***Задание:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Спрос Y(x) | 199 | 159 | 279 | 298 | 306 | 349 | 339 | 354 | 359 | 363 |

Необходимо:

1. Расcчитать коэффициенты линейной модели парной регрессии

$$y\left(x\right)=a+bx+ε$$

1. Оценить эластичность на основе уравнения регрессии.
2. Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции и определить коэффициент детерминации $R\_{xy}^{2}$
3. Построить график зависимости $(x\_{i})$ в системе координат $y0x$ на этом же графике показать табличные данные $y\_{i}, i=\overbar{1,n}$
4. Оценить достоверность модели на основе расчета аппроксимации.

$$A=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}\left|\frac{y\_{i}-\overbar{y\_{i}}}{y\_{i}}\right|∙100\%$$

1. Сделать выводы.

***Решение:***

1. Уравнение регрессии выражает усредненную зависимость выходной величины (функция отклика) при изменении входных величин (факторов).

Если случайные величины имеют нормальное распределение, то функция регрессии имеет линейный вид:



Оценку линейной функции называют эмпирической функцией регрессии *Y* на *X*  и обозначают:

,

где  - точечные оценки параметров  соответственно. Эти коэффициенты находятся следующим образом:

,



Здесь суммирование осуществляется по всем индексам $i=\overbar{1,n}$

Результаты математической обработки экспериментальных данных сведем в таблицу

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Суммы | *i* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 55 | Год, *x* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 3005 |  | 199 | 159 | 279 | 298 | 306 | 349 | 339 | 354 | 359 | 363 |
| 18236 |   | 199 | 318 | 837 | 1192 | 1530 | 2094 | 2373 | 2832 | 3231 | 3630 |
| 385 |   | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64,00 | 81 | 100 |
| 947851 |   | 39601 | 25281 | 77841 | 88804 | 93636 | 121801 | 114921 | 125316 | 128881 | 131769 |
|   |   | 207,31 | 228,02 | 248,73 | 269,44 | 290,15 | 310,85 | 331,56 | 352,27 | 372,98 | 393,69 |
|   |   | -8,31 | -69,02 | 30,27 | 28,56 | 15,85 | 38,15 | 7,44 | 1,73 | -13,98 | -30,69 |
| 9467,018 |   | 69,04 | 4763,51 | 916,44 | 815,88 | 251,37 | 1455,08 | 55,30 | 2,98 | 195,49 | 941,93 |





Таким образом, функция регрессии имеет вид:



1. Для линейной модели регрессии общий коэффициент эластичности рассчитывается по формуле:

$$\overbar{Э}=β\frac{\left(\sum\_{}^{}x\right)/n}{\left(\sum\_{}^{}y\right)/n}$$

$\overbar{Э}=20,7\frac{55}{3005}≈0,3789$*,*

т.е. спрос увеличивается в среднем на 0,3789% от своего среднего значения при увеличении фактора х на 1% от своей средней величины.

1. Линейный коэффициент парной корреляции определяется следующим образом:





Квадрат эмпирического коэффициента корреляции называется коэффициентом детерминации. Коэффициент детерминациипоказывает долю вариации результативного признака, находя­щегося под воздействием изучаемых факторов, т. е. определяет, ка­кая доля вариации признака *Y* учтена в модели и обусловлена влия­нием на него фактора X:

0,7889

1. Для построения графика будем использовать таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год, *x* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|  | 199 | 159 | 279 | 298 | 306 | 349 | 339 | 354 | 359 | 363 |
|   | 207,31 | 228,02 | 248,73 | 269,44 | 290,15 | 310,85 | 331,56 | 352,27 | 372,98 | 393,69 |

******

1. Для оценки точности регрессионных моделей можно ис­пользовать среднюю относительную ошибку аппроксимации

$$A=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}\left|\frac{y\_{i}-\overbar{y\_{i}}}{y\_{i}}\right|∙100\%$$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год, *x* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|  | 199 | 159 | 279 | 298 | 306 | 349 | 339 | 354 | 359 | 363 |
|   | 207,31 | 228,02 | 248,73 | 269,44 | 290,15 | 310,85 | 331,56 | 352,27 | 372,98 | 393,69 |
|   | -8,31 | -69,02 | 30,27 | 28,56 | 15,85 | 38,15 | 7,44 | 1,73 | -13,98 | -30,69 |
| $$\left|\frac{y\_{i}-\overbar{y\_{i}}}{y\_{i}}\right|$$ | 0,0418 | 0,4341 | 0,1085 | 0,0959 | 0,0518 | 0,1093 | 0,0219 | 0,0049 | 0,0389 | 0,0845 |

$$A=\frac{1}{10}0,99161\*100\%=9,9161\%$$

1. ***Выводы:***

***А)*** функция регрессии имеет вид:



***В)*** в модели **R2=0,7889** и около **78,89%** вариаций зависимой переменной учтено в модели и обусловлено влиянием фактора X.

***С)***Ошибка аппроксимации $ A$ меньше 7 % свидетельствует о хорошем качестве модели. В нашем случае ***A=9,9161***% и, учитывая, что только результат 2 –го года существенно отличается от моделируемого, можно сделать вывод о том, что линейная модель регрессии хорошо отражает связь между переменными X и Y.