

### Индивидуальное домашнее задание по теории вероятностей для НФИбд-05-22 (3 семестр).

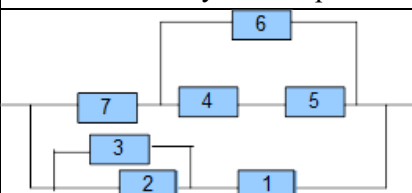
1. В наборе  $n_1$  шаров белого цвета,  $n_2$  шаров синего и  $n_3$  шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают  $m$  шаров. Найдите вероятности указанных в варианте событий.
2. Из колоды в 52 карты наугад (без возвращения) извлекаются четыре. Найти вероятность указанных в варианте событий.
3. Консультация перед экзаменом должна начаться между 11.00 и 12.00. Преподаватель и студенты забыли уточнить время. Если преподаватель приходит первым в указанное время, а студентов еще нет, то преподаватель ждет студентов не более 20 минут. Если же студенты пришли первыми, то они ждут преподавателя не более 15 минут. Нарисовать указанное в варианте событие и найти его вероятность.
4. Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События  $A_i$ ,  $i=1, \dots, 7$ , — отказы элементов за заданный промежуток времени.
  - а) Выразите через события  $A_i$  события  $A$  и  $\bar{A}$ , где  $A$  — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
  - б) Считая, что события  $A_i$  независимы в совокупности и имеют вероятности  $P(A_i) = p_i$ ,  $i = \overline{1, 7}$ , вычислите вероятность события  $A$ .
5. В первой урне находятся  $n_1$  белых и  $m_1$  черных шаров, во второй урне —  $n_2$  белых и  $m_2$  черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад  $k_1$  шаров, затем так же наугад перекладывается из второй урны в первую  $k_2$  шаров.
  - а) Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта.
  - б) После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили  $l$  черных шаров.
6. Вероятность попадания в цель при любом из  $n$  выстрелов равна  $p$ . Найдите вероятность того, что произойдет:
  - а) Ровно  $m$  попаданий.
  - б) Не более  $m$  попаданий.
  - в) Не менее  $m$  попаданий
  - г) От  $m_1$  до  $m_2$  попаданий.
7. Определите вероятность того, что среди  $n_1$  изготовленных изделий бракованными окажутся:
  - а) ровно  $m$  изделий.
  - б) не более  $k$  изделийесли вероятность брака равна  $p_1$  и определите вероятность того, что среди  $n_2$  изготовленных изделий бракованными окажутся
  - в) ровно  $l$  изделий.
  - г) от  $m_1$  до  $m_2$  изделийесли вероятность брака равна  $p_2$
8. В наборе  $n_1$  шаров белого цвета,  $n_2$  шаров синего и  $n_3$  шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают  $m$  шаров. Случайная величина  $\xi$  — число вынутых синих шаров (**варианты 1-10 ИДЗ**), шаров белого цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), красного цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:
  - а) Ряд распределения случайной величины  $\xi$ .
  - б) Вероятность попадания случайной величины  $\xi$  в интервалы  $(x_1; x_2)$ ,  $[x_1; x_2)$ ,  $(x_1; x_2]$ ,  $[x_1; x_2]$ .
  - в) Найдите ряд распределения случайных величин  $\eta$  и  $\mu$
9. Непрерывная случайная величина  $\xi$  имеет плотность распределения  $p(x)$ . Найдите:
  - а) Константу  $A$
  - б) Функцию распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.
  - в) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины  $\eta = a(\xi + b)^3 + c$ .
  - г) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины  $\mu = a(\xi - b)^2 + c$
10. В условиях задачи 8 выбирают  $m$  шаров. Пусть  $\xi$  число вынутых белых шаров, а через  $\eta$  — красных. Найдите:
  - а) Совместное распределение случайных величин  $\xi$  и  $\eta$  (ряд распределения).
  - б) Ряды распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$
  - в) Условные распределения случайной величины  $\xi$  при условии  $\eta$ , случайной величины  $\eta$  при условии  $\xi$ , проверить случайные величины на независимость
  - г) Значения двумерной функции распределения  $F_{\xi\eta}(x; y)$  в заданных точках  $(x; y)$
  - д) Ряд распределения новой случайной величины  $\mu = f(\xi, \eta)$

- е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины  $(\mu_1; \mu_2)$
11. В четырехугольник с вершинами в точках  $(a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2)$  в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть  $\xi$  и  $\eta$  – координаты по оси X и Y точки падения частицы. Найдите:
- Совместную функцию распределения  $F_{\xi\eta}(x, y)$  случайной величины  $(\xi; \eta)$  и совместную плотность распределения случайной величины  $(\xi; \eta)$ .
  - Одномерные плотности и функции распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины  $\xi$  при условии  $\eta$ , и случайной величины  $\eta$  при условии  $\xi$ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
  - Значение функции распределения случайной величины  $\mu = g(\xi, \eta)$  в точке  $z$
12. Совместная плотность распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$  задана формулой
- $$p_{\xi,\eta}(x; y) = C(ax^\alpha + by^\beta), \quad (x; y) \in D$$
- где область  $D$  задана в варианте. Найдите:
- Постоянную  $C$ .
  - Значения двумерной функции распределения  $F_{\xi\eta}(x; y)$  в заданных точках  $(x; y)$
  - Одномерные плотности и функции распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины  $\xi$  при условии  $\eta$  и случайной величины  $\eta$  при условии  $\xi$ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
  - Вычислите вероятность попадания вектора  $(\xi, \eta)$  в треугольник с вершинами в точках  $(z_1; z_2), (u_1; u_2), (v_1; v_2)$ . (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)
  - Значение функции распределения  $F_\mu(z)$  новой случайной величины  $\mu = g(\xi, \eta)$  в точке  $z$ . (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)

### Распределение баллов (15 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7
1 балл	1 балл	1 балл	1 балл	1 балл	1 балл	1 балл

Задача 8	Задача 9	Задача 10	Задача 11	Задача 12
1 балл	2 балла	2 балла	1 балл	2 балла

3	№ задачи	Данные
	1.	$n_1 = 4, n_2 = 5, n_3 = 4, m = 6.$ Событие $A = \{\text{синих шаров достали больше, чем белых}\}$ , событие $B = \{\text{достали нечетное число синих шаров}\}$
	2.	Событие $A = \{\text{хотя бы два короля}\}$ , событие $B = \{\text{хотя бы два черных короля}\}$
	3.	Студенты пришли после 11.20, консультация началась до 11.45
	4.	 $p_1 = 0,2, p_2 = 0,1, p_3 = 0,2, p_4 = 0,1,$ $p_5 = p_6 = p_7 = 0,1.$
	5.	$n_1 = 5, m_1 = 3, n_2 = 3, m_2 = 4, k = 4, l = 3.$
	6.	$n = 7, p = 0,8, m = 3, m_1 = 2, m_2 = 5.$
	7.	$p_1 = 0,005; n_1 = 1000; m = 3; k = 5.$ $p_2 = 0,095; n_2 = 1600; l = 110; m_1 = 105; m_2 = 180$
	8.	$n_1 = 6, n_2 = 4, n_3 = 5, m = 7$ $x_1 = 2, \quad x_2 = 5.$ $\mu =  \xi^2 - \xi^3 , \quad \eta = 4 - (2 - \xi)^2$
	9.	$p_\xi(x) = \begin{cases} A( x^3 - 1  + 2), & -3 \leq x \leq 3 \\ 0, & x < -3, x > 3 \end{cases}$ $a = 2, \quad b = -1, \quad c = 2.$
	10.	$(x; y) = (7; 3), (3; 8), (2; 4);$ $\mu = \xi \cos \pi \eta$ $\mu_1 = 2(\xi + 2) - 3(\eta - 1); \mu_2 = \eta - (\xi + 2)$
	11.	$(a_1, a_2) = (-4; 1), (b_1, b_2) = (-4; 5), (c_1, c_2) = (1; 5), (d_1, d_2) = (1; 1)$ $\mu = \xi - 3\eta, z = -9$
	12.	$a = 2, \alpha = 2, b = 1, \beta = 2,$ $D = \{(x; y): x = -3, \quad y = -1, \quad y = -x^2\}$ $(x; y) = (0; -4)$ $(z_1, z_2) = (-3; 0), (u_1, u_2) = (-2; -4), (v_1, v_2) = (0; 0);$ $\mu = \xi^2 + 2\eta, z = 8$