**Контрольная работа № 3**

**(bogdavl собака mail точка ru)**

**Задача 103**

*Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя.*

Решение

Имеем неопределённость типа (). Запишем предел в виде

Получили неопределённость типа . Применяем правило Лопиталя:

Ответ: предел равен 1

**Задача 112**

*Исследовать заданную функцию и начертить её график*

Решение

Функция определена на всей числовой оси. График функции проходит через начало координат. Функция является нечётной, так как , следовательно, график функции симметричен относительно начала координат.

Исследуем функцию на экстремум. Вычисляем производную:

Критические точки функции:

-3 3

Таким образом, при функция монотонно убывает, при функция монотонно возрастает. В точке функция имеет максимум, равный

В точке функция имеет минимум, равный

Вычисляем вторую производную функции:

Вторая производная обращается в ноль в точках и .

**–** **+** **– +**

0

Таким образом, при функция выпуклая, при функция вогнутая. В точках и функция имеет перегибы. Значения функции в этих точках:

Находим асимптоты функции. Так как функция не обращается в бесконечность, то вертикальных асимптот функция не имеет. Определяем наклонные асимптоты:

Таким образом, функция имеет горизонтальную асимптоту .

По результатам исследования строим график функции (рис. 1).

у

4

2

-6 -4 -2 0 2 4 6 х

-2

Рис. 1

**Задача 123**

*Найти неопределённый интеграл. Результат проверить дифференцированием.*

Решение

Интеграл вычисляем по частям:

Тогда

Проверяем результат дифференцированием:

**Задача 133**

*Найти неопределённый интеграл.*

Решение

Преобразуем подынтегральное выражение:

Тогда интеграл запишем в виде

Представим подынтегральную дробь в виде суммы простых дробей:

Тогда

**Задача 143**

*Вычислить определённый интеграл*

Решение

1 1

0 0

Так как , то окончательно получаем

**Задача 153**

*Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость*

Решение

0 0

Предел бесконечен, следовательно, интеграл расходится.

**Задача 163**

*Вычислить площадь части круга, заключённой между прямыми и окружностями . Сделать чертёж.*

Решение

Для построения чертежа переходим в заданных уравнениях от полярных координат к декартовым координатам по формулам

Тогда получаем

Выделяем полный квадрат по :

Получаем уравнение окружности с центром в точке и радиусом . Изображаем окружность на чертеже (рис. 1).

Выделяем полный квадрат по :

Получаем уравнение окружности с центром в точке и радиусом . Изображаем окружность на чертеже (рис. 1).

у

1

0 1 2 х

-1

Рис. 1

Вычисляем площадь фигуры в полярных координатах

0

**Задача 172**

*Для функции найти значение в точке .*

Решение

Вычисляем частную производную первого порядка:

Вычисляем частную производную второго порядка:

Значение производной в точке :

**Задача 183**

*Найти в точке А полный дифференциал функции , заданной неявно.*

Решение

Полный дифференциал функции

Представим заданное уравнение в виде

где

Тогда частная производная заданной функции

Полный дифференциал

Значение частной производной в точке :

Полный дифференциал в точке :

**Задача 192**

*Найти наибольшее и наименьшее значения функции в заданной замкнутой области D. Сделать рисунок.*

Решение

Изображаем заданную область на рисунке.

у

В

4

3

2

D

1 K

N

M С

0 х

А 1 2

Находим стационарные точки функции внутри области и вычисляем значения функции в этих точках.

Из полученной системы находим стационарную точку , которая принадлежит заданной области. Значение функции в этой точке:

Исследуем функцию на границах области. На прямой функция принимает вид . Стационарные точки определяем из равенства производной функции нулю . Получаем стационарную точку . Значение функции в этой точке

Вычисляем также значения функции в точках :

На прямой функция имеет вид . Стационарная точка . Получаем стационарную точку . Значение функции в этой точке:

Вычисляем также значение функции в точке :

На прямой функция принимает вид . Стационарная точка . Получаем стационарную точку . Значение функции в этой точке:

Объединяя результаты исследования, получаем, что наименьшее значение функция принимает в точке , а наибольшее значение в точке :