

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»

А. И. Притыкин, Д.А. Романюта

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Учебно-методическое пособие по расчетно-графическим работам
для студентов, обучающихся в бакалавриате по направлению подготовки
**26.03.02- Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов мор-
ской инфраструктуры**

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2021

Рекомендуемая к использованию литература

а) Основная:

1. Кривошапко, С.Н Соппротивление материалов. Теория и практикум : учеб. пособие / С. Н. Кривошапко ; ред.: С.И. Трушин, С. П. Иванов ; РУДН. - Москва : Юрайт, 2014. - 413 с.
2. Феодосьев В.И.Соппротивление материалов: учеб. пособие для вузов – 10-е изд., перераб. И доп. - М.: МГТУ им.Н.Э.Баумана, 1999.-592с.
3. Исаченко, В.В. Соппротивление материалов : рук. к решению задач : учеб. пособие / В. В. Исаченко, М. И. Мартиросов, В. И. Щербаков ; Федер. агентство по образованию ; НИЯУ "МИФИ. - Москва : [НИЯУ "МИФИ"], 2010 - . Ч. 1. - 288 с.

б) Дополнительная:

4. Александров А.В. Соппротивление материалов: учеб. пособие для вузов/А.В. Александров, В.Д.Потапов, Б.П.Державин. – М.: Высш. шк., 2003.-560с.
5. Прочность судов внутреннего плавания [Текст] : Справочник / [В.В. Давыдов, Н.В. Маттес, И.Н. Сиверцев, И.И. Трянин]. - Москва : Речной транспорт, 1958. - 755 с.
6. Строительная механика корабля и основы теории упругости: учебник / [науч. ред. В. А. Постнов]. - Ленинград : Судостроение, 1972. – 720 с.

Расчетно-графическая работа №4

РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНОЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ БАЛКИ, ЛЕЖАЩЕЙ НА ЖЕСТКИХ ОПОРАХ, МЕТОДОМ ТРЕХ МОМЕНТОВ

Литература: [5], с.154-162; 6], с.309-319

Исходные данные определяются по табл.3 и схемам Приложения Г.

Материал балки - сталь, допускаемые нормальные напряжения $[\sigma] = 160$ МПа, модуль упругости I рода $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Таблица 3 - Исходные данные к РГР № 4

а,б	№ схемы		а, м	b/a	с/а	q, кН/м	J_{12}/J_{01}	J_{23}/J_{01}	J_{34}/J_{01}
	1-я цифра	2-я цифра							
1	0	9	1,0	0,15	0,60	20	0,5	2,0	1,5
2	1	8	1,5	0,20	0,55	25	0,6	1,9	1,4
3	0	7	2,0	0,25	0,50	30	0,7	1,8	1,3
4	1	6	2,5	0,30	0,45	35	0,8	1,7	1,2
5	0	5	3,0	0,35	0,40	40	0,9	1,6	1,1
6	1	4	2,5	0,40	0,35	45	1,0	1,5	1,0
7	0	3	2,0	0,45	0,30	50	1,1	1,4	1,1
8	1	2	1,5	0,50	0,25	55	1,2	1,3	1,2
9	0	1	1,0	0,55	0,20	60	1,3	1,2	1,3
0	1	0	1,5	0,60	0,15	65	1,4	1,1	1,4
	в	б	а	в	а	б	б	а	в

Примечание: Расстояния «b» и «с» берутся в долях от того пролета балки, в котором расположен силовой фактор.

Порядок выполнения РГР №4

1. Вычислить степень статической неопределимости рассчитываемой балки, определив количество реакций и уравнений статики.
2. Мысленно разрезать балку на всех промежуточных опорах, а также на опорах, имеющих жесткую заделку. В этих местах ввести шарниры и приложить опорные моменты.

Примечание: при наличии загруженной консоли, нагрузки на нее заменяются главным вектором и моментом, приложенными на ближайшей опоре.

3. Составить уравнения совместности деформаций смежных пролетов. При составлении выражения для углов поворота от соответствующих нагрузок, пользоваться приложением 3.

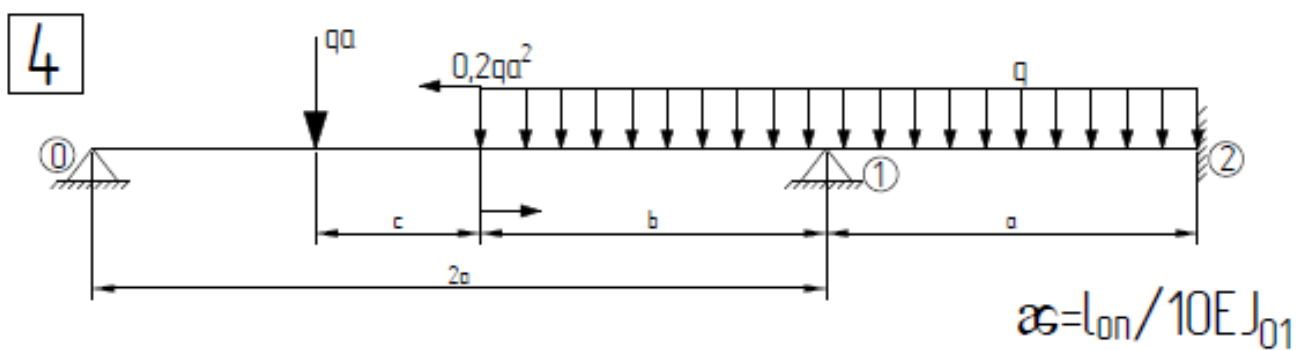
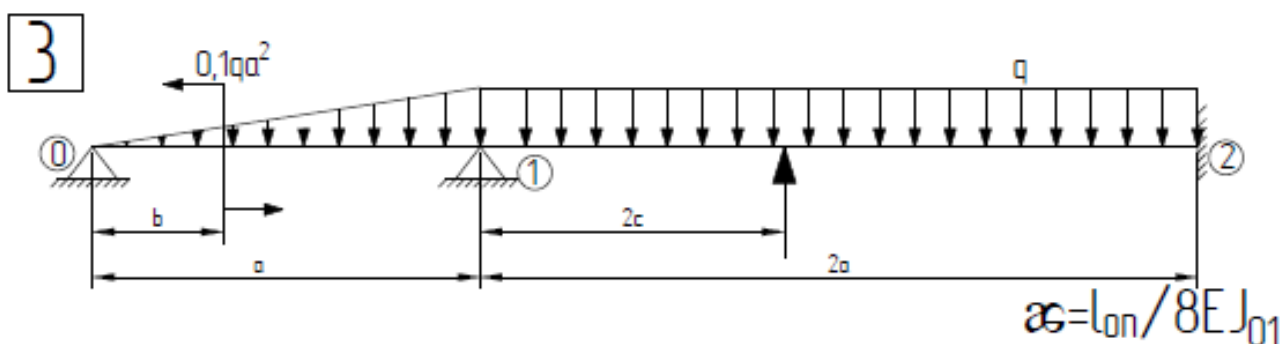
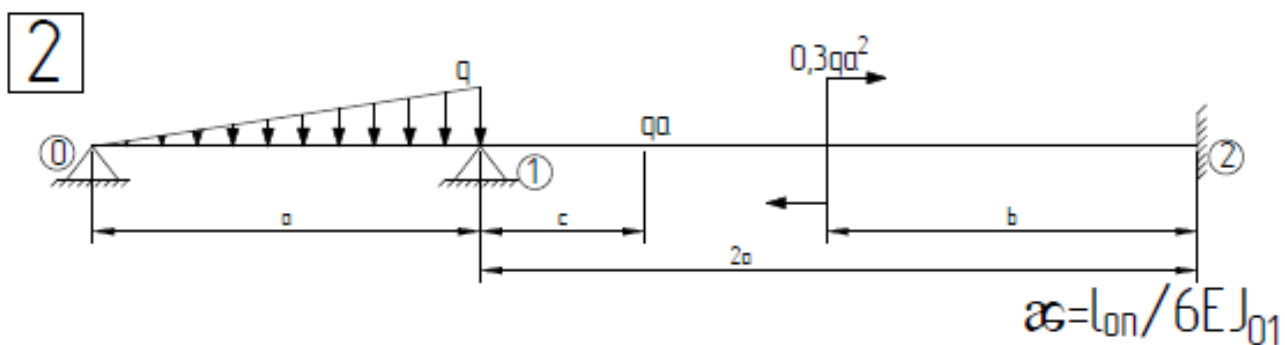
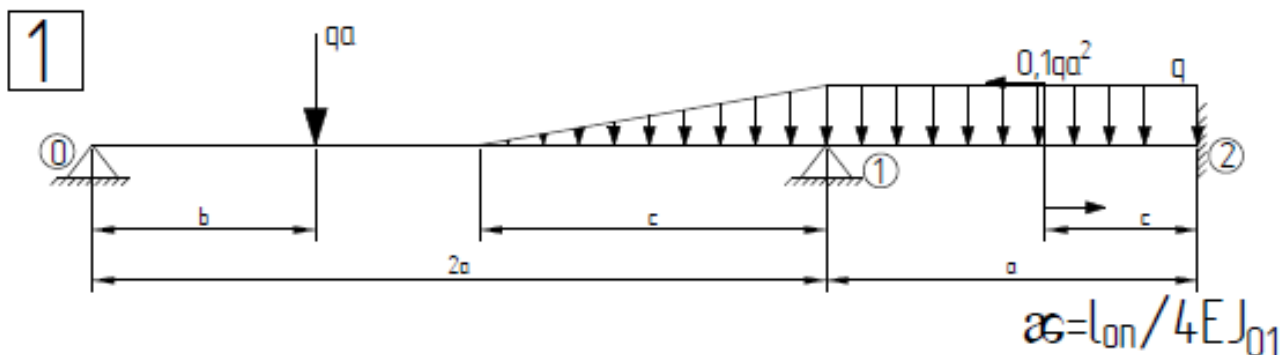
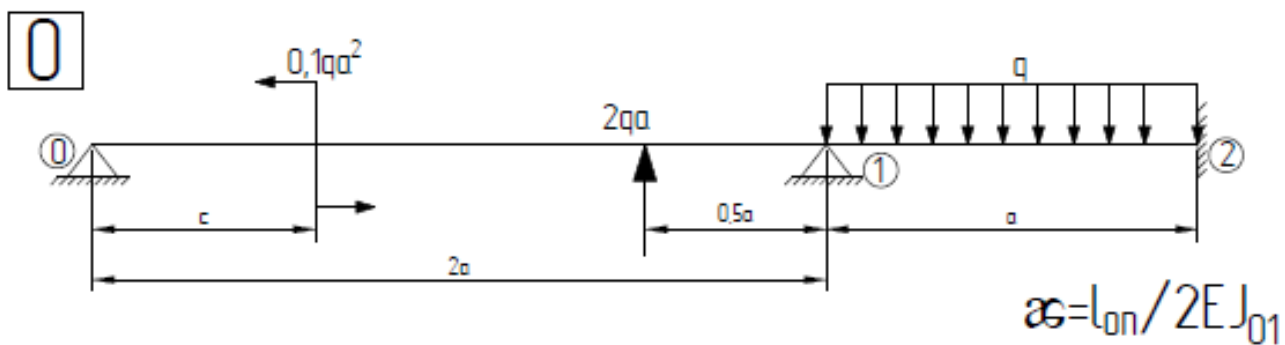
Примечание: при определении углов поворота концевых сечений однопролетных балок под воздействием внешнего сосредоточенного момента, необходимо обратить внимание на знаки углов. Если момент приложен в сечении, проходящем через промежуточную опору, этот момент может быть отнесен к любому смежному пролету.

4. Определить значения опорных моментов. Произвести проверку правильности решения системы уравнений.
5. Построить эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил для каждого пролета неразрезной балки отдельно, рассматривая каждый пролет как двухопорную, статически определимую балку. При этом к балке (пролету неразрезной балки) должны быть приложены все внешние нагрузки и опорные моменты.
6. Построить итоговые эпюры перерезывающих сил и изгибающих моментов исходной балки, путем «склеивания» эпюр смежных пролетов. При этом, значения моментов на смежных опорах должны быть одинаковыми.
7. Проверить равновесие балки в целом с помощью уравнений статики.

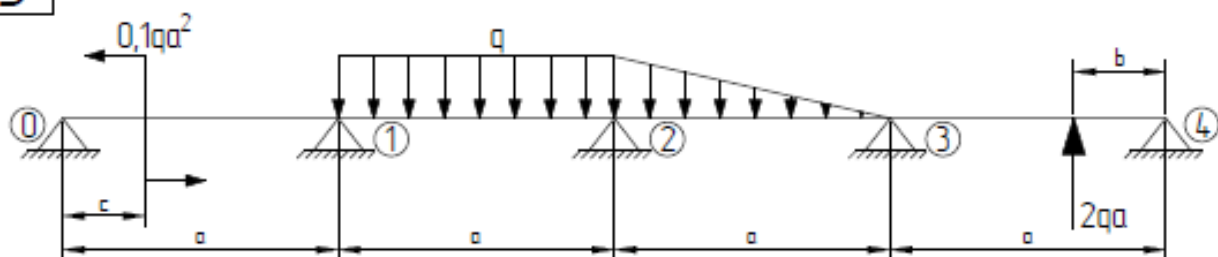
Вопросы для самоконтроля:

1. Какая балка называется неразрезной?
2. Какая балка считается статически неопределимой?
3. Как определить степень статической неопределимости балки?
4. Раскрыть суть метода трех моментов, как одно из методов раскрытия статической неопределимости балки.
5. Что такое уравнение совместности деформаций?
6. Как учесть консоль в методе трех моментов?
7. Как установить правило знаков в методе трех моментов?
8. Почему положение сосредоточенного момента в пролете может по-разному влиять на составление выражений углов поворота сечений на опорах?
9. Как проверить правильность расчета опорных моментов?
10. Как строятся итоговые эпюры внутренних силовых факторов заданной балки?
11. К какому пролету относить момент, приложенный на промежуточной опоре?
12. Почему угол поворота сечения в заделке равен 0, а на опоре не равен 0?

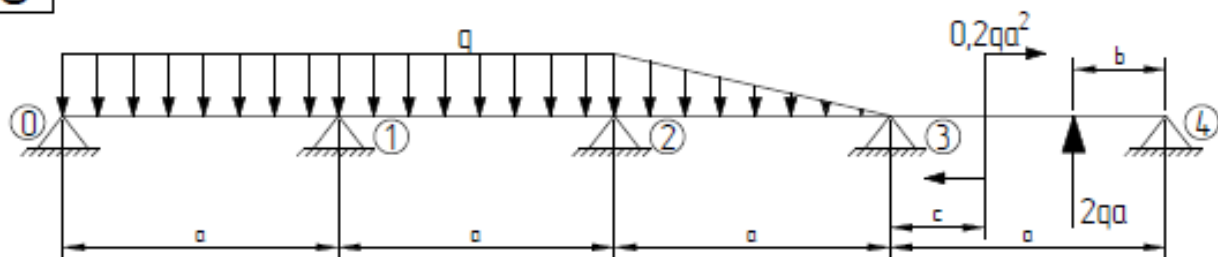
13. Должны ли быть равны значения моментов на смежных опорах при «склеивании» эпюр смежных пролетов? Почему?
14. Должны ли быть равны значения перерезывающих сил на смежных опорах при «склеивании» эпюр смежных пролетов? Почему?



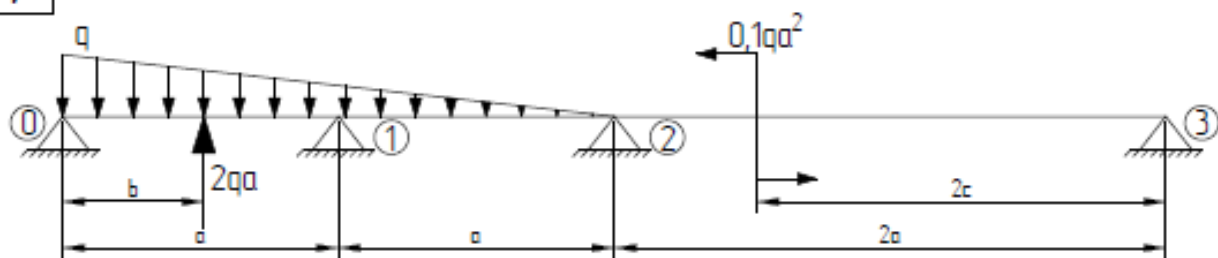
5



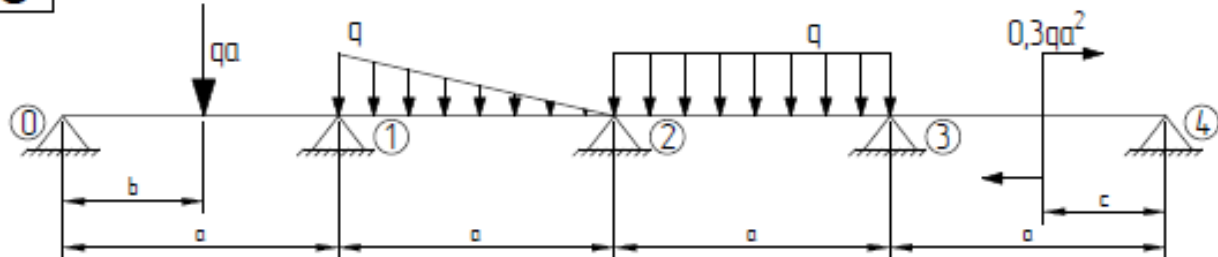
6



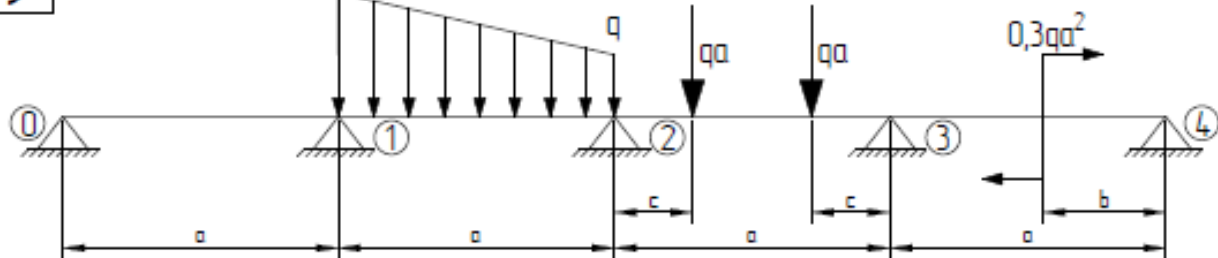
7



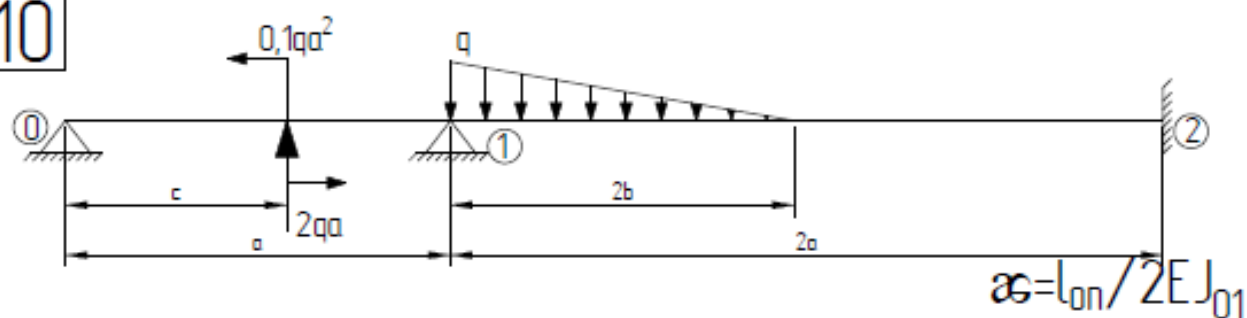
8



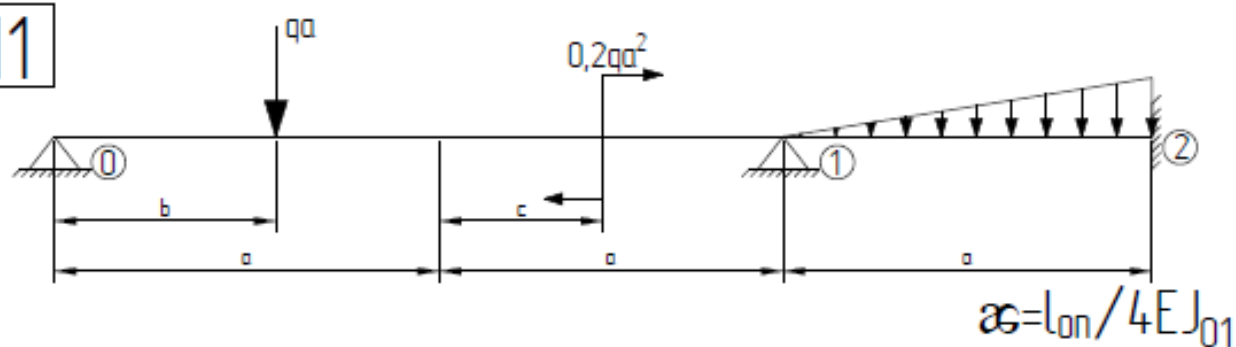
9



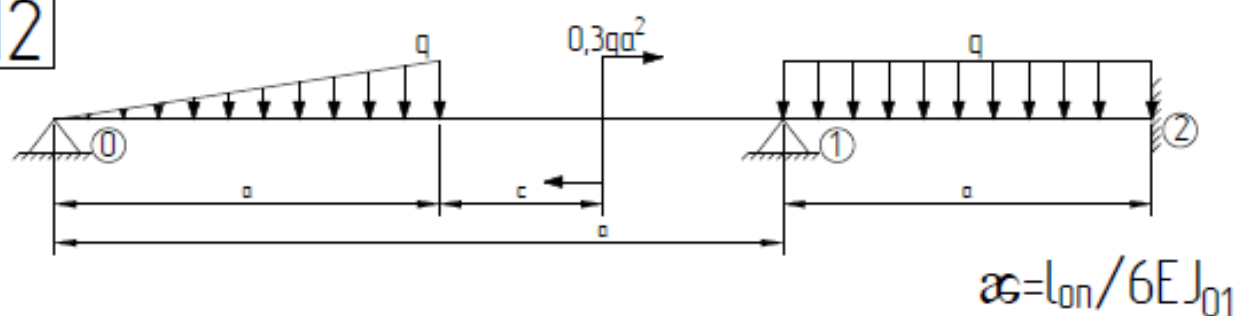
10



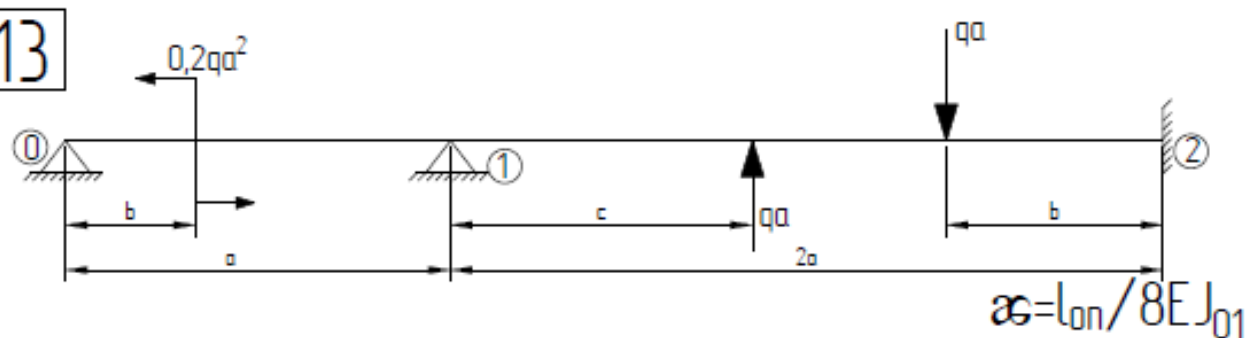
11



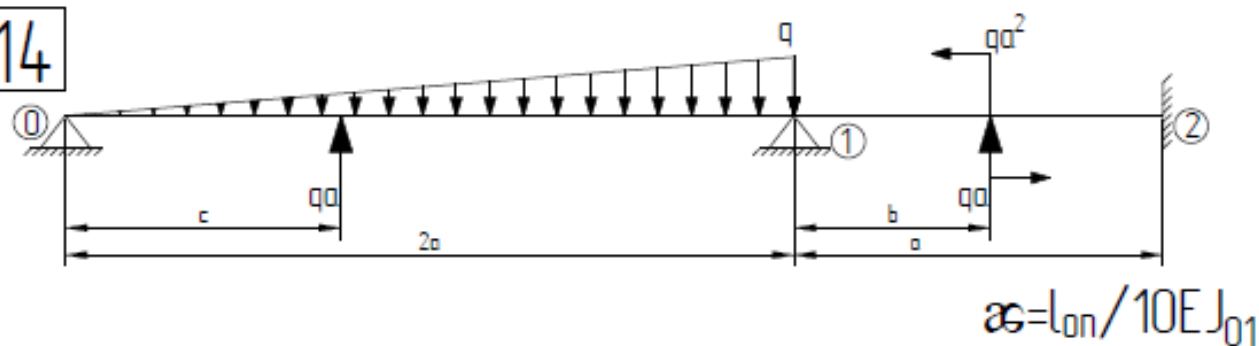
12



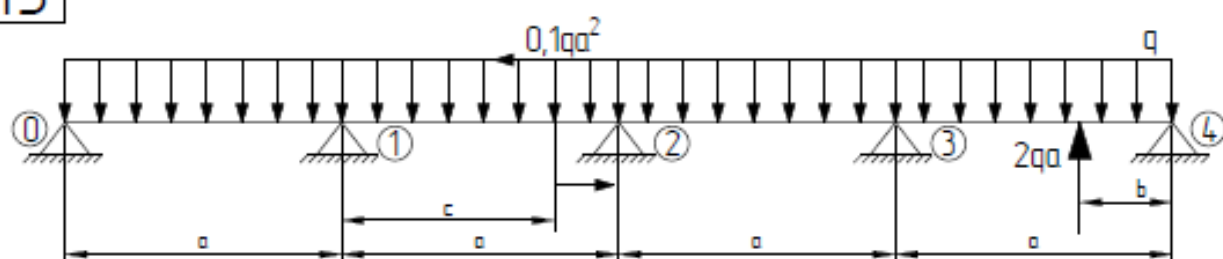
13



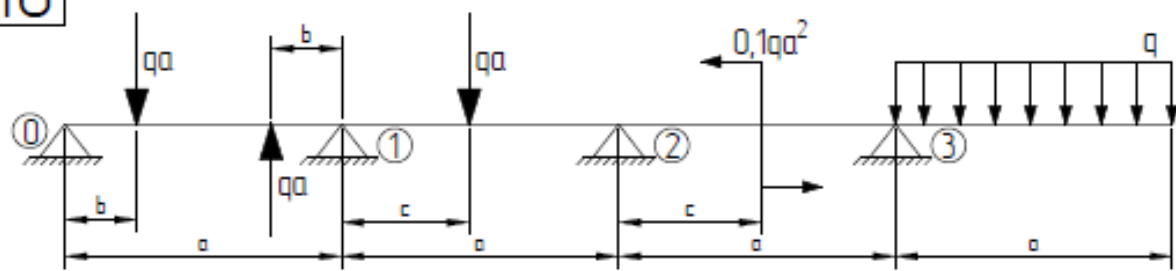
14



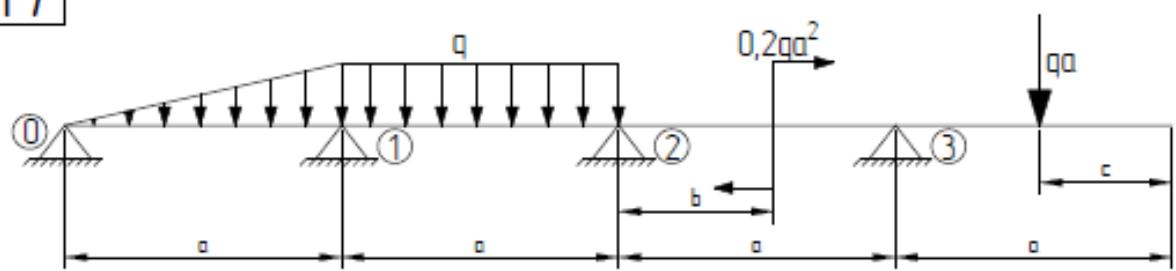
15



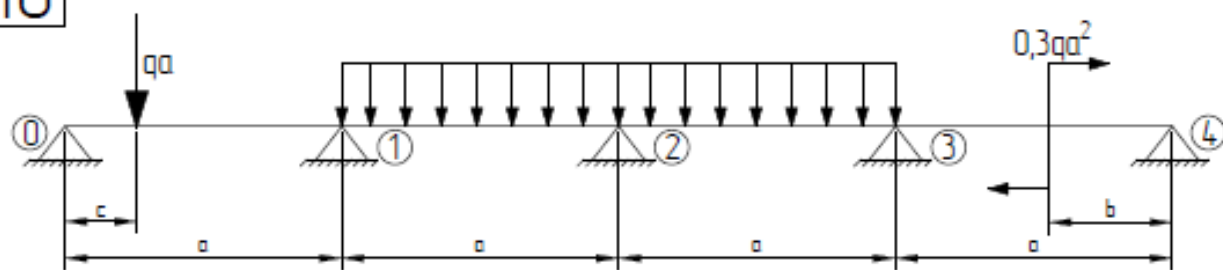
16



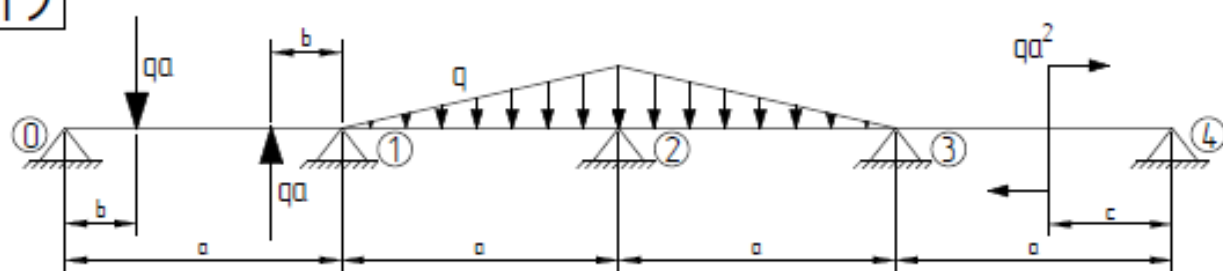
17



18



19

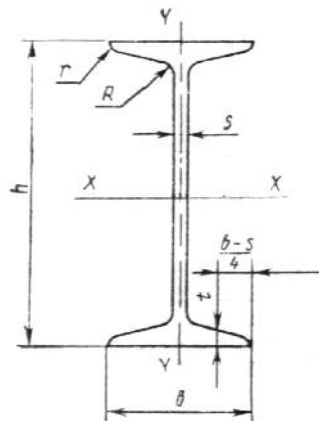


Приложение Ж. ГОСТ 8239. Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент

ДВУТАВРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ Сортамент Hot-rolled steel flange beams. Rolling products	ГОСТ 8239-89
---	-------------------------------

Настоящий стандарт устанавливает сортамент горячекатаных стальных двутавров с уклоном внутренних граней полок.

Поперечное сечение двутавров должно соответствовать указанному на черт.



h — высота двутавра; b — ширина полки; s — толщина стенки; t — средняя толщина полки; R — радиус внутреннего закругления; r — радиус закругления полки

Примечание. Уклон внутренних граней полок должен быть 6—12 %.

Таблица

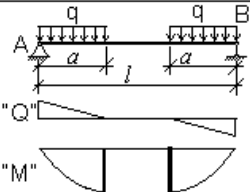
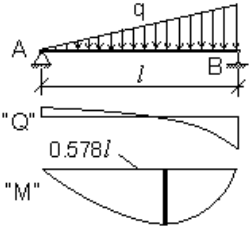
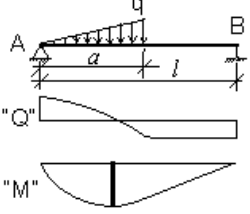
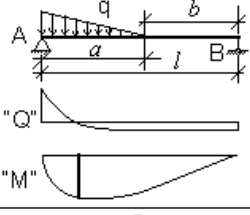
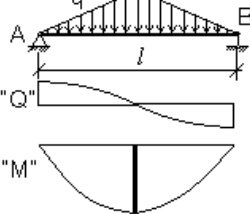
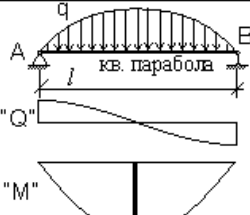
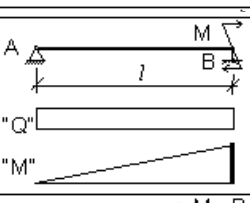
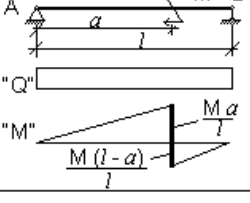
Номер двутавра	Размеры						Площадь поперечного сечения, см ²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>			<i>X – X</i>				<i>Y – Y</i>		
					не более	<i>I_x</i> , см ⁴			<i>W_x</i> , см ³	<i>i_x</i> , см	<i>S_x</i> , см ³	<i>I_y</i> , см ⁴	<i>W_y</i> , см ³	<i>i_y</i> , см	
						мм									
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

В таблицах используют обозначения:

I — момент инерции; W — момент сопротивления; S — статический момент полусечения; i — радиус инерции.

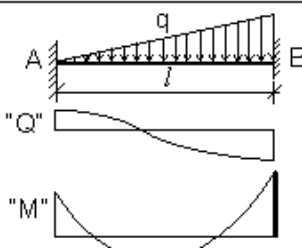
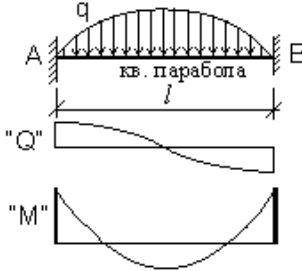
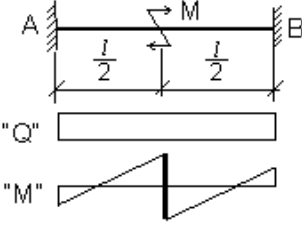
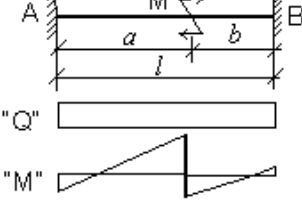
Приложение 3. Элементы изгиба балок, свободно опертых на две опоры

№	Расчетная схема, нагрузки и эпюры	Опорные реакции	Изгибающий момент	Прогиб балки	Угол поворота на опорах
1.1		$A = B = \frac{Q}{2}$	$M = \frac{Qx}{2} \quad (0 < x < \frac{l}{2})$ $M = \frac{Q(l-x)}{2} \quad (\frac{l}{2} < x < l)$ $M_{\max} = \frac{Ql}{4}$	$f = \frac{Qx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$ при $x < \frac{l}{2}$ $f_{\max} = -\frac{Ql^3}{48EI}$	$\Theta_A = \Theta_B = \frac{Ql^2}{16EI}$
1.2		$A = \frac{Qb}{l}$ $B = \frac{Qa}{l}$	$M = \frac{Qbx}{l} \quad (0 < x < a)$ $M = \frac{Q(la-xa)}{l} \quad (a < x < l)$ $M_{\max} = \frac{Qab}{l}$	$f = -\frac{Qb^2a^2}{3lEI}$ при $x = a$	$\Theta_A = \frac{Ql^2}{6EI}(\frac{b}{l} - \frac{b^3}{l^3})$ $\Theta_B = \frac{Ql^2}{6EI}(\frac{a}{l} - \frac{a^3}{l^3})$
1.3		$A = B = Q$	$M_{\max} = Qa$	$f_{\max} = \frac{Ql^3}{24EI}(4\frac{a^3}{l^3} - 3\frac{a}{l})$	$\Theta_A = \Theta_B = \frac{Qa}{2EI}(l - a)$
1.4		$A = \frac{Q(b+l-a)}{l}$ $B = \frac{Q(a+l-b)}{l}$	$M_{\max} = \frac{Qa(b+l-a)}{l}$	$f_{\max} < \frac{Ql^3}{24EI}(4\frac{a^3}{l^3} - 3\frac{a}{l})$	
2.1		$A = B = \frac{ql}{2}$	$M = \frac{qx(l-x)}{2}$ $M_{\max} = \frac{ql^2}{8}$	$f = \frac{q(2lx^3 - x^4 - l^3x)}{24EI}$ $f_{\max} = -\frac{5ql^4}{384EI}$	$\Theta_A = \Theta_B = \frac{ql^3}{24EI}$
2.2		$A = \frac{qa}{l}(\frac{a}{2} + b)$ $B = \frac{qa^2}{2l}$	$M_{\max} = \frac{qa^2}{8}(2 - \frac{a}{l})^2$	при $x = a$ $f = \frac{qa^3b}{24EI}(3\frac{a}{l} - 4)$ при $a > 0.547l$ f_{\max} - на левой стороне	$\Theta_A = \frac{qa^2l}{6EI}(1 - \frac{a}{2l})^2$ $\Theta_B = \frac{qa^2l}{12EI}(1 - \frac{a^2}{2l^2})$
2.3		$A = \frac{qb}{l}(\frac{b}{2} + c)$ $B = \frac{qb}{l}(\frac{b}{2} + a)$	$M = Ax$ $(0 < x < a)$ $M = Ax - q\frac{(x-a)^2}{2}$ $(a < x < c)$	$\Theta_A = \frac{qbl^2}{24EI}(4\frac{d}{l} - 4\frac{d^3}{l^3} + \frac{ab^2}{l^3} + \frac{b^3}{2l^3} - \frac{b^2}{l^2})$ $d = c + \frac{b}{2}$	

2.4		$A = B = qa$	$M = qx(a - \frac{x}{2})$ ($0 < x < a$) $M_{\max} = q \frac{a^2}{2}$ ($a < x < l - a$)	$npux = 0.5l$ $f_{\max} = \frac{ql^2a^2}{48EI} (2\frac{a^2}{l^2} - 3)$	$\Theta_A = \Theta_B =$ $= \frac{qa^2}{12EI} (3l - 2a)$
2.5		$A = \frac{ql}{6}$ $B = \frac{ql}{3}$	$M = \frac{qlx}{6} - \frac{qx^3}{6l}$ $M_{l/2} = \frac{ql^2}{16}$ $M_{\max} = 0.0642ql^2$	$f_{\max} = -0.00651 \frac{ql^4}{EI}$ $npux = 0.519l$	$\Theta_A = \frac{7ql^3}{360EI}$ $\Theta_B = \frac{8ql^3}{360EI}$
2.6		$A = \frac{qa}{2l} (l - \frac{2a}{3})$ $B = \frac{qa^2}{3l}$	$M = Ax - q \frac{x^2}{3}$ ($0 < x < a$)	$npux = a$ $-f = \frac{qa^3l}{45EI} (5 - 9\frac{a}{l} + \frac{a^2}{l^2})$	$\Theta_A = \frac{qa^2l}{360EI} (12\frac{a^2}{l^2} - 45\frac{a}{l} + 40)$ $\Theta_B = \frac{qa^2l}{90EI} (5 - 3\frac{a^2}{l^2})$
2.7		$A = \frac{qa}{2l} (l - \frac{a}{3})$ $B = \frac{qa^2}{6l}$	$npux = a$ $M = Aa - q \frac{a^2}{6}$	$-f = \frac{qa^2bl}{360EI} (20\frac{a}{l} - 13\frac{a^2}{l^2})$	$\Theta_A = \frac{qa^2l}{360EI} (3\frac{a^2}{l^2} - 15\frac{a}{l} + 20)$ $\Theta_B = \frac{qa^2l}{360EI} (10 - 3\frac{a^2}{l^2})$
2.8		$A = B = \frac{ql}{4}$	$M = \frac{qlx}{4} - \frac{qx^3}{6l}$ ($0 < x < \frac{l}{2}$) $M_{\max} = \frac{ql^2}{12}$	$f_{\max} = -\frac{ql^4}{120EI}$	$\Theta_A = \Theta_B =$ $= \frac{5ql^3}{192EI}$
2.9		$A = B = \frac{ql}{3}$	$q_x = \frac{4qx}{l^2} (l - x)$ ($0 < x < \frac{l}{2}$) $M_{\max} = \frac{10ql^2}{96}$	$f_{\max} = -\frac{61ql^4}{5760EI}$	$\Theta_A = \Theta_B =$ $= \frac{ql^3}{30EI}$
3.1		$-A = B = \frac{M}{l}$	$M_x = -\frac{Mx}{l}$ $npux = \frac{l}{2} \quad M = \frac{M}{2}$ $npux = l \quad M_{\max} = M$	$f = \frac{Mx}{6EI} (l^2 - x^2)$ $f_{\max} = 0.0642 \frac{Ml^2}{EI}$ $f = \frac{Ml^2}{16EI} \quad npux = \frac{l}{2}$	$\Theta_A = -\frac{Ml}{6EI}$ $\Theta_B = -\frac{Ml}{3EI}$
3.2		$-A = B = \frac{M}{l}$	$M_x = -\frac{Mx}{l}$ ($0 < x < a$) $M_x = M(1 - \frac{x}{l})$ ($a < x < l$) $npua = \frac{l}{2} \quad M = \frac{M}{2}$	$f = \frac{Ax^3}{6EI} - \Theta_A x$ $npux < a$	$\Theta_A = -\frac{Ml}{6EI} [1 - 3(\frac{l-a}{l^2})^2]$ $\Theta_B = \frac{Ml}{6EI} (1 - 3\frac{a^2}{l^2})$

Приложение II. Элементы изгиба балок, заделанных по обоим концам

№	Расчетная схема, нагрузки и эпюры	Опорные реакции	Момент на опорах	Момент в пролете	Прогиб балки
1.1		$A = B = \frac{Q}{2}$	$M_A =$ $M_B = -\frac{Ql}{8}$	$M_x = Q(\frac{x}{2} - \frac{l}{8})$ $(0 < x < \frac{l}{2})$ $M_{\max} = \frac{Ql}{8}$	$f = \frac{Qx^3}{12EI} - \frac{Qlx^2}{16EI}$ $(0 < x < \frac{l}{2})$ $f_{\max} = -\frac{Ql^3}{192EI}$
1.2		$A = \frac{Q(3a+b)b^2}{l^3}$ $B = \frac{Q(a+3b)a^2}{l^3}$	$M_A = -\frac{Qab^2}{l^2}$ $M_B = -\frac{Qba^2}{l^2}$	$M_x = Ax + M_A$ $(0 < x < a)$ $M_{\max} = Aa + M_A$ $= Bb + M_B$	$f = \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{Ax^3}{6EI}$ $(0 < x < a)$ $f_a = -\frac{Qa^3b^3}{3l^3EI}$
1.3		$A = B = Q$	$M_A = M_B$ $= -\frac{2Qa(l-a)^2}{l^2}$	$M_x = Qx + M_A$ $(0 < x < a)$ $M_{\max} = Qa + M_A$ $= Ba + M_B$ <i>при $a = \frac{l}{3}$ $M_a = \frac{Ql}{27}$</i>	$f = \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{Ax^3}{6EI}$ $(0 < x < a)$ $f = \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{Ax^3}{6EI} - \frac{Q(x-a)^3}{6EI}$ $(a < x < l-a)$
2.1		$A = B = \frac{ql}{2}$	$-M_A =$ $-M_B = \frac{ql^2}{12}$	$M_x = \frac{qx(l-x)}{2} - \frac{ql^2}{12}$ $M_{\max} = \frac{ql^2}{24}$	$f = \frac{Ax^3}{6EI} + \frac{M_A x^2}{2EI} - \frac{qx^4}{24EI}$ $f_{\max} = -\frac{ql^4}{384EI}$
2.2		$A = \frac{qa(l-0.5a)}{l} - \frac{M_A - M_B}{l}$ $B = \frac{qa^2}{2l} + \frac{M_A - M_B}{l}$	$M_A = -\frac{qa^2}{6}(3 - 4\frac{a}{l} + 1.5\frac{a^2}{l^2})$ $M_B = -\frac{qa^2}{6}(\frac{a}{l} - 0.75\frac{a^2}{l^2})$	$M_x = Ax - \frac{qx^2}{2} + M_A$ $(0 < x < a)$	$f = \frac{Ax^3}{6EI} + \frac{M_A x^2}{2EI} - \frac{qx^4}{24EI}$ $(0 < x < a)$
2.3		$A = \frac{qcb}{l} - \frac{M_A - M_B}{l}$ $B = \frac{qca}{l} + \frac{M_A - M_B}{l}$	$M_A = -\frac{qc}{l^2}[ab^2 - \frac{c^2}{12}(2b-a)]$ $M_B = -\frac{qc}{l^2}[a^2b - \frac{c^2}{12}(2a-b)]$	$M_x = Ax + M_A - \frac{q(x-a+0.5c)^2}{2}$ $(a-0.5c < x < a+0.5c)$	$f = \frac{Ax^3}{6EI} + \frac{M_A x^2}{2EI} - \frac{q(x-a+0.5c)^4}{24EI}$ $(a-0.5c < x < a+0.5c)$
2.4		$A = B = \frac{ql}{4}$	$M_A =$ $M_B = -\frac{5qa^2}{96}$	$M_{\max} = \frac{ql^2}{32}$	<i>при $x = 0.5l$</i> $f_{\max} = -\frac{7ql^4}{3840EI}$

2.5		$A = \frac{3ql}{20}$ $B = \frac{7ql}{20}$	$M_A = -\frac{ql^2}{30}$ $M_B = -\frac{ql^2}{20}$	$M_x = Ax + M_A - \frac{qx^2}{6}$	$\text{при } x = 0.525l$ $f_{\max} = -\frac{ql^4}{764EI}$ $\text{при } x = 0.5l$ $f = -\frac{ql^4}{768EI}$
2.6		$A = B = \frac{ql}{3}$	$M_A =$ $M_B = -\frac{ql^2}{15}$	$q_x = \frac{4qx}{l^2}(l-x)$ $(0 < x < \frac{l}{2})$ $M_{\max} = 0.0375ql^2$	$f_{\max} < -\frac{ql^4}{384EI}$
3.1		$-A = B = \frac{3M}{2l}$	$M_A =$ $-M_B = \frac{M}{4}$	$M_x = \frac{M}{4}(1 - 6\frac{x}{l})$ $(0 < x < \frac{l}{2})$ $M_{\max} = \frac{M}{2}$	$f = \frac{M}{4EI} \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{l} + 2(x - \frac{l}{2})^2 \right]$ $f_{\max} = \frac{Ml^2}{216EI}$
3.2		$-A = B = \frac{6Mab}{l^3}$ $\text{при } b = l/3$ $M_A = \frac{M}{3} \quad M_B = 0$	$M_A =$ $= \frac{Mb}{l^2}(2a - b)$ $M_B =$ $= \frac{Ma}{l^2}(a - 2b)$	$M_x = Ax + M_A$ $(0 < x < a)$	$f = \frac{Ax^3}{6EI} + \frac{M_A x^2}{2EI}$ $(0 < x < a)$

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
236022, Калининград, Советский проспект, 1