**Домашнее задание**

**Вопросы**

1. Что такое периодическая функция? Приведите примеры элементарных периодических функций.
2. Что называют рядом Фурье? По каким формулам вычисляют его коэффициенты?
3. Сформулируйте теорему Дирихле для кусочно-гладких функций.
4. Сформулируйте лемму Римана и лемму Дирихле. Как ими пользуются при доказательстве теоремы Дирихле?
5. Как доказать, что ряд Фурье функции не сходится равномерно по? В чем состоит явление Гиббса?

**Задачи**

1. Разложите в ряд Фурье .
2. Запишите ряд Фурье для *четной* -периодической функции, совпадающей с на отрезке . Где этот ряд совпадает с ?

Всякая -периодическая функцияможет быть представлена в виде ряда

коэффициенты которого определяются по формулам:

Функция – четная, поэтому

На отрезке функция совпадает с , поэтому

Таким образом, искомый ряд Фурье равен



Про вычисление интеграла

1. Используя ряд из предыдущей задачи, вычислите точно сумму ряда

Решение. Функция из № 2 --- непрерывная, поэтому в силу теоремы Дирихле верно

при всех x. При функция совпадет с , поэтому

При верно

Замечание. Другие формулы

1. Запишите ряд Фурье для *нечетной* функции, совпадающей с на отрезке . Где этот ряд совпадает с ?
2. Можно ли получить ряд Фурье для функции из задачи № 4 дифференцированием ряда из задачи № 2?
3. Разложите в ряд Фурье -периодическую функцию, равную при. К чему сходится этот ряд при ? Сходится ли этот ряд равномерно при всех ?