время ожидания в очереди автомобилем, не получившим отказ, час.:

$$t_{\text{ср.ожид}} = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{1 - \beta_{\text{занят}}}{\beta_{\text{занят}}} \right) - \frac{1}{\mu}, t_{\text{ср.ожид}} = \frac{1}{7,39} \cdot \left(\frac{1 - 0,007}{0,007} \right) - \frac{1}{1,48} = 18,041.$$

Определяем среднее время пребывания автомобиля в системе, час.:

$$t_{\text{сум}} = t_{\text{ср.ожид}} + M_{t_{\text{обсл}}}, t_{\text{сум}} = 18,041 + 1,35 = 19,391.$$

Основные числовые характеристики функционирования АТП при $n = 2$ определены. В дальнейшем для построения графика оптимизации нам потребуются суммарные значения затрат, руб.:

$$C_o = t_{\text{сум}} \cdot M[S] \cdot C_{\text{пр.а}} + M[\gamma] \cdot C_{\text{ПР}} + n \cdot C_{\text{ЗП}},$$

$$C_o = 19,391 \cdot 26,799 \cdot 70 + 8,239 \cdot 10^{-50} \cdot 30 + 2 \cdot 35 = 36439,65.$$

Порядок вычисления вероятностей состояний и основных характеристик СМО закрытых ремонтных предприятий с универсальными постами при $n = 3, 4$ и т. д. аналогичен представленному выше.

Задание

Автотранспортное предприятие имеет в своем составе N автомобилей. Среднесуточный пробег автомобилей составляет L километров. Периодичность проведения технического обслуживания №1 составляет 3000 км, технического обслуживания №2 – 9000 км. Посты для выполнения ТО – 1,2 являются универсальными. Автомобили работают 280 дней в году. Среднее время обслуживания автомобиля при ТО–1 составляет $M_{TO-1t_{обсл}}$, а при ТО–2 $M_{TO-2t_{обсл}}$.

Определить оптимальное количество постов для проведения технического обслуживания и характеристики работы автотранспортного предприятия (с построением графика).

При расчете экономических характеристик СМО учесть, что стоимость простоя одного автомобиля в течение единицы времени составляет – $C_{пр.а.}$, руб.; затраты, связанные с простоем одного канала в течение единицы времени – $C_{пп}$, руб.; расход средств на выплату зарплаты рабочим постов за единицу времени – $C_{зп}$, руб.

Дополнительные исходные данные для расчета выбрать по табл. 3.2.

Таблица 3.2

Таблица вариантов заданий

Вариант	N	L , км	$M_{TO-1t_{обсл}}$, час	$M_{TO-2t_{обсл}}$, час	$C_{пр.а.}$, руб.	$C_{пп}$, руб.	$C_{зп}$, руб.
1	2	3	4	5	6	7	8
1	12	472	0,96	1,85	120	48	66
2	14	484	1,12	2,16	155	62	85
3	15	490	1,20	2,31	160	64	88
4	17	502	1,36	2,62	210	84	116
5	25	553	2,04	3,93	250	100	138
6	19	514	1,52	2,93	180	72	99
7	22	532	1,76	3,39	165	66	91
8	24	544	1,92	3,70	230	92	127
9	13	583	2,44	4,70	280	112	154
10	24	544	1,92	3,70	115	46	63
11	25	400	1,19	3,00	145	58	80
12	23	420	1,25	3,15	190	76	105
13	26	330	0,98	2,48	250	100	138
14	15	370	1,10	2,78	280	112	154
15	17	290	0,57	1,43	270	108	149

Продолжение таблицы 3.2

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
16	22	280	0,54	1,35	150	60	83
17	18	270	0,80	2,03	193	77	106
18	19	360	1,07	2,70	199	80	109
19	20	240	0,71	1,80	262	105	144
20	28	280	0,83	2,10	312	125	172
21	24	368	1,43	1,91	224	90	123
22	26	444	1,51	2,01	206	82	113
23	14	534	1,70	2,28	287	115	158
24	16	544	1,51	2,01	349	140	192
25	19	482	1,55	2,06	143	57	79
26	15	510	1,78	2,38	181	72	100
27	17	607	1,05	1,40	237	95	130
28	17	483	1,13	1,51	312	125	172
29	21	378	1,23	1,64	349	140	192
30	28	406	1,47	1,96	336	134	185

Контрольные вопросы

1. Отличия закрытых систем массового обслуживания от открытых систем.
2. Параметры закрытых СМО: интенсивность потока заявок, интенсивность обслуживания, количество постов ожидания.
3. Вероятностные характеристики СМО: вероятность простоя СМО, вероятность, что будет занято k каналов обслуживания, вероятность отказа в обслуживании, вероятность обслуживания.
4. Абсолютные характеристики СМО: абсолютная пропускная способность, максимальная пропускная способность, средняя длина очереди, среднее число занятых каналов, среднее число свободных каналов, среднее время ожидания обслуживания, среднее время пребывания заявки в СМО.
5. Экономические характеристики СМО.
6. Оптимизация числа обслуживающих каналов.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Оптимизация номенклатуры запасных частей

Цель:

- изучение номенклатуры запасных частей, входящих в группы A , B , C ;

- научиться определять единый стоимостной и относительный стоимостный показатели для каждой запасной части;
- научиться определять номенклатуру запасных частей, входящих в группы *A, B, C* аналитическим методом.

Теоретические сведения

Хранить все выпускаемые в качестве запасных частей детали у дилера, и тем более на АТП (СТО), не рационально. Это приведет к значительному увеличению запасов, росту складских площадей и, самое главное, к неэффективному использованию запасов – большая их часть останется лежать “мертвым грузом”. С другой стороны, поскольку отказы деталей носят случайный характер, то теоретически в любой момент может понадобиться любая из запасных частей.

Под *номенклатурой запасных частей* понимается перечень наименований элементов автомобиля, составленных в определенной последовательности в соответствии с технической документацией предприятий-изготовителей.

Определение номенклатуры запасных частей и объемов хранения на складах разного уровня осуществляется различными методами. В основу наиболее распространенного положено деление всей номенклатуры запасных частей для каждой модели автомобиля по частоте спроса на группы *A, B* и *C*. Согласно данному методу вся номенклатура деталей конкретной модели автомобиля (с точки зрения спроса на них) делится на группы *A, B, C*: первая группа *A* – детали высокого спроса, *B* – среднего и *C* – детали редкого спроса.

Номенклатуру групп *A, B, C* можно определить с использованием графического и аналитического методов расчетов. Графический метод расчета прост в использовании, но имеет значительную погрешность.

При графическом способе (рис. 4.1) на оси ординат наносятся значения $q_{\sum i}$, на оси абсцисс – индексы 1, 2, ..., i , ..., N , соответствующие присвоенным номерам позиций номенклатуры запасных частей.

Точки с координатами $(q_{\sum i}; i)$ на графике соединяются плавной кривой $OO'D$, которая в общем случае является выпуклой. Затем проводится касательная LM к кумулятивной кривой $OO'D$, параллельно прямой OD .

Прямая OD соответствует равномерному распределению затрат по всей номенклатуре, т.е. характеризует долю «определенной» детали в общем показателе:

$$\bar{q}_{\Sigma i} = 100/N.$$

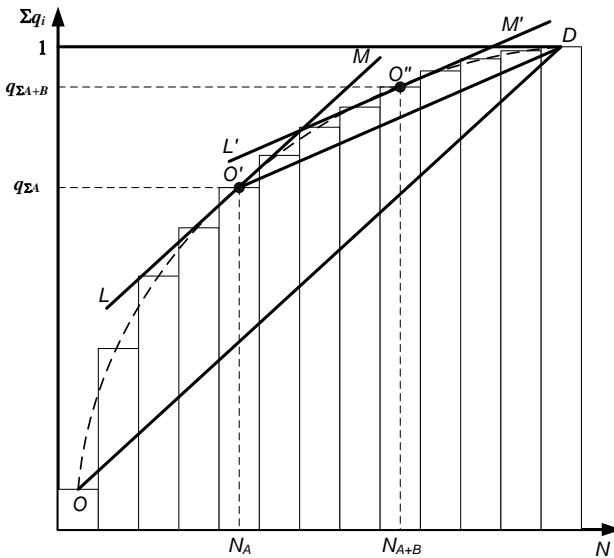


Рис. 4.1. Определение номенклатуры групп ABC

Абсцисса точки касания O' , округленная до ближайшего целого значения отделяет от всей номенклатуры деталей первую группу N_A (группа A), в которую входят детали с показателями $q_{\Sigma i} \geq \bar{q}_{\Sigma i}$

Соответственно ордината точки O' — $q_{\Sigma A}$ указывает долю группы деталей в общем показателе $q_{\Sigma i}$.

Продолжим деление на группы оставшейся номенклатуры деталей, воспользовавшись вышеописанным приемом. Соединим точку O' с точкой D и проведем касательную к кривой $O'O''D$, параллельную прямой $O'D$.

Абсцисса точки касания O'' делит оставшуюся номенклатуру деталей также на две группы: группа B и группа C .

Доля оставшейся «осредненной» детали составит:

$$\bar{q}_{\Sigma_j} = \frac{100 - q_{\Sigma_A}}{N - N_A},$$

где N_A - число деталей (номенклатура) группы A .

Таким образом, в группу B попадают детали с показателем q_{Σ_b} подчиняющимся неравенству:

$$\bar{q}_{\Sigma_j} \leq q_{\Sigma_b} \leq \bar{q}_{\Sigma_N}.$$

Следует указать, что если кривая $OO'O''D$ не выпуклая, то невозможно выделить ни одну из групп деталей; если кривая $O'O''D$ выпуклая, то невозможно выделить группы B и C .

Аналитический способ расчета позволяет определять номенклатуру групп с необходимой точностью и включает в себя несколько этапов.

На первом этапе расчетов вводится единый стоимостный показатель, отражающий все виды затрат, связанных с i -й запасной частью. Данный показатель рассчитывается для каждой детали с использованием формулы:

$$C_i = M_i \cdot (C_{зч_i} + C_{ТЭ_i} + C_{П_i}),$$

где M_i – количество i -х деталей, израсходованных за определенный интервал времени (или пробег автомобиля), шт; $C_{зч_i}$ – стоимость i -й детали, руб.; $C_{ТЭ_i}$ – стоимость трудозатрат на устранение отказа i -й детали, руб.; $C_{П_i}$ – потери прибыли предприятия, связанные с простоем автомобиля в ремонте, в частности, из-за отсутствия i -и запасной части, руб.

Полученные значения C_i ранжируются, располагаясь в убывающей последовательности:

$$C_a \geq C_b \geq \dots \geq C_i \geq \dots \geq C_m.$$

Затем производится присвоение новых индексов: $a = 1, b = 2, \dots, m = N$, где N – общее количество наименований деталей (номенклатура):

$$C_1 \geq C_2 \geq \dots \geq C_i \geq \dots \geq C_N.$$

Для удобства расчетов на втором этапе вводятся относительные величины рассматриваемых стоимостных показателей q_i (в процентах), тем самым производим нормирование показателей:

$$q_i = \frac{C_i}{\sum_{i=1}^N C_i} \cdot 100\%.$$

Для удобства расчетов количество деталей N целесообразно нормировать в интервале 0 - 1 и ввести аргумент x . Величины q_i суммируются нарастающим итогом $q_{\sum i} = \sum q_i$ и представляются в табличной форме в виде пар значений $(q_{\sum i}; x)$ для подбора аналитической зависимости.

В большинстве случаев используются две нелинейные зависимости:

$$q_{\sum i} = \sqrt{a_0 x + a_1 x^2},$$

$$q_{\sum i} = a x^b.$$

Выбор той или иной зависимости зависит от значения коэффициента корреляции (чем он выше, тем точнее зависимость).

На третьем этапе определяем коэффициенты зависимостей (a_0, a_1, a, b) с использованием метода наименьших квадратов (МНК). При определении коэффициентов, необходимо соблюдать начальные условия: первое - при $x = 0, q_{\sum i} = 0$; второе - при $x = 1, q_{\sum i} = 1$.

Методика определения коэффициентов представлена в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Методика определения коэффициентов зависимостей

Этапы методики	Зависимость $q_{\sum i} = \sqrt{a_0 x + a_1 x^2}$	Зависимость $q_{\sum i} = ax^b$
1. Преобразуем выражение	$q_{\sum i}^2 = Y = a_0 x + a_1 x^2$	$Lnq_{\sum i} = Y = Lna + bx$
2. Определим производные функции по коэффициентам	$\frac{dY}{da_1} = x^2, \frac{dY}{da_0} = x$	$\frac{dY}{dLna} = 1, \frac{dY}{db} = x$
3. Составим систему уравнений	$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (Y_i - a_1 x_i^2 - a_0 x_i) \cdot \frac{dY}{da_1} = 0 \\ \sum_{i=1}^n (Y_i - a_1 x_i^2 - a_0 x_i) \cdot \frac{dY}{da_0} = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \sum_{i=1}^n (Y_i - a_1 x_i^2 - a_0 x_i) \cdot x_i^2 = 0 \\ \sum_{i=1}^n (Y_i - a_1 x_i^2 - a_0 x_i) \cdot x_i = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \cdot x_i^2}{n} - a_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{n} - a_0 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^3}{n} = 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \cdot x_i}{n} - a_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^3}{n} - a_0 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} z_1 - a_1 \cdot z_2 - a_0 \cdot z_3 = 0 \\ z_4 - a_1 \cdot z_3 - a_0 \cdot z_5 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (Y_i - Lna - bx_i) \cdot \frac{dY}{dLna} = 0 \\ \sum_{i=1}^n (Y_i - Lna - bx_i) \cdot \frac{dY}{db} = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \sum_{i=1}^n (Y_i - Lna - bx_i) \cdot 1 = 0 \\ \sum_{i=1}^n (Y_i - Lna - bx_i) \cdot x = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} - Lna - b \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \cdot x_i}{n} - Lna \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - b \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} z_1 - Lna - b \cdot z_2 = 0 \\ z_3 - Lna \cdot z_2 - b \cdot z_4 = 0 \end{cases}$
4. Решаем систему уравнений методом Крамера	$\Delta = \begin{vmatrix} z_2 & z_3 \\ z_3 & z_5 \end{vmatrix} = z_2 \cdot z_5 - z_3^2$ $\Delta a_1 = \begin{vmatrix} z_1 & z_3 \\ z_4 & z_5 \end{vmatrix} = z_1 \cdot z_5 - z_3 \cdot z_4$ $\Delta a_0 = \begin{vmatrix} z_2 & z_1 \\ z_3 & z_4 \end{vmatrix} = z_2 \cdot z_4 - z_3 \cdot z_1$ $a_1 = \frac{\Delta a_1}{\Delta}, a_0 = \frac{\Delta a_0}{\Delta}$	$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & z_2 \\ z_2 & z_4 \end{vmatrix} = z_4 - z_2^2$ $\Delta Lna = \begin{vmatrix} z_1 & z_2 \\ z_3 & z_4 \end{vmatrix} = z_1 \cdot z_4 - z_3 \cdot z_2$ $\Delta b = \begin{vmatrix} 1 & z_1 \\ z_2 & z_3 \end{vmatrix} = z_3 - z_2 \cdot z_1$ $Lna = \frac{\Delta Lna}{\Delta} \Rightarrow a = e^{Lna}, b = \frac{\Delta b}{\Delta}$

Для определения координат точки O' (см. рис. 4.1) воспользуемся теоремой Лагранжа, согласно которой:

$$f'(x) = \frac{f(B) - f(A)}{x_B - x_A} = C, \quad (4.1)$$

где $f'(x)$ – производная функции $f(x)$ в точке касания; $f(B)$, $f(A)$ – значения функции $f(x)$ в начальной и конечной точках.

Решив уравнение (4.1) относительно x_A определим абсциссу и далее переходим к номенклатуре по формуле:

$$N_A = x_A \cdot N,$$

которая делит номенклатуру на две группы.

Вводим новую систему координат, принимая за начало отчета абсциссу x_A и ординату $q_{\sum_i}(x_A)$. В некоторых случаях с целью унификации расчета шкалы по осям могут быть вновь отнормированы. Таким образом, основное уравнение (4.1) записывается в виде:

$$f'(x) = \frac{f(B) - f(x_A)}{x_B - x_A}. \quad (4.2)$$

Пример. В результате анализа расходования запасных частей на предприятии были получены следующие данные (табл. 4.2).

Таблица 4.2

Исходные данные

Номер запасной части	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q_i	0,5	0,2	0,1	0,063	0,05	0,05	0,014	0,01	0,01	0,003

Для проведения расчетов отнормируем величину аргумента, а также просуммируем значение q_i нарастающим итогом (табл. 4.3)

Таблица 4.3

Отнормированные исходные данные

Величина аргумента x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$q_{\Sigma i}$	0,5	0,7	0,8	0,863	0,913	0,963	0,977	0,987	0,997	1

Используя метод наименьших квадратов, выполнив предварительно соответствующие преобразования, находим параметры зависимостей:

$$q_{\Sigma i} = \sqrt{a_0 x + a_1 x^2} - a_0 = 2,4585; a_1 = -1,4998,$$

$$q_{\Sigma i} = ax^b - a = 0,7328; b = 0,2688.$$

Результаты расчетов значений $q_{\Sigma i}$ по приведенным аналитическим зависимостям приведены в табл. 4.4.

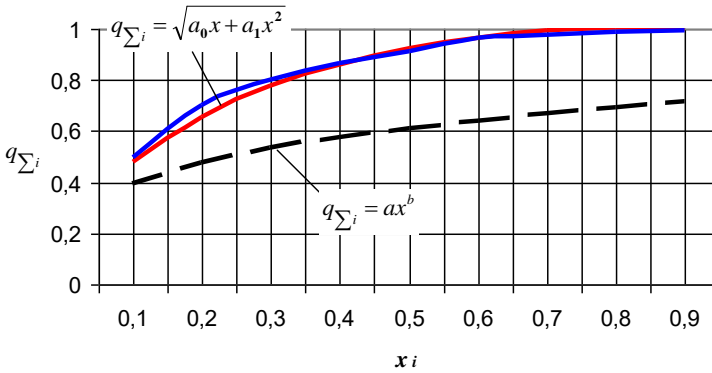
Таблица 4.4

Результаты расчета теоретических значений $q_{\Sigma i}$,

Величина аргумента x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
по $q_{\Sigma i} = \sqrt{a_0 x + a_1 x^2}$	0,48	0,66	0,78	0,86	0,92	0,97	0,99	1,00	1,00
по $q_{\Sigma i} = ax^b$	0,39	0,48	0,53	0,57	0,61	0,64	0,67	0,69	0,71

По результатам расчетов построен график (рис. 4.2).

Как видно из рис. 4.2 степенная зависимость (черная прерывистая линия) не точно описывает имеющиеся исходные данные (синяя линия). Таким образом, в качестве аналитической зависимости принимаем первую функцию (красная линия) $q_{\Sigma i} = \sqrt{a_0 x + a_1 x^2}$.

Рис. 4.2. Изменение $q_{\Sigma i}$

Для расчета абсциссы точки касания воспользуемся уравнением (4.1). Поскольку с одной стороны

$$f'(x) = (\sqrt{a_0 x + a_1 x^2})' = \frac{a_0 + 2a_1 x}{2\sqrt{a_0 x + a_1 x^2}},$$

а с другой стороны по теореме Лагранжа

$$f'(x) = C = 1$$

(получается подстановкой в уравнение (4.1) значений функции и аргумента в начальных и конечных точках, т. е. при $x = 0, y = 0$ и при $x = 1, y = 1$), получим

$$\begin{aligned} a_0 + 2a_1 x &= 2 \cdot C \cdot \sqrt{a_0 x + a_1 x^2}, \\ a_0^2 + 4a_0 a_1 x + 4a_1^2 x^2 &= 4C a_0 x + 4C a_1 x^2, \\ (4a_1^2 - 4C a_1) x^2 + (4a_1 a_0 - 4C a_0) x + a_0^2 &= 0. \end{aligned}$$

В результате решения квадратного уравнения, с подстановкой в него уже определенных коэффициентов, получим два корня – $x_1 = 1,28$ и $x_2 = 0,3$. Так как значение аргумента не может быть больше единицы, то истинным корнем является $x_A = x_2 = 0,3$.

Подставив полученное значение аргумента в исходную аналитическую зависимость получим относительную стоимостную оценку деталей группы A :

$$q_A = \sqrt{0,3 \cdot 2,405 - 0,3^2 \cdot 1,533} = 0,755.$$

Полученные значения указывают координаты точки O' – границы группы A (рис. 4.1). Домножив $x_A = 0,3$ на количество (номенклатуру) деталей данного узла N , получим, количественную оценку числа наименований деталей группы A .

Определим координаты точки O'' . При подстановке $x_A = 0,3$, $q_A = 0,755$ в формулу (4.2), находим

$$f'(x) = \frac{f(b) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{1 - 0,755}{1 - 0,3} = 0,35.$$

Затем по формуле

$$(4a_1^2 - 4Ca_1)x^2 + (4a_1a_0 - 4Ca_0)x + a_0^2 = 0$$

получим $x = x_{A+B} = 0,45$ и $q_{A+B} = 0,88$.

Если в качестве зависимости будет выбрана функция $q_{\sum i} = ax^b$, то методика оценивания номенклатуры групп будет иметь следующие позиции:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (ax^b)' = abx^{b-1}, \\ f'(x) &= C, \\ abx^{b-1} &= C, \\ x^{b-1} &= \frac{C}{ab}, \\ x &= {}^{b-1}\sqrt{\frac{C}{ab}}. \end{aligned}$$

Задание

По результатам анализа расхода запасных частей были получены данные по значениям единого стоимостного показателя (C_i) для различных деталей автомобиля (табл. 4.5 и 4.6). Исходя из имеющейся

информации, определить номенклатуру запасных частей входящих в группы A, B, C используя аналитический метод расчета.

Таблица 4.5

Таблица вариантов заданий

Номер элемента	Номера вариантов														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	Значение единого стоимостного показателя (C_i), руб.														
1	16340	40850	15712	9078	15712	23856	36765	18854	3631	32994	2623	7439	6840	848	3815
2	13440	33600	12923	7467	12923	19622	30240	15508	2987	27138	11426	32400	29793	3692	16615
3	33287	38280	30381	6076	6600	48599	34452	36457	2430	13860	15468	35280	13635	2703	14193
4	40174	46200	36667	7333	7966	58654	41580	44000	2933	16728	9861	22491	8692	1723	9048
5	3717	18585	7744	3204	2950	5427	16727	9293	1282	6195	15184	27144	10081	2567	9179
6	9760	48800	20333	8414	7746	14250	43920	24400	3366	16267	12778	22842	8484	2160	7724
7	9913	22800	8143	5429	4851	14473	20520	9771	2171	10187	5769	14580	7336	2314	8953
8	11409	26240	9371	6248	5583	16657	23616	11246	2499	11724	11481	29016	14599	4606	17817
9	15053	28600	8171	22880	17333	21977	25740	9806	9152	36400	19672	46080	16168	11378	63247
10	11116	21120	6034	16896	12800	16229	19008	7241	6758	26880	5394	12636	4434	3120	17344
11	8800	39600	9659	10732	11647	12848	35640	11590	4293	24459	9062	16200	8120	1565	7714
12	4500	20250	4939	5488	5956	6570	18225	5927	2195	12507	3464	6192	3104	598	2949
13	768	5220	1864	932	2747	1121	4698	2237	373	5769	14783	21870	9113	2627	19627
14	1094	7440	2657	1329	3916	1597	6696	3189	531	8223	14904	22050	9188	2649	19788
15	1797	8265	5700	2119	1816	2623	7439	6840	848	3815	33666	35280	19600	2703	30489
16	7826	36000	24828	9231	7912	11426	32400	29793	3692	16615	17039	17856	9920	1368	15431
17	10595	39200	11362	6759	6759	15468	35280	13635	2703	14193	16340	40850	15712	9078	15712
18	6754	24990	7243	4309	4309	9861	22491	8692	1723	9048	13440	33600	12923	7467	12923
19	10400	30160	8401	6417	4371	15184	27144	10081	2567	9179	33287	38280	30381	6076	6600
20	8752	25380	7070	5400	3678	12778	22842	8484	2160	7724	40174	46200	36667	7333	7966
21	3951	16200	6113	5786	4263	5769	14580	7336	2314	8953	3717	18585	7744	3204	2950
22	7863	32240	12166	11514	8484	11481	29016	14599	4606	17817	9760	48800	20333	8414	7746
23	13474	51200	13474	28444	30118	19672	46080	16168	11378	63247	9913	22800	8143	5429	4851
24	3695	14040	3695	7800	8259	5394	12636	4434	3120	17344	11409	26240	9371	6248	5583
25	6207	18000	6767	3913	3673	9062	16200	8120	1565	7714	15053	28600	8171	22880	17333
26	2372	6880	2586	1496	1404	3464	6192	3104	598	2949	11116	21120	6034	16896	12800
27	10125	24300	7594	6568	9346	14783	21870	9113	2627	19627	8800	39600	9659	10732	11647
28	10208	24500	7656	6622	9423	14904	22050	9188	2649	19788	4500	20250	4939	5488	5956
29	23059	39200	16333	6759	14519	33666	35280	19600	2703	30489	768	5220	1864	932	2747
30	11671	19840	8267	3421	7348	17039	17856	9920	1368	15431	1094	7440	2657	1329	3916

Таблица 4.6

Таблица вариантов заданий

Номер элемента	Номера вариантов														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Значение единого стоимостного показателя (C_i), руб.														
1	1797	8265	5700	2119	1816	7439	6840	848	3815	33666	2623	7439	6840	848	3815
2	7826	36000	24828	9231	7912	32400	29793	3692	16615	17039	11426	32400	29793	3692	16615
3	10595	39200	11362	6759	6759	35280	13635	2703	14193	16340	15468	35280	13635	2703	14193
4	6754	24990	7243	4309	4309	22491	8692	1723	9048	13440	9861	22491	8692	1723	9048
5	10400	30160	8401	6417	4371	27144	10081	2567	9179	33287	15184	27144	10081	2567	9179
6	8752	25380	7070	5400	3678	22842	8484	2160	7724	40174	12778	22842	8484	2160	7724
7	3951	16200	6113	5786	4263	14580	7336	2314	8953	3717	5769	14580	7336	2314	8953
8	7863	32240	12166	11514	8484	29016	14599	4606	17817	9760	11481	29016	14599	4606	17817
9	13474	51200	13474	28444	30118	46080	16168	11378	63247	9913	19672	46080	16168	11378	63247
10	3695	14040	3695	7800	8259	12636	4434	3120	17344	11409	5394	12636	4434	3120	17344
11	6207	18000	6767	3913	3673	16200	8120	1565	7714	15053	9062	16200	8120	1565	7714
12	2372	6880	2586	1496	1404	6192	3104	598	2949	11116	3464	6192	3104	598	2949
13	10125	24300	7594	6568	9346	21870	9113	2627	19627	8800	14783	21870	9113	2627	19627
14	10208	24500	7656	6622	9423	22050	9188	2649	19788	4500	14904	22050	9188	2649	19788
15	23059	39200	16333	6759	14519	35280	19600	2703	30489	768	9078	15712	23856	36765	18854
16	11671	19840	8267	3421	7348	17856	9920	1368	15431	1094	7467	12923	19622	30240	15508
17	23856	36765	18854	3631	32994	35280	19600	2703	30489	23059	6076	6600	48599	34452	36457
18	19622	30240	15508	2987	27138	17856	9920	1368	15431	11671	7333	7966	58654	41580	44000
19	48599	34452	36457	2430	13860	40850	15712	9078	15712	23856	3204	2950	5427	16727	9293
20	58654	41580	44000	2933	16728	33600	12923	7467	12923	19622	8414	7746	14250	43920	24400
21	5427	16727	9293	1282	6195	38280	30381	6076	6600	48599	5429	4851	14473	20520	9771
22	14250	43920	24400	3366	16267	46200	36667	7333	7966	58654	6248	5583	16657	23616	11246
23	14473	20520	9771	2171	10187	18585	7744	3204	2950	5427	22880	17333	21977	25740	9806
24	16657	23616	11246	2499	11724	48800	20333	8414	7746	14250	16896	12800	16229	19008	7241
25	21977	25740	9806	9152	36400	22800	8143	5429	4851	14473	10732	11647	12848	35640	11590
26	16229	19008	7241	6758	26880	26240	9371	6248	5583	16657	5488	5956	6570	18225	5927
27	12848	35640	11590	4293	24459	28600	8171	22880	17333	21977	932	2747	1121	4698	2237
28	6570	18225	5927	2195	12507	21120	6034	16896	12800	16229	1329	3916	1597	6696	3189
29	1121	4698	2237	373	5769	39600	9659	10732	11647	12848	25740	9806	9152	36400	22800
30	1597	6696	3189	531	8223	20250	4939	5488	5956	6570	19008	7241	6758	26880	26240

Контрольные вопросы

1. Номенклатура запасных частей, входящих в группы A, B, C .
2. Графический метод расчета номенклатуры групп A, B, C .
3. Оценка единого стоимостного показателя и относительного стоимостного показателя.
4. Выбор аналитической зависимости описания изменения относительного стоимостного показателя. Методика расчета коэффициентов аналитических зависимостей.

5. Методика расчета номенклатуры группы A с использованием аналитических зависимостей.

6. Методика расчета номенклатуры групп B и C с использованием аналитических зависимостей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленных методических указаниях рассмотрены вопросы:

1. Расчета характеристик параметров разомкнутой СМО с универсальными постами. Получаемые значения позволяют оценивать оптимальное количество постов обслуживания, что в дальнейшем даст возможность оценить показатели производственной программы предприятия.

2. Расчета характеристик параметров разомкнутой СМО со специализированными постами. Получаемые значения позволяют оценивать оптимальное количество постов обслуживания для выполнения специализированных работ.

3. Расчета характеристик параметров замкнутой СМО с универсальными постами. Получаемые значения позволяют оценивать оптимальное количество постов обслуживания автотранспортных компаний и фирм, эксплуатирующих собственный подвижной состав.

4. Оценки номенклатуры групп запасных частей, входящих в материальные запасы предприятий. Это в дальнейшем даст возможность направить усилия инженерно-технической службы предприятия на детали, лимитирующие надежность.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Булгаков, Н.Ф. Управление качеством профилактики авто-транспортных средств. Моделирование и оптимизация Учеб. пособие / Н.Ф. Булгаков. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2002. –184 с.
2. Кузнецов, Е.С. Техническая эксплуатация автомобилей: Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и дополн. / Е.С. Кузнецов, А.П. Болдин, В.М. Власов и др. М.: Наука, 2001. – 535 с.
3. Лукинский, В.С. Логистика автомобильного транспорта: концепция, методы, модели / В.С. Лукинский, В.И. Бережной, Е.В. Бережная, И.К. Цвиринько. М.: Финансы и статистика, 2000. – 280 с.
4. Малкин, В.С. Техническая эксплуатация автомобилей: Теоретические и практические аспекты: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.С. Малкин. – М.: ИЦ «Академия», 2007. – 288 с.