***Требования к выполнению контрольной работы***

Выполненная работа должна быть сдана преподавателю для аттестации не позднее чем за неделю до зачетно-экзаменационной сессии.

Вариант работы выбирается по сумме двух последних цифр номера зачетной книжки.

Оформление работы должно соответствовать приведенным ниже требованиям. Работы, выполненные не по требованиям, не по своему варианту, либо не полностью, возвращаются студенту для доработки.

1. Работа должна быть выполнена либо в тетради в клетку, либо на листах формата А4.
2. Работа выполняется рукописно чернилами черного или синего цвета.
3. Графики выполняются с использованием чертежных приспособлений.
4. Перед решением каждой задачи необходимо выписать ее условие.
5. Работа является зачтенной, если **<u>верно</u>** выполнено 75% работы. При не зачтенной работе студент должен исправить отмеченные ошибки.
6. Зачтенная работа является основой для допуска студента к экзамену по предмету.

***Контрольные задания по математике (для ЭУЗ-1с, ММЗ, РМЗ)***
***(2 семестр)***

**Задание 1.** Найти неопределённые интегралы. В п. а) и б) результаты проверить дифференцированием.

| Вариант | а), б) | в), г) |
|---|---|---|
| 1. | а) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}$ <br> б) $\int x\ln(x^2+1)dx$ | в) $\int \frac{(x^2-3)dx}{x^4+5x^2+6}$ <br> г) $\int \frac{dx}{3\cos x+4\sin x}$ |
| 2. | а) $\int \frac{\sqrt[3]{4+\ln x}}{x}dx$ <br> б) $\int x\sin x\cos x dx$ | в) $\int \frac{x^2dx}{x^4-81}$ <br> г) $\int \frac{\sqrt{x+5}dx}{1+\sqrt[3]{x+5}}$ |
| 3. | а) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{3+2\cos x}}$ <br> б) $\int x\ln^2 x dx$ | в) $\int \frac{(x+3)dx}{x^3+x^2-2x}$ <br> г) $\int \frac{x^2+\sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{x+1}}dx$ |
| 4. | а) $\int \frac{arctg\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)}dx$ <br> б) $\int x\cdot 2^x dx$ | в) $\int \frac{(x^3-6)dx}{x^4+6x^2+8}$ <br> г) $\int \frac{\cos x dx}{1+\cos x}$ |
| 5. | а) $\int e^{\sin^2 x}\sin 2x dx$ <br> б) $\int \frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$ | в) $\int \frac{dx}{x^3+x^2+2x+2}$ <br> г) $\int \frac{(\sqrt[4]{x}+1)dx}{(\sqrt{x}+4)\sqrt[4]{x^3}}$ |
| 6. | а) $\int \frac{dx}{\cos^2 x(3tgx+1)}$ <br> б) $\int x^2\sin 4x dx$ | в) $\int \frac{(3x-7)dx}{x^3+4x^2+4x+16}$ <br> г) $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[6]{x}+1)}{\sqrt[3]{x^2}}dx$ |
| 7. | а) $\int \frac{(x+arctgx)dx}{1+x^2}$ <br> б) $\int arctg\sqrt{x}dx$ | в) $\int \frac{(2x+3)dx}{x^3-2x^2+3x-6}$ <br> г) $\int \frac{dx}{2\sin x+\cos x+2}$ |
| 8. | а) $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{1-x^8}}$ <br> б) $\int x^2e^{3x}dx$ | в) $\int \frac{2x^2-3x+1}{x^3+1}dx$ <br> г) $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$ |
| 9. | а) $\int \frac{xdx}{(x^2+4)^6}$ | в) $\int \frac{(x^2-x+1)dx}{x^4+2x^2-3}$ |

| | | |
|---|---|---|
| | б) $\int x \arcsin \frac{1}{x} dx$ | г) $\int \frac{dx}{\sin x + tgx}$ |
| 10. | а) $\int \frac{\cos 3x dx}{4 + \sin 3x}$<br>б) $\int e^x \ln(1+3e^x) dx$ | в) $\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}$<br>г) $\int \frac{\sin x dx}{1 + \sin x}$ |
| 11. | а) $\int \frac{(5 \cdot tgx + 3) dx}{\cos^2 x}$<br>б) $\int (5x+1) \sin 2x dx$ | в) $\int \frac{dx}{x^3 + 8}$<br>г) $\int \frac{\sqrt[3]{x+1} dx}{1 + \sqrt{x+1}}$ |
| 12. | а) $\int \frac{(x^2 - arctgx) dx}{1 + x^2}$<br>б) $\int x^3 \cdot \ln x dx$ | в) $\int \frac{x dx}{x^3 - 1}$<br>г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2}}$ |
| 13. | а) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^6}}$<br>б) $\int x^2 \cos x dx$ | в) $\int \frac{2x - 1}{x^3 + 1} dx$<br>г) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2}}$ |
| 14. | а) $\int \frac{e^{\frac{1}{x}} + 3}{x^2} dx$<br>б) $\int (2x-3) \cos 2x dx$ | в) $\int \frac{x^2 dx}{x^3 - 8}$<br>г) $\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{1 - \sqrt{x}}$ |
| 15. | а) $\int \frac{(8x + arctg 2x) dx}{1 + 4x^2}$<br>б) $\int \arcsin 3x dx$ | в) $\int \frac{x + 5}{x^3 - x^2} dx$<br>г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}$ |
| 16. | а) $\int \frac{\sin 2x dx}{5 - \cos 2x}$<br>б) $\int e^x \ln(1+3e^x) dx$ | в) $\int \frac{(x^2 - 3x + 6) dx}{x^3 - 5x^2 + 3x - 15}$<br>г) $\int \frac{\cos x dx}{1 + \sin x}$ |
| 17. | а) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{4 + 3\sin x}}$<br>б) $\int x^5 \ln x \cdot dx$ | в) $\int \frac{(5x-2) dx}{x^3 + 5x^2 + 4x}$<br>г) $\int \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$ |

| | | |
|---|---|---|
| 18. | а) $\int \frac{x^3 dx}{1+x^8}$<br>б) $\int x \cdot e^{5x} dx$ | в) $\int \frac{2x^2-3x+1}{x^3+8} dx$<br>г) $\int \frac{dx}{1-\sqrt[3]{x+1}}$ |

**Задание 2.** Вычислить несобственные интегралы.

| Вариант | Функция | Вариант | Функция |
|---|---|---|---|
| 1. | $\int_0^2 \frac{dx}{(x-2)^2}$ | 2. | $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx$ |
| 3. | $\int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+2)^2}}$ | 4. | $\int_1^2 \frac{dx}{(x-2)^4}$ |
| 5. | $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ | 6. | $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ |
| 7. | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$ | 8. | $\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x+1}$ |
| 9. | $\int_0^2 \frac{dx}{x \ln x}$ | 10. | $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$ |
| 11. | $\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2+1)^2}$ | 12. | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2-2x+2}$ |
| 13. | $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2} dx$ | 14. | $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}$ |
| 15. | $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$ | 16. | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+6x+13}$ |
| 17. | $\int_0^4 \frac{dx}{(x-4)^3}$ | 18. | $\int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}$ |

**Задание 3.** Приложения определенного интеграла.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной четырёхлепестковой розой r=4sin 2φ.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y=3x^2+1$ и прямой y=3x+7.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды $x=a(t-\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$ $(0\le t\le 2\pi)$ и осью Ох.
4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ох фигуры, ограниченной параболами $y=x^2$ и $y=\sqrt{x}$.
5. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Ох фигуры, ограниченной полуэллипсом $y=3\sqrt{1-x^2}$, параболой $x=\sqrt{1-y}$ и осью Оу.
6. Вычислить длину кардиоиды $r=3(1-\cos\varphi)$.
7. Вычислить длину одной арки циклоиды $x=3(t-\sin t)$, $y=3(1-\cos t)$ $(0\le t\le 2\pi)$.
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r=3(1+\cos\varphi)$.
9. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной кривыми $y=2/(1+x^2)$ и $y=x^2$.
10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=\left(x-1\right)^2, y^2=x-1.$
11. Вычислить длину дуги кривой $x=5\left(t-\sin t\right),\quad y=5\left(1-\cos t\right),$ $0\le t\le\pi.$
12. Вычислить длину дуги $x=\sqrt{2}\cos t, y=2\sqrt{2}\sin t,\ y=2\quad\left(y\ge 2\right).$
13. Вычислить длину дуги полукубической параболы $y=\sqrt{(x-2)^3}$ от точки А(2;0) до точки В(6;8).
14. Вычислить длину дуги кривой $x=\mathrm{e}^t\left(\cos t+\sin t\right),\quad y=\mathrm{e}^t\left(\cos t-\sin t\right),$ $0\le t\le\pi.$
15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $x=\left(y-2\right)^3, x=4y-8.$
16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной эллипсом $x=3\cos t, y=8\sin t, y=4\quad\left(y\ge 4\right).$

17. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=(x-2)^3$, $y=4x-8$.

18. Вычислить длину кривой $\rho=3(1+\sin\varphi)$, $\quad -\pi/6\le\varphi\le 0.$

**Задание 4.** Вычислить двойной интеграл по указанной области $D$ .

| Вариант | Функции |
|---|---|
| 1. | $\iint\limits_D \left(8xy+18x^2y^2\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^2.$ |
| 2. | $\iint\limits_D \left(4xy+176x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^3.$ |
| 3. | $\iint\limits_D \left(54x^2y^2+150x^4y^4\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt{x}.$ |
| 4. | $\iint\limits_D \left(6xy+24x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^2.$ |
| 5. | $\iint\limits_D \left(54x^2y^2+150x^4y^4\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt[3]{x}.$ |
| 6. | $\iint\limits_D \left(12x^2y^2+16x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}.$ |
| 7. | $\iint\limits_D \left(4xy+176x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^3.$ |
| 8. | $\iint\limits_D \left(4xy+16x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt[3]{x}.$ |
| 9. | $\iint\limits_D \left(9x^2y^2+25x^4y^4\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt[3]{x}.$ |
| 10. | $\iint\limits_D \left(xy-4x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt{x}.$ |
| 11. | $\iint\limits_D \left(xy-9x^5y^5\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^2.$ |
| 12. | $\iint\limits_D \left(9x^2y^2+25x^4y^4\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^2.$ |
| 13. | $\iint\limits_D \left(44xy+16x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt[3]{x}.$ |

| | |
|---|---|
| 14. | $\iint\limits_D \left(27x^2y^2+48x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^3.$ |
| 15. | $\iint\limits_D \left(12xy+9x^2y^2\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^2.$ |
| 16. | $\iint\limits_D \left(4xy+16x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^3.$ |
| 17. | $\iint\limits_D \left(9x^2y^2+48x^3y^3\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^2.$ |
| 18. | $\iint\limits_D \left(4xy+3x^2y^2\right)dxdy;\ D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}.$ |

**Задание 5.** Вычислить с помощью тройного интеграла объём тела, ограниченного указанными поверхностями.

| Вариант | Поверхности |
|---|---|
| 1. | $z = 0,\ y + z = 2,\ x^2 + y^2 = 4.$ |
| 2. | $z = 0,\ x^2 + y^2 = z,\ x^2 + y^2 = 4.$ |
| 3. | $z = 0,\ z = 4-y^2,\ y = x^2/2.$ |
| 4. | $z = 0,\ z = 4 - x - y,\ x^2 + y^2 = 4.$ |
| 5. | $z = 0,\ z = y^2,\ x^2 + y^2 = 4.$ |
| 6. | $z=0,\ z=x,\ y=0,\ y=4,\ x=\sqrt{25-y^2}.$ |
| 7. | $z = x + y,\ z= x^2 + y^2.$ |
| 8. | $z = 0,\ 4z = y^2,\ 2x - y = 0,\ x + y = 9.$ |
| 9. | $z = 0,\ z = 9 - y^2,\ x^2 + y^2 = 9.$ |
| 10. | $z = 0,\ z = 1 - x^2,\ y = 0,\ y = 2 - x.$ |
| 11. | $z = 0,\ x^2 + y^2 = z,\ x^2 + y^2 = 9.$ |
| 12. | $z = 0,\ z=4\sqrt{y},\ x = 0,\ x + y = 4.$ |
| 13. | $z = 0,\ y + z = 3,\ x^2 + y^2 = 9.$ |
| 14. | $z = 0,\ z = y^2,\ x^2 + y^2 = 9.$ |
| 15. | $z = 0,\ z = 1 - y^2,\ x = y^2,\ x=2y^2 + 1.$ |
| 16. | $z = 0,\ z = 1 - x^2,\ y = 0,\ y = 3 - x.$ |
| 17. | $z = 0,\ z = 4 - y^2,\ x^2 + y^2 = 4.$ |
| 18. | $z = 0,\ z = 3 - x - y,\ x^2 + y^2 = 9.$ |

**Задание 6.** Вычислить криволинейный интеграл. Сделать чертеж.

1. $\int\limits_L (x^2-y)dx-(x-y^2)dy$ вдоль дуги L окружности x = 5cos t, y = 5sin t, обходя её против хода часовой стрелки от точки A(5;0) до точки B(0;5).

2. $\int\limits_L (x-y)dx-(x-y)dy$ вдоль ломаной L = OAB, где O(0;0), A(2;0), B(4;5).

3. $\oint\limits_L \frac{ydx-xdy}{x^2+y^2}$ вдоль границы L треугольника ABC, обходя её против хода часовой стрелки, если A(1;0), B(1;1), C(0;1).

4. $\int\limits_L (x^2-2xy)dx-(y^2-2xy)dy$ вдоль дуги L параболы y = x$^2$ от точки A (–1;1) до точки B(1;1).

5. $\int\limits_L (x^2y-3x)dx+(y^2x+2y)dy$ вдоль верхней половины L эллипса x = 3cos t, y = 2sin t $(0 \le t \le \pi)$.

6. $\int\limits_L (x^2+y)dx-(y^2+x)dy$ вдоль ломанной L = ABC, где A(1;2), B(1;5), C(3;5).

7. $\int\limits_L ydx+\frac{x}{y}dy$ вдоль дуги L кривой y = e$^{-x}$ от точки A(0;1) до точки B(–1;e).

8. $\int\limits_L \frac{y^2+1}{y}dx-\frac{x}{y^2}dy$ вдоль отрезка L = AB прямой от точки A(1;2) до точки B(2;4).

9. $\int\limits_L (xy-x^2)dx+xdy$ вдоль дуги L параболы y = 2x$^2$ от точки O(0;0) до точки A(1;2).

10. $\int\limits_L \frac{y}{x}dx+xdy$ вдоль дуги L кривой y = ln x от точки A(1;0) до точки B(e;1).

11. $\int\limits_L xydx-ydy$ вдоль отрезка L = AB прямой от точки A(4;0) до точки B(0;2).

12. $\int\limits_L (xy+x^2)dx+(x-y)dy$ вдоль дуги L параболы y = 2x$^2$ от точки O(0;0) до точки A(2;8).

13. $\int\limits_L (x^2-2xy)dx-(y^2-2xy)dy$ вдоль дуги L параболы y = x$^2$ от точки A (–1;1) до точки B(1;1).

14. $\int\limits_L xydx-ydy$ вдоль отрезка L = AB прямой от точки A(4;0) до точки B(0;2).

15. $\int\limits_L (x+2y)dx+(2x-y)dy$ вдоль ломаной L = OAB, где O(0;0), A(3;0), B(3;2).

16. $\oint\limits_L \frac{ydx + xdy}{x^2 + y^2}$ вдоль границы L треугольника ABC, обходя её против хода часовой стрелки, если A(2;0), B(2;2), C(0;2).

17. $\int\limits_L (x^2 - 3xy)dx - (y^2 + 2xy)dy$ вдоль дуги L параболы y = $x^2$ от точки A (0;0) до точки B(2;4).

18. $\int\limits_L (xy - 3)dx + (yx + 2)dy$ вдоль верхней половины L эллипса x = 3cos t, y = 2sin t (0 ≤ t ≤ π).

**Задание 7.** Проверить, является ли векторное поле потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля найти его потенциал.

| Вариант | Векторное поле |
|---|---|
| 1. | F = (5x + 4yz)i + (5y + 4xz)j + (5z + 4xy)k. |
| 2. | F = (6xy -2x)i + (3$x^2$ -2z)j + (1-2y)k |
| 3. | F = (2x + yz)i + (2y + xz)j + (2z + xy)k. |
| 4. | F = (9x + 5yz)i + (9y + 5xz)j + (9z + 5xy)k |
| 5. | F = (4x – yz)i + (4y – xz)j + (4z – xy)k. |
| 6. | F = (5x + yz)i + (5y + xz)j + (5z + xy)k. |
| 7. | F = (7x – 2yz)i + (7y – 2xz)j + (7z – 2xy)k. |
| 8. | F = (3x – yz)i + (3y – xz)j + (3z – xy)k. |
| 9. | F = (6x + 7yz)i + (6y + 7xz)j + (6z + 7xy)k. |
| 10. | F = (8x – 5yz)i + (8y – 5xz)j + (8z – 5xy)k. |
| 11. | F = (3x – 2yz)i + (3y – 2xz)j + (3z – 2xy)k. |
| 12. | F = (10x – 3yz)i + (10y – 3xz)j + (10z – 3xy)k. |
| 13. | F = (12x + yz)i + (12y + xz)j + (12z + xy)k. |
| 14. | F = (4x – 7yz)i + (4y – 7xz)j + (4z – 7xy)k. |
| 15. | F = (x + 5yz)i + (y + 5xz)j + (z + 5xy)k |
| 16. | F = (x + 2yz)i + (y + 2xz)j + (z + 2xy)k. |
| 17. | F = (3x – 5yz)i + (3y – 5xz)j + (3z – 5xy)k. |
| 18. | F = (x + 6yz)i + (y + 6xz)j + (z + 6xy)k. |

**Задание 8.** Исследовать на сходимость

| Вариант | Функция | Вариант | Функция |
|---|---|---|---|
| 1. | $u_n = \frac{n^3}{e^n}$ | 2. | $u_n = \frac{3^n n!}{n^n}$ |
| 3. | $u_n = \frac{2n+1}{\sqrt{n2^n}}$ | 4. | $u_n = \frac{2^n}{n(n+1)}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5. | $u_n=\dfrac{n+2}{n(n+1)}$ | 6. | $u_n=\dfrac{n+1}{3^n(n+2)}$ |
| 7. | $u_n=\dfrac{1}{(n+1)[\ln(n+1)]^2}$ | 8. | $u_n=\dfrac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$ |
| 9. | $u_n=\dfrac{n^2}{(3n)!}$ | 10. | $u_n=\dfrac{3^n}{(2n)!}$ |
| 11. | $u_n=\dfrac{n^{n+1}}{(n+1)!}$ | 12. | $u_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ |
| 13. | $u_n=\dfrac{1}{(n+1)\ln(n+1)}$ | 14. | $u_n=\dfrac{(2n)!}{n^n}$ |
| 15. | $u_n=\dfrac{3^n n!}{(n+1)^n}$ | 16. | $u_n=\dfrac{n}{3^n(n+1)}$ |
| 17. | $u_n=\dfrac{1}{(2n+1)^2-1}$ | 18. | $u_n=\dfrac{n+3}{n^3-2}$ |

**Задание 9.** Исследовать сходимость степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n x^n$ .

| Вариант | | Вариант | |
|---|---|---|---|
| 1. | $a_n=\dfrac{\sqrt[3]{(n+1)^n}}{n!}$ | 2. | $a_n=\dfrac{(2n)!}{n^n}$ |
| 3. | $a_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ | 4. | $a_n=\dfrac{n}{3^n(n+1)}$ |
| 5. | $a_n=\dfrac{n}{n!\cdot 6^n}$ | 6. | $a_n=\dfrac{(n+2)!}{5^n}$ |
| 7. | $a_n=\dfrac{5^n}{\sqrt[n]{n}}$ | 8. | $a_n=\dfrac{n+2}{n(n+1)}$ |
| 9. | $a_n=\dfrac{3^n}{2n+1}$ | 10. | $a_n=\dfrac{3^n(n+1)^n}{n!}$ |
| 11. | $a_n=\left(\dfrac{n+1}{2n+1}\right)^n$ | 12. | $a_n=\dfrac{n+1}{3^n(n+2)}$ |
| 13. | $a_n=\dfrac{3^n n!}{n^n}$ | 14. | $a_n=\dfrac{3^n}{\sqrt{2^n(3n-1)}}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 15. | $a_n = \frac{3n+1}{3n \cdot 4^n}$ | 16. | $a_n = \frac{n+2}{n \cdot 3^n}$ |
| 17. | $a_n = \frac{3^n n!}{(n+1)^n}$ | 18. | $a_n = \frac{2^n}{n(n+1)}$ |

**Задание 10.** Разложить в ряд Фурье.

| № вар. | Функция | № вар. | Функция |
|---|---|---|---|
| 1 | $f(x) = x+1,\ (-\pi;\pi)$ | 2 | $f(x) = \|1-x\|,\ (-\pi;\pi)$ |
| 3 | $f(x) = \|x\|,\ (-\pi;\pi)$ | 4 | $f(x) = \begin{cases} -x, -\pi < x < \pi \\ 0, 0 \le x < \pi \end{cases},\ (-\pi;\pi)$ |
| 5 | $f(x) = \begin{cases} 0, -\pi < x < 0 \\ x, 0 \le x < \pi \end{cases},\ (-\pi;\pi)$ | 6 | $f(x) = \frac{\pi - x}{2},\ (-\pi;\pi)$ |
| 7 | $f(x) = \begin{cases} 2, -\pi < x < \pi \\ 1, 0 \le x < \pi \end{cases},\ (-\pi;\pi)$ | 8 | $f(x) = 1+\|x\|,\ (-\pi;\pi)$ |
| 9 | $f(x) = -x+1,\ (-\pi;\pi)$ | 10 | $f(x) = x^2,\ (-\pi;\pi)$ |
| 11 | $f(x) = 6x+1,\ (-\pi;\pi)$ | 12 | $f(x) = \begin{cases} 5, -\pi < x < \pi \\ -3, 0 \le x < \pi \end{cases},\ (-\pi;\pi)$ |
| 13 | $f(x) = 1-2x,\ (-\pi;\pi)$ | 14 | $f(x) = \frac{1}{2}x - 3,\ (-\pi;\pi)$ |
| 15 | $f(x) = x^2+1,\ (-\pi;\pi)$ | 16 | $f(x) = x+1,\ (-\pi;\pi)$ |
| 17 | $f(x) = x+5,\ (-\pi;\pi)$ | 18 | $f(x) = \begin{cases} -7, -\pi < x < \pi \\ 2, 0 \le x < \pi \end{cases},\ (-\pi;\pi)$ |

## Экономические задачи

**Задание 11.** Неопределенный интеграл

В зависимости от конкретного смысла функции *f(x)* (физического, геометрического, экономического) при интегрировании мы получаем выражение для соответствующего закона, описывающего данный объект. Характеристики экономических закономерностей можно восстановить, если известна скорость (интенсивность, плотность) или темп роста (относительная скорость) некоторого экономического процесса. Зная предельные издержки производства $y' = f(x)$ , можно найти издержки производства $y(x)=\int f(x)dx+C$

(здесь x – объем однородной продукции). Зная скорость $y'(t)=f(t)$ (или темп $y'(t)/y(t)$ изменения производительности труда), можно найти производительность труда $y(t) = \int f(t)dt + C$

**Задачи.**

1. Темп изменения производительности труда равен $f(t)=t/(t^2+0.04)$. Найти закон изменения производительности труда, если известно, что при $t=0$ производительность составляла 2 у.е.

2. Предельные издержки производства $f(x)$ определяются уравнением $f(x)=a+bx^2$, где $x$ - объем выпускаемой продукции. Найти зависимость издержек производства от $x$.

3. Предельные издержки (расход) на перевозку товара зависят от расстояния $x$: $f(x)=6x+4$. Определить зависимость расходов на перевозку товара от расстояния при условии, что при $x=0$ расходы составляют 1 у.е.

4. Предельная цена $f(x)$ на товар является функцией спроса $x$ и задается формулой $f(x)=a - bx$, ($a>0$, $b>0$). Определить зависимость цены от спроса при условии, что при отсутствии спроса ($x=0$) цена равна $C_0$ усл.ед.

5. Скорость формирования оборотных средств можно рассматривать так же, как скорость потока денежных средств $k'(t)=I(t)$, $I(t)=4t+5$. Найти зависимость оборотных средств от времени.

6. Скорость формирования оборотных средств можно рассматривать, как скорость потока денежных средств $K'(t)=I(t)$, $I(t)=7-2t+t^2$. Найти зависимость оборотных средств от времени.

7.Темп изменения производительности труда прямо пропорционален величине $3t+\sqrt{t}$, коэффициент пропорциональности $k$, $k<0$. Найти закон изменения производительности труда, если при $t=0$ производительность составляла 2 у.е.

8. Темп изменения производительности труда равен $f(t)=(t+1)/(t+5)$. Найти закон изменения производительности труда, если известно, что при $t=0$ производительность составляла 1 у.е.

9. Предельные издержки производства $f(x)=5+3x^2$, где $x$ – объем выпускаемой продукции. Найти зависимость издержек производства от $x$.

10. Предельные издержки (расход) на перевозку товара зависят от расстояния $x$: $f(x)=8x+1$. Определить зависимость расходов на перевозки товара от расстояния при условии, что при $x=0$ расходы составляют 2 у.е.

11. Предельная цена $f(x)$ на товар является функцией спроса $x$ и задается формулой $f(x) = 7-10x$. Определить зависимость цены от спроса при условии, что при отсутствии спроса $(x=0)$ цена равна 1 у.е.

12. Темп изменения производительности труда равен $f(t) = 2t + 3/(t^2 + 6)$. Найти закон изменения производительности труда, если известно, что при $t=0$ производительность составляла $2$ у.е.

13. Считая, что производительность труда имеет тенденцию роста, найти закон изменения производительности труда, если темп ее роста равен $f(t)=2{,}5t+5$.

14. Предельные издержки производства $f(t)=10+3{,}5x^2$, где $x$ – объем выпускаемой продукции. Найти зависимость издержек производства от $x$.

15. Скорость изменения инвестиций имеет вид $I(t) = t^2 + 5t + 1$. Найти функцию изменения капитала.

16. Функция предельного дохода имеет вид $R'(x) = 20 - 0.02x$. Найти функцию дохода. Найти закон спроса на продукцию.

17. Функция предельного дохода имеет вид $R'(x) = 25 - 0.4x - 0.06x^2$. Найти функцию дохода. Найти закон спроса на продукцию.

18. Функция предельного дохода имеет вид $R'(x) = 45 - 0.04x - 0.003x^2$. Найти функцию дохода. Найти закон спроса на продукцию.

**Задание 12.** Определенный интеграл

Определенный интеграл используется для нахождения дисконтированного *объема дохода*. Определение начальной суммы по ее конечной величине, полученной через время $n$ при годовом проценте $p$, называется *дисконтированием*.

Пусть $K_n$ – конечная сумма, полученная за $n$ лет;

$p$ – *годовой процент* (процентная ставка);

$i=p/100$ – *удельная процентная* ставка (процент, приносимый одной денежной единицей);

$D=K_n-K$ – *дисконт* (разность между конечной суммой $K_n$ и дисконтируемой (начальной) суммой $K$).

Проблема дисконтирования встречается при определении экономической эффективности капитальных вложений.

Если проценты *простые*, то $K_n=K(1+in)$, тогда $K=\frac{K_n}{1+in}$.

В случае *сложных* процентов $K_n=K(1+i)^n$, поэтому $K=\frac{K_n}{(1+i)^n}$.

Величина $r=1+i$ называется *коэффициентом сложного процента*.

Число $v=1/r$ называется *коэффициентом дисконта*, тогда $K=K_n v^n$.

**Задачи.**

1. Считая годовой доход $f(t)$ функцией времени, определить дисконтированный объем дохода за $T$ лет при удельной норме процента $i$ (процент начисляется непрерывно).

2. Вычислить дисконтированный доход за $5$ лет при условии, что годовой доход $f(t)=40$ *тыс.у.е.*, а удельный процент $i=0,04$.

3. Вычислить дисконтированный доход за бесконечный промежуток времени при условии, что годовой доход $f(t)=30$ *тыс.у.е.*, а удельный процент $i=0,02$.

4. Найти объем продукции, выпущенной за год ($258$ рабочих дней) при восьми часовом рабочем дне, если производительность задана функцией $f(t)=-0,0033t^2+0,089t+20,96,\quad 1\le t\le 8$. **Указание.** Сначала найти объем продукции за $8$ часов, затем умножить его на $258$.

5. При непрерывном производстве химического волокна производительность аппарата *y(t)* (т/ч) растет с момента запуска в течение *10* часов, а затем остается постоянной. Сколько волокна дает аппарат в первые сутки после запуска? Дано $y(t)=e^{t/5}-1$.

6. Переменные издержки производства определяются функцией $y(x)=4x+1$, где $x$ – объем производственной продукции. Найти средние издержки при объеме производства, изменяющемся от *3*-х до *5*-ти ед.

7. Опоры моста высотой *3* м в сечении представляют собой гиперболу $yx=2$, пересеченную прямыми $y=2x+3$, $y=2x-3$. Сколько потребуется машин бетона на *8* таких опор, если в машине *3* м$^3$ бетона.

8. Прямоугольный резервуар с площадью горизонтального сечения $S=6$ м$^2$ наполнен водой до высоты $H=5$ м. Определить время $T$, в течение которого вся вода вытекает из резервуара через небольшое отверстие в его дне, площадью $s=0,01$ м$^2$, если скорость истечения воды равна $0,6\sqrt{2gh}$, где $h$ – высота уровня воды над отверстием; $g$ – ускорение силы тяжести.

9. Скорость изменения расходов на питание *y(x)* в зависимости от изменения доходов $x$ задана формулой $y(x)=1,25/\sqrt{x}$. Найти годовой расход на питание, если известно, что годовой доход составил *1600* руб.

10.Найти среднее значение издержек производства $K_{ср}$, если предельная величина издержек равна $K(x)=6x+4$, а объем продукции изменяется от *0* до *3*-х у.е. Указать объем продукции, при котором издержки принимают среднее значение.

11.Палуба корабля напоминает две пересекающиеся параболы. Сколько необходимо краски для ее покрытия, если длина корабля *80* м, ширина в центре – *20* м, а на каждый квадратный метр необходимо *0,25* кг краски?

12.Силос заложен в яму параболического сечения шириной *10* м, глубиной *2* м, длиной *25* м. Определить, сколько силоса в яме.

13.В какое время опорожнится наполненная доверху вертикальная цилиндрическая бочка диаметра $D=2$ м и высоты $H=10$ м через круглое отверстие в дне диаметра $d=3$ см?

14.Дана функция предельных издержек $MC=3q^2-48q+202$, $1\leq q\leq 20$. Найти функцию $C=C(q)$ и вычислить издержки в случае производства *10* ед. товара, если цена единицы товара – *50* руб. **Указание.** $MC=C'(q)$.

15.В цехе выпускают продукцию *11* рабочих. Производительность $i$ – го рабочего равна $1+0{,}1(i-1)$ кг продукции в час, $i=1,...,11$. Каждый рабочий дал *7* кг продукции. Определить суммарное время работы всех рабочих цеха и производительность труда всего цеха.

16.Палуба корабля напоминает две пересекающиеся параболы. Сколько необходимо краски для ее покрытия, если длина корабля *200* м, ширина в центре – *50* м, а на каждый квадратный метр необходимо *0,25* кг краски?

17. Скорости изменения издержек и дохода во времени имеют вид: $C'(t)=3+t$ , $R'(t)=15-2t$. Найти максимальное значение прибыли, которое можно получить от этого производства; когда производство следует остановить?

18. Функция предельных издержек некоторого предприятия имеет вид: $C'(x)=60-0.04x+0.003x^2$. Найти функцию издержек, если издержки производства 100 единиц продукции составляют 9000 тыс. руб.

**Задание 13.** Дифференциальные уравнения первого порядка.

13.1

| | |
|---|---|
| 13.1 $4xdx-3ydy=3x^2ydy-2xy^2dx.$ | 13.2. $x\sqrt{1+y^2}+yy'\sqrt{1+x^2}=0.$ |
| 13.3. $\sqrt{4+y^2}dx-ydy=x^2ydy.$ | 13.4. $\sqrt{3+y^2}dx-ydy=x^2ydy.$ |
| 13.5. $6xdx-6ydy=2x^2ydy-3xy^2dx.$ | 13.6. $x\sqrt{3+y^2}dx+y\sqrt{2+x^2}dy=0.$ |
| 13.7. $\left(e^{2x}+5\right)dy+ye^{2x}dx=0.$ | 13.8. $y'y\sqrt{\dfrac{1-x^2}{1-y^2}}+1=0.$ |
| 13.9. $6xdx-6ydy=3x^2ydy-2xy^2dx.$ | 13.10. $x\sqrt{5+y^2}dx+y\sqrt{4+x^2}dy=0.$ |
| 13.11. $y\left(4+e^x\right)dy-e^xdx=0.$ | 13.12. $\sqrt{4-x^2}y'+xy^2+x=0.$ |
| 13.13. $2xdx-2ydy=x^2ydy-2xy^2dx.$ | 13.14. $x\sqrt{4+y^2}dx+y\sqrt{1+x^2}dy=0.$ |
| 13.15. $\left(e^x+8\right)dy-ye^xdx=0.$ | 13.16. $\sqrt{5+y^2}+y'y\sqrt{1-x^2}=0.$ |

| | |
|---|---|
| 13.17. $6xdx - ydy = yx^2dy - 3xy^2dx.$ | 13.18. $y\ln y + xy' = 0.$ |

13.2

| | |
|---|---|
| $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6.$ | 13.2. $xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}.$ |
| 13.3. $y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}.$ | 13.4. $xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y.$ |
| 13.5. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8.$ | 13.6. $xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}.$ |
| 13.7. $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}.$ | 13.8. $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$ |
| 13.9. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12.$ | 13.10. $xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2}.$ |
| 13.11. $y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}.$ | 13.12 $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y.$ |
| 13.13. $4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5.$ | 13.14. $xy' = \frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2}.$ |
| 13.15. $y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}.$ | 13.16. $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y.$ |
| 13.17. $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 10.$ | 13.18. $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$ |

13.3

| | |
|---|---|
| $y' - \frac{y}{x} = x\sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$ | 13,.2. $y' + \frac{y}{x} = \sin x, \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi}.$ |
| 13.3. $y' + \frac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1.$ | 13.4. $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}, \quad y(0) = \frac{2}{3}.$ |
| 13.5. $y' - \frac{2x-5}{x^2}y = 5, \quad y(2) = 4.$ | 13.6. $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}e^x, \quad y(1) = e.$ |

| | |
|---|---|
| 13.7. $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$ | 13.8. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, \quad y(1) = 4.$ |
| 13.9. $y' + \frac{2}{x}y = x^3, \quad y(1) = -5/6.$ | 13.10. $y' + \frac{y}{x} = 3x, \quad y(1) = 1.$ |
| 13.11. $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1 + x^2, \quad y(1) = 3.$ | 13.12. $y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1, \quad y(1) = 1.$ |
| 13.13. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1.$ | 13.14. $y' + 2xy = -2x^3, \quad y(1) = \mathrm{e}^{-1}.$ |
| 13.15. $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, \quad y(0) = \frac{2}{3}.$ | 13.16. $y' + xy = -x^3, \quad y(0) = 3.$ |
| 13.17 $y' - \frac{2}{x+1}y = \mathrm{e}^x (x+1)^2, \quad y(0) = 1.$ | 13.18. $y' + 2xy = x\,\mathrm{e}^{-x^2} \sin x, \quad y(0) = 1.$ |

13.4

| |
|---|
| $2(y' + xy) = (1+x)\mathrm{e}^{-x} y^2, \quad y(0) = 2.$ |
| 13.1. $3(xy' + y) = y^2 \ln x, \quad y(1) = 3.$ |
| 13.2. $2y' + y\cos x = y^{-1} \cos x (1 + \sin x), \quad y(0) = 1.$ |
| 13.3. $y' + 4x^3 y = 4y^2 \mathrm{e}^{4x}(1 - x^3), \quad y(0) = -1.$ |
| 13.4. $3y' + 2xy = 2xy^{-2} \mathrm{e}^{-2x^2}, \quad y(0) = -1.$ |
| 13.5. $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3, \quad y(1) = 1/\sqrt{2}.$ |
| 13.6. $3xy' + 5y = (4x - 5)y^4, \quad y(1) = 1.$ |
| 13.7. $2y' + 3y\cos x = \mathrm{e}^{2x}(2 + 3\cos x)y^{-1}, \quad y(0) = 1.$ |
| 13.8. $3(xy' + y) = xy^2, \quad y(1) = 3.$ |
| 13.9. $y' - y = 2xy^2, \quad y(0) = 1/2.$ |
| 13.10. $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3, \quad y(1) = 1/2\sqrt{2}.$ |
| 13.11. $y' + 2xy = 2x^3 y^3, \quad y(0) = \sqrt{2}.$ |

| | |
|---|---|
| 13.12. | $xy' + y = y^2 \ln x, \quad y(1) = 1.$ |
| 13.13. | $2y' + 3y\cos x = (8 + 12\cos x)e^{2x} y^{-1}, \quad y(0) = 2.$ |
| 13.14. | $4y' + x^3 y = (x^3 + 8)e^{-2x} y^2, \quad y(0) = 1.$ |
| 13.15. | $8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3, \quad y(1) = \sqrt{2}.$ |
| 13.16. | $2(y' + y) = xy^2, \quad y(0) = 2.$ |
| 13.17. | $y' + xy = (x - 1)e^x y^2, \quad y(0) = 1.$ |
| 13.18. | $2y' + 3y\cos x = -e^{-2x}(2 + 3\cos x)y^{-1}, \quad y(0) = 1.$ |

13.5

| | |
|---|---|
| | $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}\right)dy = 0.$ |
| 13.2. | $\left[\sin 2x - 2\cos(x + y)\right]dx - 2\cos(x + y)dy = 0.$ |
| 13.3. | $(xy^2 + x/y^2)dx + (x^2 y - x^2/y^3)dy = 0.$ |
| 13.3. | $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right)dx - \frac{2y}{x^3}dy = 0.$ |
| 13.4. | $\frac{y}{x^2}\cos\frac{y}{x}dx - \left(\frac{1}{x}\cos\frac{y}{x} + 2y\right)dy = 0.$ |
| 13.5. | $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y\right)dx + \left(x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)dy = 0.$ |
| 13.6. | $\frac{1 + xy}{x^2 y}dx + \frac{1 - xy}{xy^2}dy = 0.$ |
| 13.7. | $\frac{dx}{y} - \frac{x + y^2}{y^2}dy = 0.$ |
| 13.8. | $\frac{y}{x^2}dx - \frac{xy + 1}{x}dy = 0.$ |

| | |
|---|---|
| 13.9. | $\left(x\,e^{x}+\dfrac{y}{x^{2}}\right)dx-\dfrac{1}{x}dy=0.$ |
| 13.10. | $\left(10xy-\dfrac{1}{\sin y}\right)dx+\left(5x^{2}+\dfrac{x\cos y}{\sin^{2}y}-y^{2}\sin y^{3}\right)dy=0.$ |
| 13.11. | $\left(\dfrac{y}{x^{2}+y^{2}}+e^{x}\right)dx-\dfrac{xdy}{x^{2}+y^{2}}=0.$ |
| 13.12. | $e^{y}\,dx+\left(\cos y+x\,e^{y}\right)dy=0.$ |
| 13.13. | $\left(y^{3}+\cos x\right)dx+\left(3xy^{2}+e^{y}\right)dy=0.$ |
| 13.14. | $x\,e^{y^{2}}\,dx+\left(x^{2}y\,e^{y^{2}}+\operatorname{tg}^{2}y\right)dy=0.$ |
| 13.15. | $\left(5xy^{2}-x^{3}\right)dx+\left(5x^{2}y-y\right)dy=0.$ |
| 13.16. | $\left[\cos\left(x+y^{2}\right)+\sin x\right]dx+2y\cos\left(x+y^{2}\right)dy=0.$ |
| 13.17. | $\left(x^{2}-4xy-2y^{2}\right)dx+\left(y^{2}-4xy-2x^{2}\right)dy=0.$ |
| 13.18. | $\left(\sin y+y\sin y+\dfrac{1}{x}\right)dx+\left(x\cos y-\cos x+\dfrac{1}{y}\right)dy=0.$ |

**Задание 14.** Дифференциальные уравнения высших порядков.(14.1,14.2,14.3)

| | |
|---|---|
| | $y''=72y^{3},\quad y(2)=1,\quad y'(2)=6.$ |
| 1. | $y''y^{3}+36=0,\quad y(0)=3,\quad y'(0)=2.$ |
| 2. | $y''=18\sin^{3}y\cos y,\quad y(1)=\pi/2,\quad y'(1)=3.$ |
| 3. | $4y^{3}y''=y^{4}-16,\quad y(0)=2\sqrt{2},\quad y'(0)=1/\sqrt{2}.$ |
| 4. | $y''=50y^{3},\quad y(3)=1,\quad y'(3)=5.$ |
| 5. | $y''y^{3}+25=0,\quad y(2)=-5,\quad y'(2)=-1.$ |
| 6. | $y''+18\sin y\cos^{3}y=0,\quad y(0)=0,\quad y'(0)=3.$ |

| |
|---|
| 7. $y'' = 8\sin^3 y\cos y,\quad y(1) = \pi/2,\quad y'(1) = 2.$ |
| 8. $y'' = 32y^3,\quad y(4) = 1,\quad y'(4) = 4.$ |
| 9. $y''y^3 + 16 = 0,\quad y(1) = 2,\quad y'(1) = 2.$ |
| 0. $y'' + 32\sin y\cos^3 y = 0,\quad y(0) = 0,\quad y'(0) = 4.$ |
| 11. $y'' = 50\sin^3 y\cos y,\quad y(1) = \pi/2,\quad y'(1) = 5.$ |
| 12. $y'' = 18y^3,\quad y(1) = 1,\quad y'(1) = 3.$ |
| 13. $y''y^3 + 9 = 0,\quad y(1) = 1,\quad y'(1) = 3.$ |
| 14. $y^3y'' = 4(y^4 - 1),\quad y(0) = \sqrt{2},\quad y'(0) = \sqrt{2}.$ |
| 15. $y'' + 50\sin y\cos^3 y = 0,\quad y(0) = 0,\quad y'(0) = 5.$ |
| 16. $y'' = 3y^3,\quad y(0) = 1,\quad y'(0) = 2.$ |
| 17. $y''y^3 + 4 = 0,\quad y(0) = -1,\quad y'(0) = -2.$ |
| 18. $y'' = 2\sin^3 y\cos y,\quad y(1) = \pi/2,\quad y'(1) = 1.$ |

14.2

| | |
|---|---|
| $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2.$ | 14.2. $y''' - y'' = 6x^2 + 3x.$ |
| 14.3. $y''' - y' = x^2 + x.$ | 14.4. $y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y' = 2x.$ |
| 14.5. $y^{IV} - y''' = 5(x+2)^2.$ | 14.6. $y^{IV} - 2y''' + y'' = 2x(1-x).$ |
| 14.7. $y^{IV} + 2y''' + y'' = x^2 + x - 1.$ | 14.8. $y^{V} - y^{IV} = 2x + 3.$ |
| 14.9. $3y^{IV} + y''' = 6x - 1.$ | 14.10. $y^{IV} + 2y''' + y'' = 4x^2.$ |
| 14.11. $y''' + y'' = 5x^2 - 1.$ | 14.12. $y^{IV} + 4y''' + 4y'' = x - x^2.$ |
| 14.13. $7y''' - y'' = 12x.$ | 14.14. $y''' + 3y'' + 2y' = 3x^2 + 2x.$ |
| 14.15. $y''' - y' = 3x^2 - 2x + 1.$ | 14.16. $y''' - y'' = 4x^2 - 3x + 2.$ |
| 14.17. $y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y' = x - 3.$ | 14.18. $y^{IV} + 2y''' + y'' = 12x^2 - 6x.$ |

14.3

| | |
|---|---|
| $y''' - y'' - y' + y = (3x+7)e^{2x}$. | 14.2. $y''' - 2y'' + y' = (2x+5)e^{2x}$. |
| 14.3. $y''' - 3y'' + 4y = (18x-21)e^{-x}$. | 14.4. $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = (2x-5)e^{x}$. |
| 14.5. $y''' - 4y'' + 4y' = (x-1)e^{x}$. | 14.6. $y''' + 2y'' + y' = (18x+21)e^{2x}$. |
| 14,7. $y''' + y'' - y' - y = (8x+4)e^{x}$. | 14.8. $y''' - 3y' - 2y = -4x \cdot e^{x}$. |
| 14.9. $y''' - 3y' + 2y = (4x+9)e^{2x}$. | 14.10. $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x+16)e^{x}$. |
| 14.11. $y''' - y'' - 2y' = (6x-11)e^{-x}$. | 14.12. $y''' + y'' - 2y' = (6x+5)e^{x}$. |
| 14.13. $y''' + 4y'' + 4y' = (9x+15)e^{x}$. | 14.14. $y''' - 3y'' - y' + 3y = (4-8x)e^{x}$. |
| 14.15. $y''' - y'' - 4y' + 4y = (7-6x)e^{x}$. | 14.16. $y''' + 3y'' + 2y' = (1-2x)e^{-x}$. |
| 14.17. $y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (20-16x)e^{-x}$. | 14.18. $y''' - 4y'' + 3y' = -4x \cdot e^{-x}$. |