

Домашнее задание по теме «Комплексные числа»

1. Найти сумму и произведение данных комплексных чисел.

а)  $z_1 = 4 + 5i$ ,  $z_2 = 3 - 2i$ ;      б)  $z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$ ,  $z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$ .

2. Найти разность и частное данных комплексных чисел.

а)  $z_1 = 1 - 2i$ ,  $z_2 = 0,6$ ;      б)  $z_1 = \sqrt{5} - i$ ,  $z_2 = \sqrt{5} - 2i$ .

3. Найти мнимую часть данного комплексного числа.

а)  $z = (2 - i)^3(2 + 11i)$ ;      б)  $z = \frac{2-3i}{1+4i} + i^6$ .

4. Выполнить действия.

а)  $i^{17} + i^{18} + i^{19} + i^{20}$ ;      б)  $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$ .

5. Выполнить указанные операции, представив результат в алгебраической форме.

а)  $(2 + 3i)(3 - i) + (1 + 2i)^2$ ;      б)  $(2i - i^2)^2 + (1 - 3i)^3$ ;

в)  $\frac{1}{1+4i} + \frac{1}{4-i}$ ;      г)  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ ;      д)  $\frac{(-3+2i)^2}{(1-i)^3} + 2i - 5$ .

6. Найти действительные решения данных уравнений.

а)  $(3 - i)x + (1 + 3i)y = 1 - 7i$ ;      б)  $(3x - i)(2 + i) + (x - iy)(1 + 2i) = 5 + 6i$ .

7. Вычислить данные выражения.

а)  $z_1 \cdot \bar{z}_2$  и  $\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2$ , если  $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ ,  $z_2 = \sqrt{3} + i$ ;      б)  $z_1 \cdot \bar{z}_2$  и  $\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2$ , если  $z_1 = 3 + 2i$ ,  $z_2 = 2 + 2i$ .

8. Найти модули и главные значения аргументов данных комплексных чисел.

а)  $z = i$ ;      б)  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ ;      в)  $z = -5$ ;      г)  $z = 1 - i$ ;      д)  $z = -1 - i\sqrt{3}$ .

9. Представить данные комплексные числа в тригонометрической форме и изобразить их на комплексной плоскости.

а)  $-i$ ;      б)  $-2$ ;      в)  $1 - i\sqrt{3}$ ;      г)  $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ;      д)  $-\cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{7}i$ ;      е)  $\sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3}i$ .

10. Вычислить выражения, используя формулу Муавра.

а)  $(3 - i\sqrt{3})^6$ ;      б)  $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$ .

11. Найти и изобразить на комплексной плоскости все значения корней.

а)  $\sqrt{1}$ ;      б)  $\sqrt[3]{1}$ ;      в)  $\sqrt[4]{1}$ .

12. Найти все значения корней.

а)  $\sqrt{i}$ ;      б)  $\sqrt[3]{i}$ ;      в)  $\sqrt[4]{-i}$ ;      г)  $\sqrt{-1 + i\sqrt{3}}$ ;      д)  $\sqrt[3]{-2 + 2i\sqrt{3}}$ ;      е)  $\sqrt[5]{-1 - i}$ .

13. Найти корни данных уравнений и изобразить их на комплексной плоскости.

а)  $z^2 + i = 0$ ;      б)  $z^4 - 16 = 0$ .

14. Представить данные комплексные числа в показательной форме.

а)  $-2$ ;      б)  $i$ ;      в)  $-i$ ;      г)  $-3 - 4i$ ;      д)  $5 + 3i$ ;      е)  $-2 + i$ .

15. Найти множество точек на комплексной плоскости, удовлетворяющих данным условиям.

а)  $|z| \geq 2$ ;      б)  $\frac{1}{|z|} \geq 1$ ,  $z \neq 0$ ;      в)  $|z - 5i| = 8$ .